

算数科における面積公式の創造・活用の在り方

杉能道明*

研究の要約

VUCAの時代(※)を生き抜く子どもたちに必要な資質・能力の育成が喫緊の課題とされ、算数・数学教育においても「数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を育成する」ことが求められている(2017)。しかしながら、子どもたちの算数・数学を学ぶ意欲は高いとは言えず、創造的数学力も十分に育っているとは言い難い。例えば、算数科で学ぶ面積公式はどのように扱うべきなのであろうか。創造的数学力を育むために、面積公式の創造・活用の在り方について提案する。

面積公式は「覚えればよいというものではない」。「解決方法を振り返り創造するもの」、子どもがその意味を理解し、「課題解決で活用するもの」「そのよさを味わうべきもの」である。面積公式の「学び方」を学ぶことに価値がある。

※「VUCAの時代」…Volatility(変動性), Uncertainty(不確実性), Complexity(複雑性), Ambiguity(曖昧性)のある時代。

key-words : 数学的な見方・考え方, 創造的数学力, 面積公式の創造・活用, 数学のよさ

I 問題の所在

変化の激しい時代・将来の予測が困難な時代(VUCAの時代)を生き抜く子どもたちに必要な資質・能力を育成することが喫緊の課題と考え、現在の教育課程はコンピテンシー・ベースとなっている。育成すべき資質・能力の1つ知識・技能には「実際の社会や生活で生きて働く」ことが求められている。また、思考力・判断力・表現力には「未知の状況にも対応できる」ことが求められている。しかしながら、生きて働く知識・技能の習得も、未知の状況に対応できる思考力・判断力・表現力の発揮も上手くいっているとは言えない。算数・数学教育においても「数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を育成する」ことが求められている(2017)。ところが、子どもたちの算数・数学を学ぶ意欲は高いとは言えず、創造的数学力も十分に育っているとは言い難い。例えば、算数科で学ぶ面積公式につ

いて、筆者は創造的数学力を育むために適した教材だと考えているが、どのように扱うべきなのだろうか。学校現場では「面積公式は覚えるもの」として指導されそれに終始している点が課題であると考え。第5学年ではいろいろな図形的面積公式を学ぶが全てを覚えておく必要があるのだろうか。三角形の面積公式が重要なのではないか。面積公式を覚えていても、その「意味を理解する」ことなしには活用することはできない。面積公式は「新しい知識を創造する」こと、「既習の知識の活用の仕方やよさを学ぶ」ことができる価値ある教材ではないか。面積公式の創造・活用の在り方を探究する。

II 研究の内容

1 創造的数学力とは何か

(1) 数学的創造性とは

OECD教育研究革新センター(2017)は、「メタ認知の教育学 生きる力を育む創造的数学力」の中で、数学的創造性について次のように記述している。

*ノートルダム清心女子大学

革新的な社会では、「自由な発想で」考えることができるかどうか、すなわち、オリジナルなアイデアを創り上げたり、様々な対象物やアプローチ、学問同士を結び付けたりすることが、根本的に重要になる（下線：筆者）。

この記述から、算数の問題解決における数学的創造性について次のように解釈することができる。

- ①できれば1つの問題に対して複数の解決方法を見い出すことができることが重要である。
- ②既習の知識・技能を結び付けて解決方法を見いだしたり、解決方法を振り返り、解決方法を結び付けて共通点や相違点に気づき、新たな知識・技能を創造したりすることが重要である（下線：筆者）。

①のためには、数学的な見方・考え方を豊かに働かせる必要がある。②のためには、使える知識・技能を身に付け、その学習を活用することができなければならない。解決方法を振り返ることは、子ども一人一人が個人で自問自答しながらすることが大切だが、他者との対話を通して行う方が振り返りやすく、複数の解決方法を結び付けて共通点や相違点に気づき、新たな知識・技能を創造することも他者と協働した方が実現しやすい。この子どもにとっての他者は教室での友達や教師を指す。

（2）創造的数学力の定義

1（1）の数学的創造性の趣旨を取り入れ、本論文では創造的数学力を次のように定義する。

数学的な見方・考え方を働かせ、既習の知識・技能（既習事項）を活用して算数の課題を解決したり、その解決方法を振り返り、新たな知識・技能を創造したりする力

この定義をもとに、筆者は、面積公式は創造

的数学力を育むために適した教材だと考える。例えば、第5学年「面積」の単元では、新しい面積公式を創る見方・考え方は多様であるが、これを検討・吟味して一貫して活用できる三角形の面積公式のよさを実感することができる。平行四辺形、台形、ひし形、一般四角形、…、と学習し面積公式の創造・活用を繰り返す中で、三角形の面積公式の有用性を味わうことができると考える。

2 面積指導の目的と課題

（1）面積指導の目的

「面積」の指導の系統と、その系統の中の面積公式の位置づけは表1の通りである（次頁）。

面積は量の概念の1つである。第1学年では「ひろさ」という量として学習する。他の量と同様、直接比較→間接比較→任意単位による測定の段階を経て学習し、第4学年では「面積」として普遍単位、普遍単位による測定を学ぶ。第1学年の「ひろさ」は「C測定」領域の内容として学んだが、第4学年の「面積」は「B図形」領域の内容として学ぶ。「面積」はこれまで「量と測定」領域の内容であったが、「図形の特徴を計量的に捉えて考察する」という視点と、中学校数学への接続の視点から「B図形」領域に統合されたと考える。

以上のことから、面積指導の目的は「C測定」領域、「B図形」領域の視点から次のように整理できる。

- ・面積の概念及び測定の原理と方法を理解する
- ・面積という量についての感覚を豊かにし、実際に測定する
- ・身の回りの事象の特徴を面積という量に着目して捉え、面積の単位を用いて的確に表現する
- ・面積公式を使った測定の方法や結果を振り返って数理的な処理のよさに気づき、面積という量とその測定を生活や学習に活用しようとする態度を身に付ける

表1 「面積」の学習の系統と面積公式の位置付け（「わくわく算数」（啓林館）より）

領域	学年	単元名	学習内容・ねらい	面積公式の位置付け
C測定	1	○大きさをくらべ(2)	・ひろさの直接比較・間接比較・任意単位による測定	
B図形	4	○面積	・面積の定義	
			・面積の単位 (cm ² , m ² , km ² , a, ha)	
			・面積の普通単位による測定	
			・面積の公式 (長方形の面積 = たて × 横) (正方形の面積 = 1 辺 × 1 辺)	公式の学習は初めて 公式の創造・活用
	5	○面積	・複合図形 (L 字型等) の面積の求積	公式の活用
			・面積の公式 (三角形の面積 = 底辺 × 高さ ÷ 2) (平行四辺形の面積 = 底辺 × 高さ) (台形の面積 = (上底 + 下底) × 高さ ÷ 2) (ひし形の面積 = 対角線 × 対角線 ÷ 2)	公式の創造・活用 公式の創造・活用 公式の創造・活用 公式の創造・活用
6	○円の面積	・面積の公式 (円の面積 = 半径 × 半径 × 円周率)	公式の創造・活用	
		・円弧を含む複雑な形の面積の求積	公式の活用	
		○およその形と大きさ	・およその面積の求積	公式の活用

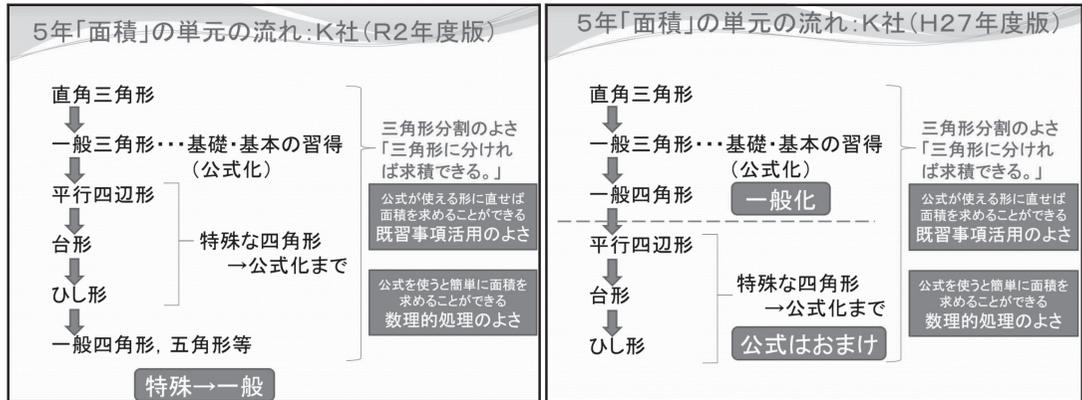


図1 第5学年「面積」単元の流れ（令和2年度版と平成27年度版）

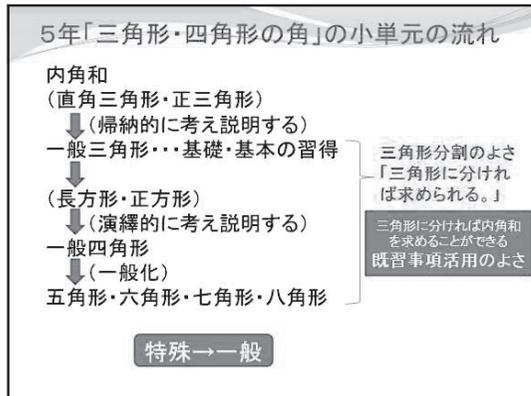


図2 第5学年「三角形・四角形の角」の小単元の流れ

・図形を構成する要素などに着目して、基本図形の面積の求め方を見いだすとともに、その表現を振り返り、簡潔かつ的確な表現に高め、公式として導く

中でも、三角形、平行四辺形、台形、ひし形などの面積公式を既習の面積公式を活用して創造し続け、学習に活用したり、生活に利用したりしようとすることに価値があると考ええる。

（２）面積指導の課題

２（１）のように面積指導には明確な目的がある。また、表１のように、「面積公式の創造・活用」の仕方を学ぶカリキュラムが準備されている。ところが、学校現場の面積指導の実際は面積公式を創って覚えることに終始している。ここに大きな課題があると考ええる。

３ 面積公式の意義

（１）面積公式をどう扱うべきか

表１の通り、面積公式は、第４学年から第６学年で扱われている。子どもたちにとって、公式の学習は第４学年での学習が初めてであり、特殊な扱いである。小学校学習指導要領(平成29年告示)解説算数編によると、公式とは「数量の関係を簡潔かつ一般的に表したもの」であり、「どんな数値に対しても成り立つ一般的な関係である」と記述されている。子どもは初めて「公式」を知り、公式の創り方・活用の仕方を学ぶ。この学び方を第５学年で一般化し、第６学年で一般化を完成させる。

第４学年では、子どもたちは面積の「公式」を初めて学習する。面積の定義（１辺が１cmの正方形が何こあるか、普遍単位は 1cm^2 ）をもとに長方形や正方形の面積の求め方を振り返り、長方形の面積公式と正方形の面積公式を創造する。創造した面積公式は、どんな長方形でもたてと横の長ささえ分かれば、どんな正方形でも１辺の長ささえ分かれば、計算で面積を求めることができること（面積公式の有用性という「数学のよさ」）を実感する。また、その面積公式を、複合図形（L字型等）の面積の求積で活用する

経験をする。面積公式を活用するためには、図形の見方・考え方を働かせることが必要である。例えば、L字型の図形を２つの長方形を組み合わせた形、正方形と長方形を組み合わせた形とみたり、大きな長方形から小さな長方形を取った形としてみることであれば、習った長方形や正方形の公式を活用して求積することができる。L字型などの複合図形の面積を求めたことを振り返り、図形の見方・考え方を働かせれば、既習の面積公式を活用して求積できるという数学のよさ（既習事項を活用するよさ）を実感することができる。

（２）面積公式の学び方の一般化

第５学年では、単元を通して、面積公式の創造・活用をくり返していく。第５学年で面積の求め方を学習する図形は、「三角形、平行四辺形、ひし形、台形」（2017小学校学習指導要領）である。単元の中で、新たな面積を求めるべき図形に出会う度に、図形の見方・考え方を働かせ、既習の面積公式を活用して求積する。その図形の面積を求めたことを振り返り、既習の面積公式を活用して求積できたという数学のよさ（既習事項を活用するよさ）を実感することができる。また、三角形、平行四辺形、ひし形、台形については、求積の仕方を振り返り、図形のどの長さの数値を使ってどのように計算したのかを検討・吟味し、新たな面積公式を創造していく。その面積公式を活用すれば、図形の必要な数値（底辺や高さなど）が分かれば、手際よく計算で求積できるという数学のよさ（数理的処理のよさ）を実感することができる（図１）。

第６学年では、円の面積とおよその面積を学習する。円の面積を求める際にも、図形の見方・考え方を働かせる。教科書では円を扇形に細分して並べ直し、長方形に近似させて長方形の面積公式をもとに円の面積の公式を創造する例が示されている。しかしながら、円の面積の求め方は他の図形に近似させることも可能である。三角形もその１つである（図３）。およその面積についても、既に公式を習っている図形に形を近似させて、面積公式を活用して求積すること

表2 「B図形」領域における「三角形」を単位にする図形の見方・考え方の学習の系統
 (「わくわく算数(啓林館)より)

学年	単元名	学習内容・ねらい	扱う図形(三角形)
1	○かたちづくり	・色板並べ(図形の面構成)	・さんかくいろいろ (直角二等辺三角形)
		・影絵(図形の面構成) ・図形の移動(平行・回転・対称移動(念頭操作))	
2	○三角形と四角形	・三角形の定義—直線の数に着目しての仲間分け	・一般三角形
		・三角形の弁別(定義を根拠に説明)	
		・三角形の面構成(三角形を直線で2つの三角形, 三角形と四角形に分割)	
		・四角形の面構成(直線で2つの三角形, 三角形と四角形に分割)	
		・三角形見つけ(身のまわりから)	
3	○三角形	・直角三角形の形づくり・定義・弁別	・直角三角形 ・直角二等辺三角形
		・直角三角形の作図(方眼を使って)	
		・直角(二等辺)三角形の模様づくり, 敷き詰め	
4	○垂直・平行と四角形	・二等辺三角形・正三角形の定義と弁別	・二等辺三角形 ・正三角形
		・二等辺三角形・正三角形の作図	
		・二等辺三角形・正三角形の構成(色紙を使って)	
		・二等辺三角形・正三角形の構成(三角定規を使って)	
5	○円と正多角形 ○合同な図形	・二等辺三角形・正三角形の敷き詰め, 模様づくり	・二等辺三角形 ・直角三角形 ・正三角形 ・直角三角形 ・二等辺三角形 ・三角形
		・平行四辺形・ひし形の対角線	
		・ひし形を対角線で切ることができる形, 長方形を対角線で切ることができる形 (・平行四辺形・四角形の敷き詰め, 模様づくり)	
		・正六角形の作図	
		・長方形・平行四辺形・台形を対角線で切ることができる形(合同か)	
		・合同な三角形の作図	
・合同な四角形の作図(三角形の作図をもとに)			
・三角形の内角の和の求め方(帰納的に考えて)			
・四角形の内角の和の求め方(演繹的に考えて)			
・五角形~八角形の内角の和の求め方(三角形の内角和を活用して)			

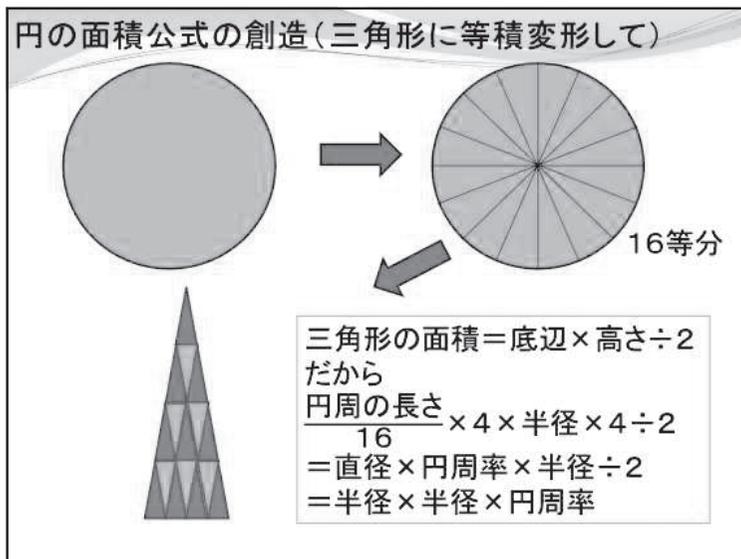


図3 円の面積公式の創造(三角形に等積変形して)

を学習する。図形の見方・考え方を働かせることにより、既習の面積公式を活用して求積することができるという数学のよさ（既習事項活用よさ）を味わうことができる。

このように、面積公式は「覚えればよいというものではない」。「解決方法を振り返り創造するもの」、子どもがその意味を理解し、「課題解決で活用するもの」「そのよさを味わうべきもの」ということができる。

（3）第5学年「面積」単元で扱う図形の順序

①三角形先行と四角形先行

第5学年「面積」単元で扱う図形の順序については、三角形から始める場合と平行四辺形から始める場合がある。どちらも既習の長方形や正方形の求積公式を活用して求積することができる点では共通である。しかし、「B図形」領域を貫く数学的な見方・考え方（図形の見方・考え方）を三角形を単位としてみる見方・考え方（図形の面構成の見方・考え方）とすると、三角形から始める方がよいと考える。

②図形の見方・考え方との関連

図形を三角形を単位とする見方・考え方の学習は第1学年の色板（さんかく色板：直角二等辺三角形）並べから始まっている（表2）。第2学年以降でも、図形の敷き詰めをする活動等を通して、図形の豊かな見方・考え方を育てていくが、その基本は、三角形を単位にした図形の合成・分解である。第5学年の図形の内角和の学習でも、三角形の内角和をもとに演繹的に考え、四角形、五角形、…、等の直線で囲まれた図形の内角和は図形を三角形に分割すればよいことを学習しており（図2）、その学び方は面積単元の学習の足場として活用される。

図1「第5学年『面積』単元の流れ」では、令和2年度版と平成27年度版の扱う図形の順序を示している。三角形から始める単元構想である点は同じであるが、「平行四辺形、台形、ひし形」の位置づけが異なっている。知識（面積公式）をたくさん覚える必要はない、三角形に分ければ面積公式を使って面積を求めることができる、という考え方からいうと、平成27年度版

の方が理に叶っている。直角三角形→一般三角形（面積公式の創造）→一般四角形（面積公式の活用）で一般化を行い、どんな四角形も対角線で三角形に分割すれば求積することができることを学ぶ。その後、「平行四辺形、台形、ひし形」は面積公式を学ぶが、それは「おまけ」の扱いである。四角形の特殊な形に過ぎないからである。確かに面積公式を覚えていれば便利である。しかし、その面積公式を忘れても三角形の面積公式さえ覚えておけば求積することができる。「少なく覚えて、たくさん考える」メッセージを伝える単元構想である。

③合同、対称、相似、中学校数学との関連

小学校の「B図形」領域では、図形間の関係に着目する見方・考え方を育むために、合同、対称（線対称・点対称）、相似（拡大図・縮図）を学習する。作図の際に基本となるのが三角形の作図である。例えば、四角形を作図する際には、三角形の作図をもとに、あと1点を決めて四角形を作図することになる。三角形を単位としてみる見方・考え方を働かせていることになる。

また、中学校「B図形」領域では、「平行線と面積」の学習の中で、四角形の対角線に平行な直線を使って、四角形と面積が等しい三角形をつくることを学ぶ（図4）。

- ① 対角線 AC をひく。
- ② 点 D を通り、AC に平行な直線 l をひき、辺 BC を延長した直線との交点を E とする。
- ③ 線分 AE をひく。

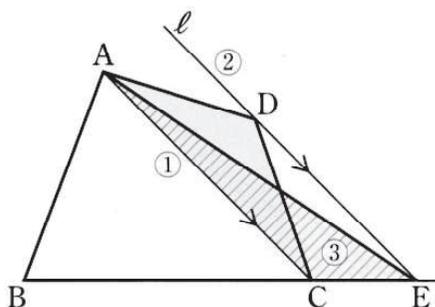


図4 四角形 ABCD を三角形に等積変形する手順（数学2 p.151・啓林館より）

どんな四角形も三角形に等積変形できるということである。このことを使うと、どんな直線で囲まれた図形も三角形に等積変形できることになる。

このように、小中一貫して資質・能力を育成する視点においても、三角形を単位としてみる見方・考え方は図形の見方・考え方の基本と考えることができる。

3 創造的数学力を発揮しやすくする教師の支援

子どもが創造的数学力を発揮しやすくするためには、子どもが「数学的な見方・考え方」を働かせやすくする工夫と、既習事項を活用して算数の課題を解決したり、他者と対話しながら解決方法を振り返り、新たな知識・技能を創造しやすくしたりする「数学的活動」の工夫（数学的活動の最適化）が必要であると考えられる。さらに、「数学のよさ」を実感しやすくすることによって、算数を学ぶ意欲を高めるようにしたい。次のような工夫がある。

【数学的な見方・考え方を働かせやすくする工夫】

○図形の見方・考え方を豊かにする工夫

「B図形」領域における面積公式に関係する主な数学的な見方・考え方は図形の見方・考え方である。特に、「三角形」を単位にしてみる見方・考え方を重視し、第1学年から図形を「三角形」を単位にしてみる見方・考え方を豊かに育みたい（表2）。これにより、直線で囲まれた図形を見たときに「三角形」を単位にみることができるようになる。第5学年の図形の内角和の求め方を考える際にも、図形の面積の求め方を考える際にも、第6学年で円の面積の求め方を考える際にも、生きて働き、演繹的に考えたり、公式を活用して求積したりできるようになる。

○方法の見通しのあるめあての焦点化

面積を求めるべき新たな図形に子どもが出合ったとき、「すぐに面積を求めることができるかな？」等と問いかけ、求積の難しさを自覚できるようにした

い。すぐに求積できないわけは、形が難しいから、この形のままでは習った公式が使えないから、と自覚でき、形を工夫すればよい、という見通しがもてたところで、本時のめあてを「形をくふうして、面積の求め方を考え説明しよう。」などと決めるようにする。形を工夫するためには、図形の見方・考え方を豊かに働かせる必要がある。難しい場合は、「どんな形なら面積を求めることができるかな？」「その形はこの図形の中に見つけられるかな？」などと補助発問をするようにしたい。

【数学的活動の最適化】

<既習事項を活用しやすくする工夫>

○数学的活動の工夫

図形の面積の求め方を考える際には、例えば平行四辺形では、1cm間隔の方眼の上で面積を求める平行四辺形をかけたワークシートを使って考える活動にする。これにより、図形に線を引いたり、余白に式をかいたりして自分の考えを表現しやすくする。想定しているのは、図形の必要な箇所の長さはマス目を数えてよみとり、図形に例えば対角線を引いて三角形に分割して三角形の公式を活用して求積する子どもの姿である。

<解決方法を振り返り、新たな知識・技能を創造しやすくする工夫>

○話し合い活動の工夫

話し合う活動の際には、式と図を結びつけて話し合うよう促したり、考えに名前をつけるよう促すようにする。これにより、考えをみんなで共有しやすくする。複数の考えが出てくるときには、1つ1つの考えを共有し、考えに「対角線で2つの三角形に分ける考え」等の名前をつけておくことで、あとで考えを比べやすくすることになる。

○話し合いのテーマの工夫

特に、複数の考えの共通点について話し合う活動にする。これにより、どの考えも形を工夫して（図形の見方・考え方を働かせて）、既習の面積公式を活用して面積を求めていることに気付くことができると考える。さらに、もとの図形のどの長さを使って求積したのかを検討・吟味する中で面積公式を創造することにつなげる。

○面積公式を創造する活動の工夫

平行四辺形の面積の求め方を振り返り、面積公式を創造する場合を考える。例えば、対角線で2つの三角形に分けて公式を活用する考えでは、式は底辺×高さ÷2×2となり、「底辺×高さ」という平行四辺形面積公式を創造することができる。

【数学のよさを実感しやすくする工夫】

○面積公式を活用する場の設定

面積公式を創造したところで、面積公式を活用する場（①面積公式をそのまま使う場合、②図形の見方・考え方を働かせ面積公式を活用する場合）を設定する。これにより、既習事項を活用するよさに付きやすくする。

○面積公式を活用したよさを振り返る場の設定

面積公式を活用したことを振り返る場を設定する。その際には、まず、図形をどのようにみて考えたのかを振り返ることにより、図形の見方・考え方をどう働かせたのかを自覚しやすくする。また、何をしようと面積を求めることができたのかを振り返ることにより、既習の面積公式を活用したことを自覚しやすくする。さらに、面積公式を活用してどう感じたかを振り返ることにより、既習の面積公式を活用するよさを実感しやすくする。

○「学び方」を学んだことを自覚する工夫

単元を通して、三角形、平行四辺形、台形、ひし形面積の求め方を考え話し合う活動を通して、既習の面積公式を活用し、新たな面積公式を創造する。面積公式を創造・活用する度に、既習の面積公式を上手く使った（活用した）過程、新たな面積公式をつくり出した（創造した）過程を振り返り、子どもが「学び方」を学んだことを自覚できるようにしたい。そのために、板書を使って学習の過程を振り返る活動を取り入れたり、教師が子どもの学習過程を称揚、価値付けたりするようにする。

Ⅲ 結語

本論文では、算数科で学ぶ面積公式の創造・活用の在り方について探究した。まず、創造的数学力を定義した。次に、創造的数学力を育むために面積公式の意義について考察した。面積

公式は「覚えればよいというものではない」。「解決方法を振り返り創造するもの」である。子どもがその意味を理解し、「課題解決で活用するもの」「そのよさを味わうべきもの」である。子どもが面積公式の「学び方」を学ぶことに価値があると考えるに至った。子どもが「数学的な見方・考え方」を働かせやすくする工夫と、既習事項を活用して算数の課題を解決したり、他者と対話しながら解決方法を振り返り、新たな知識・技能を創造しやすくしたりする「数学的活動」の工夫（数学的活動の最適化）、さらに、「数学のよさ」を実感しやすくする工夫を取り入れ、子どもの創造的数学力を育てていきたい。

【参考・引用文献】

- OECD教育研究革新センター（2017）、メタ認知の教育学 生きる力を育む創造的数学力、明石書店
- 岡本和夫ほか（2020）、未来へひろがる数学2、新興出版社啓林館
- 清水静海ほか（2020）、わくわく算数1～6、新興出版社啓林館
- 杉能道明（2020）、数学的な見方・考え方を豊かにする単元構想のあり方、岡山大学算数・数学教育学会誌「パピルス」第27号
- 杉能道明（2022）、子どもが「数学のよさ」を実感する算数の授業づくり、岡山大学算数・数学教育学会誌「パピルス」第29号
- 文部科学省（2017）、小学校学習指導要領（平成29年告示）、東洋館出版社
- 文部科学省（2017）、小学校学習指導要領（平成29年告示）解説算数編、日本文教出版

（令和5年12月25日 受理）