

子どもが「数学のよさ」を実感する算数の授業づくり ～統合的・発展的に考える「よさ」を中核として～

杉能道明*

研究の要約

「数学のよさ」は小学校学習指導要領(平成29年告示)で初めて算数科の目標の中に登場した言葉である。それまで使われてきた「算数のよさ」という言葉が単に「数学のよさ」という言葉に置き換えられただけではないと捉えたい。コンピテンシー・ベースの教育課程改訂のタイミングでの導入にはねらいがあり、算数・数学教育を一貫して数理を探究する創造的な資質・能力育成のためと考える。この資質・能力育成のためには「数学のよさ」を実感することが不可欠である。本論文では、「数学のよさ」とは何かを多角的に分析・考察し、子どもが「数学のよさ」を実感するための方策を探究した。「数学のよさ」の中核は、統合的・発展的に考える「よさ」であり、単元構想の工夫や数学的活動の工夫、学習展開の工夫によって子どもが「数学のよさ」を実感することができると思う。

key-words : 数学のよさ, 資質・能力, 統合的・発展的に考える

1. 問題の所在 今、なぜ「数学のよさ」なのか

「数学のよさ」は、小学校学習指導要領(平成29年告示)の算数科の目標の中に初めて入れられた言葉である。平成元年告示の小学校学習指導要領の算数科の目標の中に「数理的な処理のよさ」という「算数のよさ」が登場して以来、平成10年告示、平成20年告示の改訂の度に使われてきたこの言葉が単に「数学のよさ」に変わっただけでは考えられない。「数学のよさ」は子どもの資質・能力を育成するために不可欠なものであると考える。それは、「数学のよさ」を味わうことができた子どもは算数・数学の学習に主体的に取り組むことができると考えるからである。ところが、小学校算数において「数学のよさ」に関わる先行研究は極めて少ない。そこで、子どもが「数学のよさ」を実感する授業実践について研究し、その方策を明らかにしたいと考えた。

2. 「数学のよさ」とは何か

(1) 「算数のよさ」から「数学のよさ」へ

小学校学習指導要領の算数科の目標の中に初めて「数理的な処理のよさ」という「算数のよさ」が登場したのは平成元年のことである。なぜ、「よさ」が目標に入れられたのであろうか。清水(2015)は、算数科の教科目標に「よさ」を位置付けた最大の理由は「学ぶ意欲」の強化にあり、学びに澁刺と取り組める子どもの育成を目指すと述べている。平成元年改訂の基本理念は、自ら学ぶ意欲と社会の激しい変化に主体的に対応できる能力の育成を図ることであり、生涯学習の基礎を培う観点から、学ぶことの楽しさや成就感を体得させ自ら学ぶ意欲を高めることが重視された。この文脈により、「算数のよさ」が導入されたと考える。

「数学のよさ」という言葉は、小学校学習指導要領(平成29年告示)の算数科の目標の中に初めて登場した。これまで使われてきた「算数のよさ」という言葉が単に「数学のよさ」という言葉に変わっただけでは考えられない。コン

*ノートルダム清心女子大学

ピテンシー・ベースの今回の教育課程改訂では、幼小中高一貫して3つの資質・能力を育成することが重視されている。「数学のよさ」は算数・数学教育を一貫して数理を探究する創造的に考える資質・能力を育成するという明確な強い意図をもって導入されたと考えたい。実際、小中高の算数・数学科の総括的目標の部分には、「数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を育成する」という共通の言葉が使われており、「数学のよさ」という言葉もまた同様に使われている。

このように「数学のよさ」につながる「算数のよさ」導入の経緯と、「数学のよさ」導入の経緯を見てくると、数学的に考える資質・能力を育成するには子どもが「数学のよさ」を味わうことが不可欠であると考えられる。それは、「数学のよさ」を実感した子どもは、算数・数学の学習に主体的に取り組むことができると考えられるからである。

(2) 「数学のよさ」の意味

では、「数学のよさ」とは何であろうか。小学校学習指導要領（平成29年告示）解説算数編では、「数学のよさに気付く」ことについて次のように記述されている。

数学の価値や算数を学習する意義に気付くことであり、学習意欲の喚起や学習内容の深い理解につながり、また、算数に対して好意的な態度が育成されることになる（下線：筆者）。

「数学のよさに気付く」ことにより、学習意欲を喚起し、学習内容の深い理解につながり、算数に対して好意的な態度が育成されることになる、という意義が説明されている。次に、「数学のよさ」について次のように記述されている。

- ① 数学的な見方・考え方が数学のよさの根底にある。
- ② よさについては、これを狭く考えずに数

量や図形の知識及び技能に含まれるよさもあるし、数学的な思考、判断、表現等に含まれるよさもあり、有用性、簡潔性、一般性、正確性、能率性、発展性、美しさなどの様々な視点から算数の学習を捉えることが大切である。

- ③ よさを児童に知識として覚えさせさえすればよいというようなことがないように留意し、学習の中で児童が自らそうしたよさに気付いていけるように、指導を創意工夫することが重要である（番号、下線：筆者）。

①では「数学のよさ」の根底に「数学的な見方・考え方」があると説明している。「数学的な見方・考え方」は、「事象を、数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え、根拠を基に筋道を立てて考え、統合的・発展的に考えること」と定義されている。これは、「数学的な見方・考え方」の物事の特徴や本質を捉える視点が「数量や図形及びそれらの関係など」であること、思考の進め方や方向性については「根拠を基に筋道を立てて考えること」「統合的・発展的に考えること」と説明していることになる。

②では「数学のよさ」を狭く考えないように注意を促している。しかしながら、広く考えると何でもありになりかねず、総花的で指導の重点が明確にならない。「数学のよさ」は定義されていない。しかしながら、「数学のよさ」の本質は何かを明確にしておく必要を感じる。

③では「数学のよさ」は子どもに知識として覚えさせるものではないと説明している。確かに、「数学のよさ」は知識として教えられるものではない。算数の授業で数量や図形の概念、性質、原理を学ぶと、直ちに「数学のよさ」を実感できるというものでもない。算数の学習過程の中で「なるほど！」と数学の有用性を子ども自身が強く意識できるようにすることが不可欠である。

「数学のよさ」を実感した子どもは、算数・

数学に主体的に取り組み、算数・数学好きになり、算数・数学は役立つと感じ、算数・数学の問題に粘り強く取り組むことができるのではないか。「数学のよさ」は算数・数学離れを予防することにもつながると考える。

(3)「数学のよさ」についての私の考え

2(2)②で狭く考えないよう促された「数学のよさ」であるが、その本質を捉えやすくするため、私なりに整理すると次の3つになる。

- ①数理的な処理のよさ
- ②統合的・発展的に考えるよさ（既習事項を活用するよさ）
- ③情意面のよさ

①は、平成元年以来、算数科の目標に入れられてきた言葉である。有用性、簡潔性、一般性、正確性、能率性、発展性など機能面のよさと考えられる。

②は、算数の本質に迫るよさと考えられる。算数・数学は学習内容の系統性が明確で、その学習内容自体が統合的・発展的に組み立てられている。言い換えれば、統合的・発展的に考えると学習内容を創り出していくことができる。また、子どもたちはゼロベースではなく、既習の知識・技能（既習事項）をもっており、既習事項を活用して問題解決することで思考力・判断力・表現力等の資質・能力を育成することが期待できる。

③は、子どもが数量や図形に美しさや不思議さを感じたり、感動したりすることである。

便宜上「数学のよさ」を3つに整理したが、①②③は互いに関連しており、明確に区別できないところもある。また、算数の学習に主体的に取り組む原動力となる点では共通である。私が、3つの中で「数学のよさ」の本質であり、指導の重点と考えるのは②の「数学のよさ」である。それは、「習ったことを使えばできそうだ」「やはり、習ったことを使えばできた」と子どもが日々の授業の中で感じ取り、子ども自らが

学習内容を体系化していくことが可能であり、育成すべき資質・能力の中核である思考力・判断力・表現力の育成に強くつながるものであると考えるからである。

3. 子どもが「数学のよさ」を実感するための方策

(1)「気付く」と「実感する」ことは同じか

『「数学のよさ」に気付く』という言葉と『「数学のよさ」を実感する』という言葉がある。両者は似ているが異なるものと考えたい。小中学校の算数・数学科の具体的な目標の部分には次のような記述がある。

小学校算数科	数学のよさに <u>気付</u> き
中学校数学科	数学のよさを <u>実感</u> し
高等学校数学科	数学のよさを <u>認識</u> し

(下線：筆者)

中学校学習指導要領（平成29年告示）解説数学編では次のように記述されている。

数学のよさを実感できるようにするためには、数学を学ぶ過程で、数学的な知識及び技能を確実に用いることができるようになったり、思考力、判断力、表現力等を発揮することによって能率的に物事を処理できるようになったり、事柄を簡潔かつ明瞭に表現して的確に捉えることができるようになったりする成長の過程を振り返るなどして明確に意識できるようにすることが大切である（下線：筆者）。

自らできるようになった成長の過程を振り返り明確に意識できるようにすることが「実感できる」の条件であると読み取ることができる。また、高等学校学習指導要領（平成30年告示）解説数学編では次のように記述されている。

数学のよさを認識するためには、数学を学ぶ過程で、数学的な知識及び技能を確実に用いることができるようになったり、思考力、判断力、表現力等を発揮して適切かつ能率的に物事を処理できるようになったり、事象を簡潔・明瞭に表現して的確に捉えることができるようになったりする成長の過程を適宜振り返るなどして自覚することが大切である（下線：筆者）。

自らできるようになったことを適宜振り返り自覚することが「認識する」の条件であると読み取ることができる。また、小学校学習指導要領（平成29年告示）解説算数編では、次のように記述されている。

学習の過程と成果を振り返り、よりよく問題解決できたことを実感する機会を設けることが大切である。よりよく問題解決できたことを実感するには、児童自らが実際によりよい方法で問題解決することで初めて実感できる（下線：筆者）。

このように、子どもが「数学のよさ」を実感するためには、成長の過程を振り返る、学習の過程を成果を振り返ること、児童自らが実際によりよい方法で問題解決することが不可欠であることが分かる。話し合いで友達の考えを聞いて「数学のよさ」に気付くことはできても、それだけでは「数学のよさ」を実感することはできないのである。

（2）子どもが「数学のよさ」を実感するための留意点

「数学のよさ」は知識として覚えさせることがねらいではない。子どもは活動を通して学ぶ。子どもが数学的活動の中で自ら「数学のよさ」を見だし、自力解決や話し合いの中で「数学のよさ」に気付き、子ども自ら適用題を解くこ

とで「数学のよさ」を実感していく過程を大切にしたい。

2（2）①で「数学的な見方・考え方が数学のよさの根底にある。」という言葉があった。「数学的な見方・考え方」を働かせることも「数学のよさ」であると考えることができる。単元や本時で大切にしたい子どもが働かせ、豊かで確かに育てたい「数学的な見方・考え方」は何か明確にすることを重視したい。

（3）授業提案のテーマと授業構想

「面積の公式を活用して面積の求め方を考え、新たな面積の公式を創り出す授業」

①単元名 5年「面積」

②単元目標

○底辺と高さの意味を理解し、公式を用いるなどして三角形や四角形の面積を求めることができる。 【知識・技能】

○既習の面積公式をもとに、三角形や平行四辺形などの面積を工夫して求めたり、公式を創り出したりすることができる。

【思考・判断・表現】

○既習の面積公式をもとに、三角形や平行四辺形などの面積の求め方や公式を進んで見いだそうとする。自ら適用題を解くことができたこと、学習の過程や自らの成長を振り返り、既習事項を活用するよさや数理的な処理のよさなど「数学のよさ」を実感することができる。 【主体的に学習に取り組む態度】

③単元の指導計画（全13時間）

第一次 三角形の面積（3時間）

第二次 平行四辺形の面積

第1時 平行四辺形の求積の仕方 【本時①】

第2時 平行四辺形の面積公式の創出と適用 【本時②】

第3時 高さが外にある三角形や平行四辺形の求積

第三次 台形・ひし形の面積（3時間）

第四次 面積の求め方の工夫（2時間）

第五次 面積と比例（1時間）

第六次 学びのまとめと振り返り（1時間）

④指導の工夫

○学びの足場づくり

第4学年で長方形や正方形の求積公式を基にL字型の面積の求め方を考える学習、平行四辺形やひし形の対角線で三角形に分割する学習、第5学年で三角形の内角和を基に四角形や五角形の内角和の求め方を演繹的に考える学習を意識して指導し学びの足場づくりをしておく。これにより、学び方を生かしやすくする。

○単元構想の工夫

「統合的・発展的に考えるよさ（既習事項を活用するよさ）」を味わいやすくするために、三角形→四角形→五角形…と発展的に求積していく単元構想を工夫する。これにより、図形の内角和を求める学習展開（三角形→四角形→五角形…）での学び方を生かしやすくする。

○公式を創り出す数学的活動の工夫

三角形、平行四辺形、台形、ひし形の面積の

求め方を振り返り、公式を創り出す活動を重視し、既習の公式をもとに新たな公式を創りだせたことを価値づけるようにする。

更に、公式を使って適用題を解く活動を取り入れることにより、公式を使うことの「数理的な処理のよさ」を実感しやすくする。

○単元の課題設定の工夫

図形の面積の求め方について既習の図形と未習の図形を同時に提示する。これにより、長方形や正方形など4年生で求積方法を学び公式も知っている図形と、三角形（直角三角形、一般三角形）や四角形（平行四辺形、台形、ひし形など）など求積方法も公式も未習である図形を区別し、「三角形や四角形の面積の求め方を考えよう」という単元の課題をつかみやすくする。

また、学習計画について話し合う活動を通して、単元の学習計画もつくるようにする。

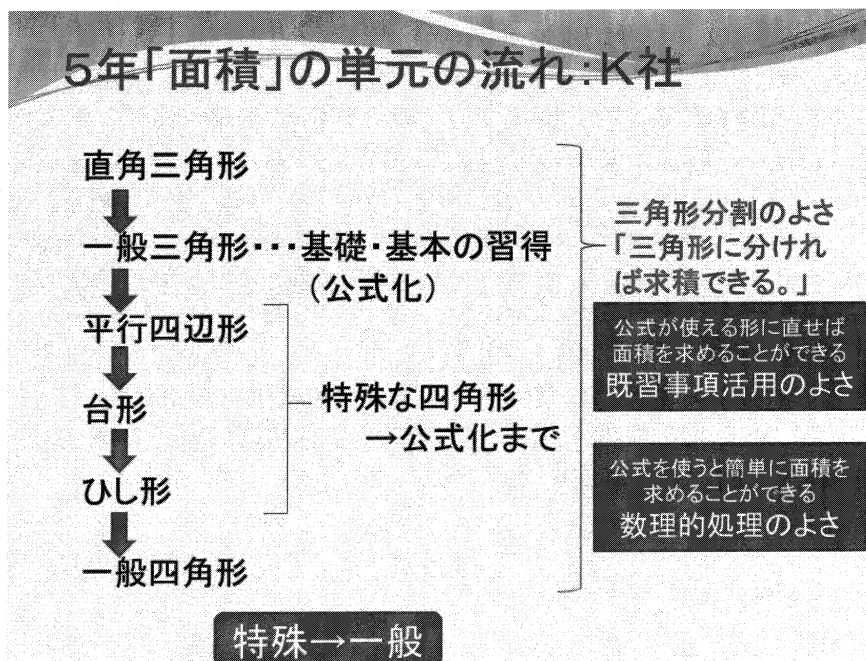


図1 「数学のよさ」を実感させる単元構想の工夫

○見通し・振り返りの視点の工夫

既習の学びと新しい学びをつなぐ視点として、まず、問題解決の見通しの際に「習ったことが

使えないか」「習った何をを使えばできそうか」を想起する活動を取り入れる。振り返り際には「今までに習ったことで使ったものは何か」「習

ったことを使ってよかったことはあるか」を想起する活動を取り入れる。これにより、「数学のよさ」に気付きやすくする。

○「数学のよさ」を実感させる工夫

本時の学習内容の「数学のよさ」に気付いてきたところで、その「数学のよさ」を試すことができる適用題を解く活動を取り入れる。これにより、「数学のよさ」を実感しやすくする。

(4) 授業の実際

① 第二次・第1時 平行四辺形の求積の仕方

【本時①】

単元の導入で学習計画をつくっていた子どもに次のように問いかけた。

T 今日どんな図形の面積を求める時間ですか？

C 平行四辺形の面積です。

C (賛成多数)

C 昨日は三角形の面積を求める公式をつけたので、平行四辺形の面積を求める公式もつくれそうです。

C (賛成多数)

ここで、平行四辺形 ABCD (図 2 のように辺の長さは示していないもの) と問題「次の平行四辺形の面積は何 cm^2 でしょう。」を提示した。

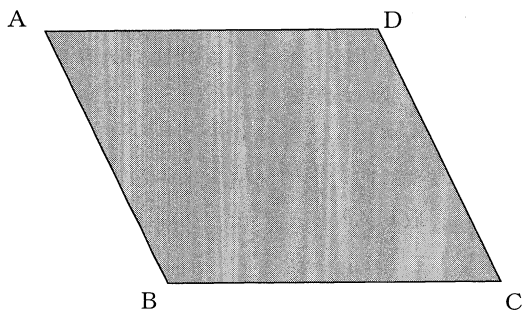


図 2 提示した平行四辺形 (辺の長さは示していない)

T 面積はすぐ求められそうですか？

C すぐには求められません。辺の長さが分かりません。

T 辺の長さが分かれば面積はすぐ求められそうですか。

C 平行四辺形の面積の求め方は習っていないので、すぐには求められません。

C 長方形や正方形、三角形の面積の求め方は習っているので、習ったことを使えば求められそうです。

C 形がこのままでは難しいので、三角形や長方形を見つけられればできそうです。

C 形を工夫すればできそうです。

C (賛成多数)

こうして、子どもと対話しながら本時のめあてを次のように決めた。

めあて
形を工夫して平行四辺形の面積の求め方を考え説明しよう。

自力解決では、次のように 1 辺 1 cm の方眼の上に平行四辺形 ABCD をかいたワークシートを使って考える活動にした。

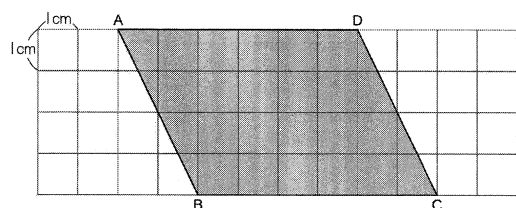
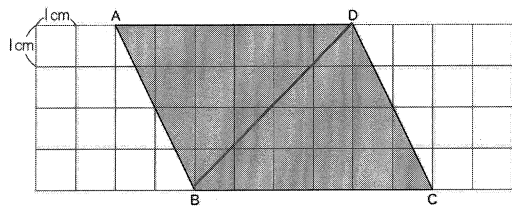


図 3 平行四辺形 ABCD をかいたワークシート

子どもは、対角線 BD で 2 つの三角形に分割したり、2 つの直角三角形と 1 つの長方形に分割したり、長方形に等積変形したりする等、平行四辺形を面積の求め方を知っている形に工夫して求積することができた。

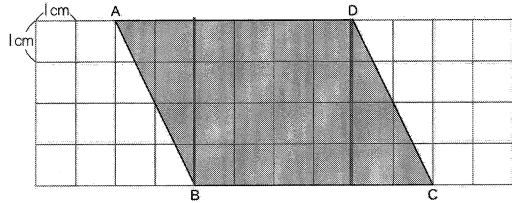
考えア 2つの合同な三角形に分けて



$$6 \times 4 \div 2 = 12$$

$$12 \times 2 = 24 \quad \underline{24 \text{ cm}^2}$$

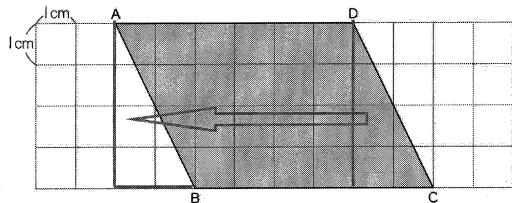
考えイ 2つの直角三角形と長方形に分けて



$$2 \times 4 \div 2 = 4$$

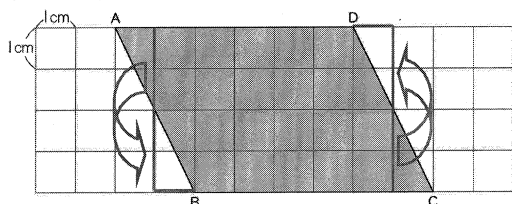
$$4 \times 2 + 4 \times 4 = 24 \quad \underline{24 \text{ cm}^2}$$

考えウ 長方形に直して



$$4 \times 6 = 24 \quad \underline{24 \text{ cm}^2}$$

考えエ 長方形に直して



$$4 \times 6 = 24 \quad \underline{24 \text{ cm}^2}$$

話し合いでは、まず、図と言葉と式を結び付けることと、それぞれの考えに名前を付けることに留意し、考えがみんなに分かるまで話し合うようにした。

次に、それぞれの考えの共通点について話し合い、どの考えも習った面積の求め方を使って

いること、習った三角形や長方形の公式を使っていることに気付くことができた。

次の時間には平行四辺形の公式を創り出すことを確認して授業を終えた。

② 第二次・第2時 平行四辺形の面積公式の創出と適用【本時②】

前時の学習で取り上げた4つの考えを提示し、次のように問いかけた。

T 今日は何をする時間でしたか？

C 平行四辺形の公式を創り出す時間です。

T すぐ公式は創れそうですか？

C (しばし沈黙の後) 三角形の公式を創ったときと同じようにすればよいと思います。

C 三角形の公式をつくったときは、まず、三角形のどの長さを使っているかを見つけました。今日も同じようにすればよいと思います。

C (賛成多数)

T では、平行四辺形のどの長さを使って計算しているのか見つけてみましょう。

子どもたちはどの考えも平行四辺形の「底辺」と「高さ」に当たる部分の長さを使っていること、その2つの数をかけて面積を求めていることに気付くことができた。どちらの数を先にするか問いかけると、三角形の面積を求める公式と同じように、底辺が決まってから高さが決まるから底辺を先にする方がよいと気付くことができた。また、三角形の公式と平行四辺形の公式を比べて、「底辺×高さ」が共通であることに気付くことができた。

平行四辺形の公式を創り出したところで、いろいろな平行四辺形の面積を求める適用問題を解く活動を取り入れ、その後で次のように問いかけた。

T 平行四辺形の公式を使ってどうでしたか？

C 1つのかけ算の式の計算で求められるので簡単でした。

- C 底辺と高さが分かればすぐ計算で求められます。
- C 底辺と高さとななめの辺の長さがある問題は注意しないといけなかったです。最初は式を間違えてしまいました。

本時の学習を振り返り、感想を尋ねると、「平行四辺形の公式を創り出すことができました。」
「三角形や長方形の公式を使って考えて、平行四辺形の公式を創り出すことができました。」などと発言してきた。習った三角形や長方形の求積公式を使って新しい平行四辺形の公式を創り出すことができたことを称揚し、価値付けて本時を終えることができた。

4. 終わりに

5年「面積」単元は、単元の課題をつかみ、既習事項を活用するよさや数理的な処理のよさ等の「数学のよさ」を実感しやすい単元だと考える。それは、求積する図形を教材研究すると、三角形の面積の公式さえ覚えていれば、四角形も五角形も三角形に分割して求積することができるからである。三角形を基に考える学び方を経験するのは本単元が初めてではない。第4学年において、L字型の面積を求める際に既習の長方形や正方形の求積公式を活用したり、平行四辺形やひし形を対角線で三角形に分割したり、第5学年において、図形の内角和を求める学習で、どんな三角形も内角和は 180° であることを活用して、演繹的に四角形や五角形の内角和を求める学習を経験してきている。学んだ学び方や図形の見方・考え方を足場として、「面積」の学習にも転用できると考える。

確かに、平行四辺形や台形、ひし形の公式を覚えていれば、手際よく求積することはできる。しかしながら、資質・能力重視の時代、使える知識・技能を習得することや既習事項を活用すること、新たな知識・技能を創り出すことが重要である。このことを考えると、三角形の求積

公式を基盤とした単元で、新たな知識・技能を創り出す経験は子どもにとって貴重な学びになると考える。5年「面積」単元は長方形への等積変形のしやすさから三角形ではなく平行四辺形から先に面積の求め方を考える単元構想もある。しかしながら、資質・能力重視のこの時代では三角形から面積の求め方を考える単元構想の方が望ましいと考える。それは、統合的・発展的に考えるよさ（既習事項を活用するよさ）という「数学のよさ」を味わい、思考力・判断力・表現力という資質・能力を育成することが期待できるからである。平行四辺形や台形、ひし形の公式を忘れたときは、実際に三角形分割の考え方で求めることで、「少なく覚えてたくさん考える」という算数の本質に触れることができるのではないだろうか。

【参考・引用文献】

- 1) 清水静海 (2015), 初等教育資料 平成 27 年 9 月号, 東洋館出版社
 - 2) 清水静海ほか (2020), わくわく算数 5, 啓林館
 - 3) 中央教育審議会 (2016), 幼稚園, 小学校, 中学校, 高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について (答申)
 - 4) 文部科学省 (2017), 小学校学習指導要領 (平成 29 年告示), 東洋館出版社
 - 5) 文部科学省 (2017), 小学校学習指導要領 (平成 29 年告示) 解説算数編, 日本文教出版
- (令和5年3月3日 受理)