氏　　　名	Wah Wah
授与した学位	博　士
専攻分野の名称	理　学
学位授与番号	博甲第　　　６７１２　　　号
学位授与の日付	２０２２年　９月　２２日
学位授与の要件	自然科学研究科　　　　　　　　　　学際基礎科学専攻 （学位規則第４条第１項該当）
学位論文の題目	Traveling Front Solutions to Reaction-Diffusion Equations and Their Robustness for Perturbation on Reaction Terms （反応拡散方程式における進行波解とその反応項への摂動に対する剛健さ）
論文審査委員	教授　　谷口　雅治　　　　教授　　大下　承民　　　　准教授　田口　大

学位論文内容の要旨

This thesis is concerned with the existence of traveling front solutions to nonlinear reaction-diffusion equations under perturbation. Traveling front solutions have been studied for reaction-diffusion equations with various kinds of nonlinear terms. One of the interesting subjects is their existence and non-existence of them. In this thesis, we proved that, if a traveling front solution exists for a reaction-diffusion equation with a nonlinear term, it also exists for a reaction-diffusion equation with a perturbed nonlinear term. In other words, a traveling front is robust under perturbation on a nonlinear term. In this thesis, the following results are included.

Result 1: A traveling front of a nonlinear reaction-diffusion equation is robust under perturbation by assuming the derivative of the reaction term being negative at stable rest state 1.

Result 2: A traveling front of a nonlinear reaction-diffusion equation is robust under perturbation by assuming the derivative of the reaction term being negative at stable rest state 0.

Result 3: The traveling fronts to reaction-diffusion equations for bistable or multistable nonlinear terms are robust under $C^1[0, 1]$ perturbation.

More precisely, the robustness of traveling fronts is illustrated by the graphs based on the phase plane analysis. The existence of a traveling profile (c, U) to the corresponding profile equation is an open problem if one assumes the existence of a standing assumption profile (c_0, U_0) without assuming the stable rest state at 1 and just assumes the C^1norm of difference of reaction terms is small enough. It is our main assertion and is a new perspective on the existence of traveling fronts to nonlinear reaction-diffusion equations under perturbation.

論文審査結果の要旨

本論文は英文3章から構成されている。

第1章“Introduction to traveling front solutions and reaction-diffusion equations”においては，化学や生物学などに現れる反応拡散方程式の例とそれがもつ進行波(traveling front)について記述されている。反応拡散方程式としては非線形反応項をもつ放物型方程式で未知関数が1個のものを扱っている。この反応拡散方程式は0と1を平衡解としてもち，1は安定な平衡解であり0は安定である場合も不安定である場合もあることが述べられている。このような反応拡散方程式が与えられたときに，進行波が存在するか否かは大きな未解決問題とされている。本論文第1章においては，速度がゼロである場合に進行波が存在する必要十分条件を得ることに成功し，命題1.2として記述している。この命題1.2は，非線形反応項によって進行波が存在する場合とそうでない場合があることを例示している。

第2章“Traveling front solutions for monostable nonlinear perturbed reaction-diffusion equations”においては，反応拡散方程式に進行波が存在する場合に非線形反応項に小さな摂動を加えても進行波はなお存在するかという問題に取り組んでいる。非線形反応項の1における微分係数が負であるという仮定のもとで本論文はこの問題に対する肯定的な解答を与えた。すなわち，非線形反応項への摂動の台が(0,1]に含まれるならば，進行波はこのような摂動に対して頑強(robust)に存在し続けることを数学的に厳密に証明した。

第3章“Traveling front solutions for bistable or multistable nonlinear perturbed reaction-diffusion equations”においては，非線形反応項の0と1における微分係数がどちらも負である「双安定な」反応拡散方程式における進行波の存在が議論されている。このとき，反応拡散方程式に進行波が存在する場合，非線形反応項に微小な摂動を加えてもなお進行波は存在することが証明されている。

以上のように本論文は，反応拡散方程式における進行波が非線形反応項への摂動に対して頑強であることを示したもので，理学上貢献すること大である。よって本論文は博士（理学）の学位論文として十分に価値のあるものと認める。