岡山大学算数・数学教育学会誌
『パピルス』第 25 号（2018 年）23 頁～ 28 頁

問題解決力を高める批判的思考を促す授業の工夫

山野　定寿＊

要　約

本研究の目的は，問題解決力を高める批判的思考力を養う授業づくりの工夫を，授業実践を通して検証し，示すことである．そのために，まず道田（2001，p103）の批判的思考のプロセスとモデルに注目した．また，全国学力学習状況調査にみられる割合の課題を分析し児童が陥りやすい誤りを考察した．次に，そのモデルや割合の課題を基に，授業の導入から誤りを複数持つ反例を児童に示し，批判的な思考活動を促し，問題解決の見通しを持たせるとともに，誤りの本質に迫らせ，新たな問題解決の方略を習得させる授業実践を試みた．

その結果，パフォーマンス評価やプロトコルに基づく批判的思考の図化により，児童は批判的思考のプロセスを自他の方法に対し繰り返し，新たな問題解決の方略を習得したことが分かった．

キーワード：　批判的思考のプロセス・モデル　複数の誤りの反例　　割合　　全国学力学習状況調査

1　研究の目的

新学習指導要領は，教科主義による「知識・技能」の習得重視の立場から，思考力・表現力といった社会参加に主眼を置く「能力主義」にシフトする（岩崎，2012）．能力主義では，教科等を横断する「汎用的スキル」の育成が求められる．

汎用的スキルには，問題解決力や論理的思考力などあるが，その能力を機能させる能力として「批判的思考力」が挙げられる．「批判的思考力」は，「２１世紀型能力」の中でも，中核的な位置を占める（Griffin,P. McGaw,B. & Care,E.，2012）．

算数教育においても，例えば「数学的に表現・処理したことを振り返り，批判的に検討しようとする態度」（清水，2016，p130）の育成は重要で，それを養う授業づくりが課題であると考える．

そこで，本研究の目的は「批判的思考を促し問題解決力を高める授業の工夫」を，理論研究を基に構想し，授業実践を通して検証することである．

2　批判的思考と批判的思考モデル

(1)　批判的思考の考え方

「批判的思考（critical thinking）」は，50 年以上前からアメリカを中心に研究が行われてきた（Ennis，1985　など）．日本では，「自ら学び，自ら考え，主体的に判断する力」が学校教育において叫ばれるようになり，重要視されるようになった（道田，2001，p99）．

＊岡山県真庭市立北房小学校

道田は「批判的思考」を，「見かけに惑わされず，多面的にとらえて，本質を見抜くこと」（2001，p103）と簡単に定義する．この定義は，非常に分かりやすく，この定義に基づき授業を構成しやすい．

そこで，本稿では，この道田の定義を，批判的思考と考え，授業を構成することにする．

(2)　批判的思考モデルの批判的考察

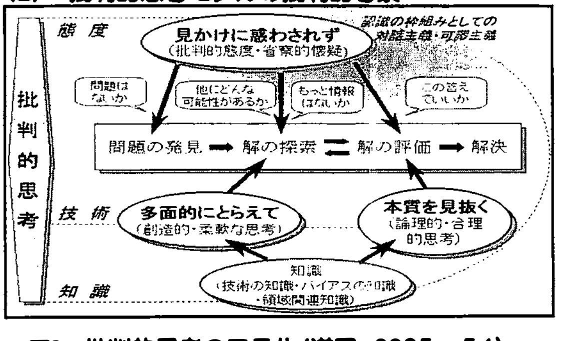


図1　批判的思考のモデル（道田，2005，p54）

道田（2001，p103）は，独自に「問題の発見—解

の探索—解の評価—解決」の批判的思考のプロセスを構成し，批判的思考のモデルを作成している（図１）．

この批判的思考モデルは，問題解決の授業を想定して，批判的思考のプロセスや具体的な要素を構成してあり，児童に批判的思考を促すのに適したモデルである，と考える．さらに，このモデルは，問題解決の過程で，自他の方法の誤りに気づき，簡単・的確・明瞭等の観点をもとによりよく修正したり，新たな解き方を見つけたりする際にも生かされる思考モデルであると考えられる．

しかし，道田の批判的思考のプロセスには，見つけた「問題の発見」自体の誤りに気づき，新たに解の再探索を行う過程が見受けられない．複数の問題がある場合，「問題の発見」を繰り返したり修正したりする必要があると考えられる．

そこで，問題解決の過程に対応した批判的思考のモデルに，「問題の再発見」の過程を加えた，批判的思考力を育てる授業方法を考えることにする．

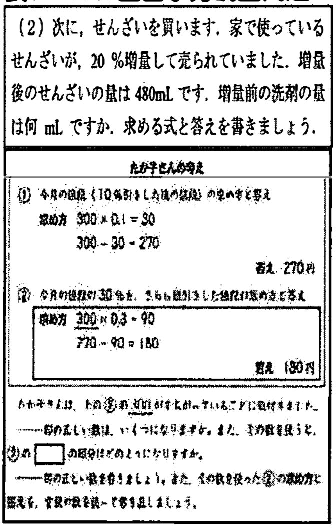
3　批判的思考と割合の課題

(1)「割合」を取り上げる理由と課題

新学習指導要領(2017)では，割合が重視され４年生から指導されることになった．

割合は，これまでの学力調査を始め，PISA 調査でも，その概念的理解（非定型問題）が日本の弱点と指摘され続けている（藤村 2012，pp.26-27）．

表1　2015全国学力調査問題


(2) 次に，せんざいを買います．家で使っているせんざいが，20 %増量して売られていました．増量後のせんざいの量は 480mL です．増量前の洗剤の量は何 mL ですか．求める式と答えを書きましょう．

求め方　300 × 0.1 = 30
300 − 30 = 270
答え　270円

求め方　300 × 0.3 = 90
270 − 90 = 180
答え　180円

例えば，2015 年度の全国学力学習状況調査算数 B では，割合において「割増の場合の比の第３用法」（正答率 13．4 %）と「倍（割引）の倍（割引）の問題」が出題された（表１）．これらの出題は，多様な問題解決の方略の理解を，国が求めていることを示している．例えば，割増の第３用法（表１上）は，割増量を一旦第２用法で求める２段階でしか解けない児童には，困難な課題である．関係図と対応させ，割合を（１＋p）と捉え，480 ÷(1 ＋ 0．2)の１段階や□×(1 ＋ 0．2)＝ 480 の問題解決方略も身につけさせたい（以降割合を p，q で表す）．

したがって，比の第三用法をはじめ，割合の和や差，積を用いる様々な問題に対して柔軟に表現できる力成は重要で，その力を有効に働かせる「見かけに惑わされず，多面的に捉え，本質を見抜く」批判的思考力の育成を目指したい．

(2) 2015年度全国学力調査に見る批判的思考

表１下は「割引の割引」の問題で正答率が 51．3 %である．この問題の趣旨は「示された割引後の値段の求め方の中から誤りを指摘し，正しい求め方と答えを言葉や数を用いて記述できるかどうかをみる．」で，指導に当たって，「考えを批判的に考察し，考えの妥当性を評価するとともに，それを基に考えを表現し直すことができるようにする．（下線は筆者）」(国立教育政策研究所，2015，p73) と批判的に考察する必要性を述べる．

問題は基準量の間違いの修正と，正答を求める説明が要求される．すなわち，解の評価に基づく，解の探索である．「解答累計と反応率」を見ると，無回答率は，12．7 %にも上る．解答の一部の修正にかかわらず，無回答率の高さは，深刻である．

また，この問題のように他者の解答に誤った部分を見出し，修正する批判的態度の育成はきわめて重要であり，これを授業改善の柱にする．

(3) 授業で扱う誤答提示の内容の設定

①予想される児童の誤答の分類

表１下を参考に図２⑤割引の割引の授業化を計る．

10000 円の 30 %引きの，さらに 10 %引きは，何円でしょう．

単純に計算を間違えた誤りから，概念理解の「脆さ」（平林，2007）によるものまで，多様な誤りが予想（「解答累計と反応率」(国立教育政策研究所，2015，p74 など）されるが，主な誤りを，「割引額と購入額の混同」「基準量の変更への留意」「割引きの割引を求める演算」の３つの観点で整理することにする（表２）．なぜなら，ねらいとする合理

表2　3項目による誤りの分類

×割引の引くという操作を考えていない	×基準量は1だから，変わらない	① 10000 × 0.3=3000 10000 × 0.1=1000 3000 + 1000 = 4000
	○基準量は変わってもよい	② 10000 × 0.3=3000 3000 × 0.1 = 300
	○割引の割引場合の割合は，かけ算	③ 10000 × (0.3 × 0.1) = 300
○割引の引くという操作を考えている ＊(1-p)も可	×基準量は1だから，変わらない	④ 10000 × 0.3=3000 10000 − 3000 = 7000 10000 × 0.1 = 1000 7000 − 1000 = 6000
	×割引の割引場合の割合は，たし算	⑤ 30 + 10=40％ 10000 × 0.4=6000 ⑥ 10000 × 0.3=3000 10000 × 0.1=1000 10000 − (3000 + 1000) = 6000

的方法が「基準量×(１－割引率)×(１－割引率)」で，先の３観点が重要であるからである．

予想される児童の誤りは，まず，割引額と購入額を混同し，比較量を求めるのはかけ算という理解に基づき，割引いた額に割引率をかける演算を行い，それを解と考える誤った演算が②③である．

次に，基準量の変更に留意せず，割引の割引を割合（割引額）のたし算という考えに基づいた誤った演算が⑤⑥である．同様に，基準量はいつも１で，変わらないという理解に基づいて，表２のように，割引いた結果，基準量が変わることを捉えていない誤った演算が①④である．この誤りは，調査問題（表１）の「解答累計と反応率」（国立教育政策研究所，2015:74）を見ると，基準量が変わらないと答えた割合が，５％以下で出現率は低いが，誤りの本質であり重要と考える．

②児童に批判させる複数誤答問題の設定

授業の目標は「基準量(定価)×（割引率×割引率）＝割引額」や「基準量(定価)×｛1 －（割引率＋割引率)｝＝購入額」の児童の確信を，基準量の変化に気づかせ「基準量(定価)×（１－割引率）×（１－割引率）＝購入額」「基準量(定価)－基準量(定価)×割引率(1)＝購入額(1)　購入額(1)－購入額(1)×割引率(2)＝購入額(2)」に転換させることである．

しかし，２つを別々に扱う必要はない．「倍の倍はかけ算」であることを想起させ，後者の確信の克服を計る中で，前者の誤答が出現すれば，「１－割引率＝購入率」であることを思い出させ，前者の確信を転換させれば良いと考えるのである．

実際に，児童の実態として，「割引率×割引率＝割引の割引率」の誤りより，「割引率＋割引率＝割引の割引率」と考える誤りの方が圧倒的に多い．

そこで，導入から「割引率＋割引率＝割引の割引率」と考える基準量の変更の誤りと，割引問題なのに割引率をかけて出てくる解が，割引額なのか購入額か混同し区別がつがない誤りの，２つの誤りを持つ問題（図２）を提示することにした．

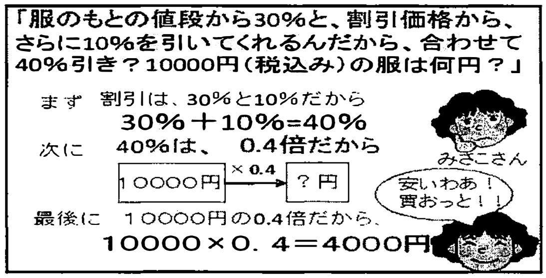


図2　児童に批判させる複数誤答問題

4　授業の実際

この授業は，前任校の岡山県真庭市立Ｍ小で行った授業である．授業者は筆者で，プロトコルは，ビデオテープによるものである．

授業のねらいは「『割引の割引』は，基準量が変わり，１－ｐ（割引率）を用い２段階で問題解決したり，（１－ｐ）×（１－ｑ）を用い１段階で問題解決したりできることを理解する．」である．

(1)問題の内容を理解する．

図3　お店の広告

以下，授業の流れを記述する．C，T に続く斜体の記述はそれぞれ児童，教師の発言である．

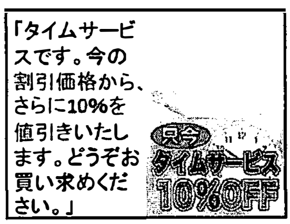


図4　割引の割引

まず図３のお店の広告を，児童に見せる．

Cn　結構安くなっとる．

T4　すると，お店の人が，タイムサービスです．今の価格から，さらに10％割り引きます．」

図４を見せ，「割引のさらに割引」の問題であることを確かめ，本時のめあてを児童と考えた．

【めあて】

もとにする数に気をつけて，割引の割引の問題の簡単な解き方を説明しよう．

(2) 誤答を批判し，解き方の見通しを持つ．

先の典型的な誤答を２つ入れた間違った考えを児童に提示し（図２）導入から批判を促した．

T　このみさこさんの考えは正しいかな？

C1　4000 円は割り引いてくれた額だから，10000 − 4000 で6000 円だと思う．(Cn　賛成.)

C2　30 %引いたものの 10 %引きだから，たし算をするのはおかしいです．

C　私はC1 に賛成で，みさこさんは引くのを忘れているんだと思います．(Cn　いいです.)

割合同士をたすことがおかしいという意見に賛成する児童は２名で，19 名の児童は，「割引額と購入額の混同」に惑わされ，割合同士をたすことが誤りの可能性を懐疑的に評価しなかった，と考えられる．そして，*C1* の意見に賛成の立場で話し合われ，児童には，もう正解が出たという自信満々の表情が見られた．

T　6000 円で間違いない？レジ行くよ．

レジで支払うことを想定し，図５を児童に提示し 6000 円でないことを伝えた．

図5　レジの支払い

Cn　ええ．6000 円じゃないの？どうして？

Cn　まだ間違いがあるんかな？（口々に）

児童は間違いは１つだと思い込む傾向が強い．そこで，答えを知らせ，反省的に自身が発見した問題自体の再発見と解の再探索を促した．

T　じゃあ，C5 のようにたし算するのはどう？

C　やっぱり，30 %と 10 %をたすのはおかしいと思う．だって，２倍の３倍は６倍だったから．

C　賛成，前勉強した倍の倍はかけ算だったが．

購入額を 6000 円と確信していた児童は，*C2* の意見の再評価に迫られ，誤答である「30 %＋ 10 %＝割引率」の問題の再発見をし始めた．

既習の倍（割合）の倍（割合）がかけ算を根拠に，「30 %＋ 10 %」のたし算がおかしいことに，改めて気付きはじめたところ（見通し）で，解の再探索（自力解決）を促した．

(3) 解の探索を行い，多様な解き方で問題を解く．

児童の自力解決時に用意したのが，ヒントカードである（図６）．ヒントカード１は１名が用いた．まず割引いた 30 %分の額を求め，定価から引く．次に，30 %引いた額から，さらに 10 %分の額を求め，購入額を求める既習の方略である．ヒントカード２は児童に２名が用い，ヒントカード３と４は，30 %引きが（1 − 0．3）で 70 %で買え，10 %引きが（1 − 0．1）で 90 %で買えるという方略であり，それを４名（カード１・２重複２名），ヒントカード４を２名が用いた（図７）．

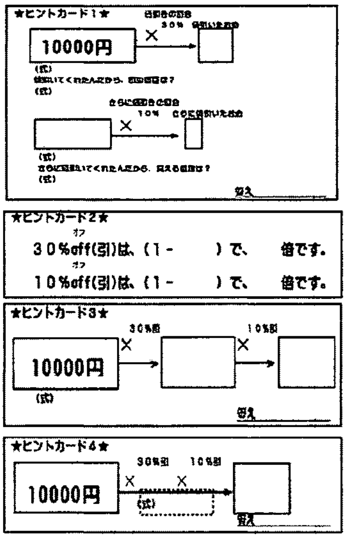


図6　ヒントカード

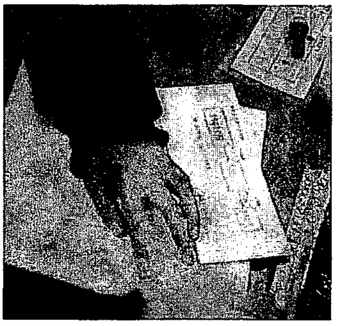


図7　ヒントカードで考える児童

児童の解決方法は，次の３通りであった．

① 10000 ×=0．3 = 3000　10000 − 3000 = 7000
　7000 × 0．1 = 700　　7000 − 700 = 6300

② 10000 ×（1 − 0．3）= 7000
　7000 ×（1 − 0．1）= 6300

③ 10000 ×（1 − 0．3）×（1 − 0．1）= 6300

しかし，この解の探索の過程では，

◆ 10000 × 0．3=3000　3000 × 0．1=300

◆ 10000 ×（1 − 0．3）= 7000　7000 × 0．1=700

といった割引額（率）と購入額（率）を混同する児童もいた．正解は 6300 円で，求めた値段（3000 や 700）が値引き額か購入額か考えさせるととも

に，0．1が割引率か購入率か，解の再評価や解の再検索を机間指導で，それぞれ個別に促した．

(4) 間違いの原因を反省的に明確にし，評価し合う．

自力で考えた方法を班の人に紹介し合っている間に，児童を指名し，黒板に解き方を書かせ（図8），全員での解の評価の準備を行った．

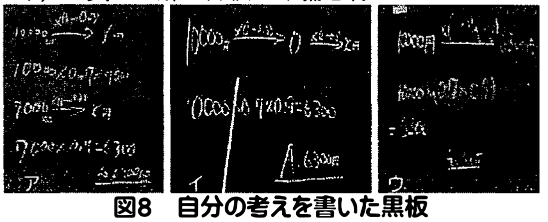


図8　自分の考えを書いた黒板

アの解き方の説明では，図も式も２段階だが，0.9倍の基準量が7000円に変わることに注目させた．

T　どうして，この２つめの式は10000 ×0.9 じゃあないの？

C　30 %引いてくれたお金の0.9 倍だからです．

C　10 %引きは7000 円の10 %引きだからです．

イの方法の図の構造は２段階だが式は１段階で，ウと同じである．しかし，ウの児童は先に割合の×（0．7 × 0．9）をする立式をし，説明した．

全体で個々の方法の評価を反省的に再度行わせ，確信の×（ｐ＋ｑ）の間違いの理由を確認した．

T　みさこさんの考えは何が違ったの？

C　ひかなかったことと割合をたした２つ．

T　どうして割合をたしたらいけないの？

C　10 %引きは，30 %引きした7000 円から引くのに，10000 円の10 %引きをしている．

T　すごい，どういうこと？

C　10000 円の 30 %引きと 10 %引きになっている．() を取ると10000 ×0．3 と10000 ×0．1 だから．(T　ほうすごい．)

C　30 %＋10 %で40 %引きをすると60 %になるけど，かけ算で0．7×0．9 で63 %だから．

始め児童は，複数の誤答で「見かけに惑わされた」が，割合の割合は基準量が変わることを思い出し（図２），誤答の本質となる「30％＋10％＝割引率」の間違いの理由を見抜いた．

次に，それぞれの解き方を関係図や式表現を多面的に比べさせ，×（1－ｐ）や×（1－ｐ）×（1－ｑ）の考えを用いるよさに迫った．

T　じゃあ，どの解き方が簡単に見えるかな？

C　左は意味が分かるけど，図や式が多い．

C　真ん中は，途中に○を入れているけど，6300円を出すなら，○はいらないから，右が簡単．

C　右の(1 －0．3)の0．7 倍と(1 －0．1)の0．9 倍で 0．63 倍をするのがいい．10000 の 0．63 倍で考えられからです．（Cｎ　いいです．）

評価の観点を「表現の簡単さ」にして，図や式を多面的に評価させ，図８のイとウの式が簡単なことに合意させ，図の工夫と１－ｐを評価した．

(5) 習熟・発展問題で「確信」の克服をし，深める．

習熟・発展問題で，１－ｐの考えを用いるよさの念押しを目指した．問題（図９）を提示し２段階の分解式と１段階の総合式を考えさせた．

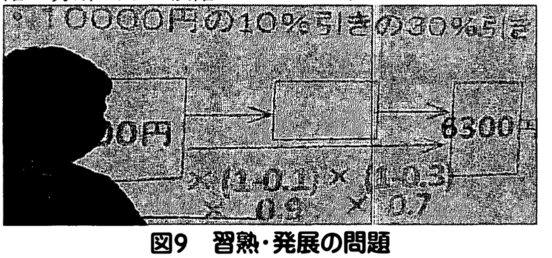


図9　習熟・発展の問題

T　なぜ30 %引きの10 %引きと10 %引きの30 %引きは引く順番が違うのに同じ値段なの？

C　0．7×0．9 も0．9 ×0．7 も0.63 になる．

C　0．7×0．9 と0．9 ×0．7 の所を見ると，２つの式は交換法則で同じだからです．

T　値段を出さなくても割合だけで分かるね．

割り引く順番が変わっても購入率が同じで購入額が変わらないことや×（１－ｐ）×（１－ｑ）の割合で考えるよさを強調した．

5　授業の成果と課題

授業後，調査（図10）を行った．調査は，2015年度（n=14）と2016年度（n=21）である．

授業では「割引の割引」問題を考えたが，この調査問題は「割増の割増」である．期待する児童の解答の式は次の通りである（表３）．

評価基準3① 100 ×(1 ＋ 0．2)×(1 ＋ 0．2)＝ 144

② 100 ×(1 ＋ 0．2)=120　120 ×(1 ＋ 0．2)=144

①②の解き方で関係図や言葉の説明を加えてできれば評価基準３である．本時の授業の目標を達成し，既習の「割引の割引」を「割増の割増」に

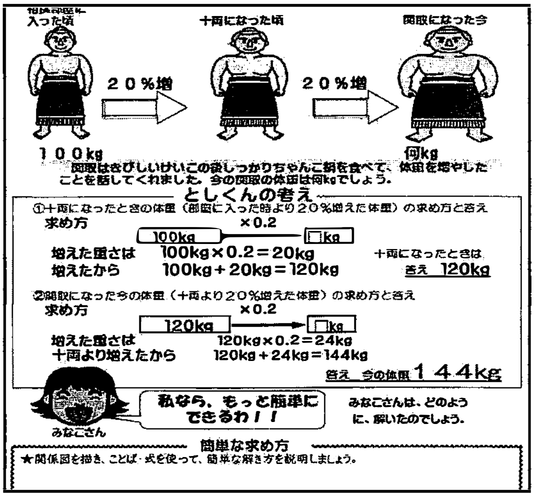


図10　児童の理解度を調べる問題

表3　方略の習得度を評価する基準(n=35)

基準	観　　点	達成率
基準3	(1+割合)×(1+割合)の考えを用いる求め方で、正答を関係図や言葉、式を用いて適切に記述する。	57
	基準量を変化させ、2段階の式で、どちらも(1+割合)の考えを用いる求め方で、正答を関係図や言葉、式を用いて適切に記述する。	28
基準2	基準量を変化させ、3段階の式で、どちらか一方のみ(1+割合)の考えを用い、正答を関係図や言葉、式を用いて適切に記述する。	3
基準1	基準量の変化を忘れたり、(1+割合)の考えを全く用いなかったり、(1−割合)の割引の考えを用いたりして誤った問題解決をしている。	9
基準0	問題解決に失敗したり、全く記述できなかったりしている。	3

適用でき，問題解決の方略を身につけたと考える．

評価基準2 ③ 100 ×(1 ＋ 0．2)＝ 120

120 × 0．2=24　120 ＋ 24=144

④ 100 × 0．2 ＝ 20　100 ＋ 20 ＝ 120

120 ×(1 ＋ 0．2)＝ 144

③④の２種の解き方は基準２に相当する解答例で，正解である．しかし，本時の目標から考えれば，割増を×(1 ＋ p)と捉えることは不安定である．そこで，ねらいに一歩達していない２とした．

評価基準1⑤ 100 ×(1 － 0．2)×(1 － 0．2)＝ 64

⑥ 100 × （0．2 ＋ 0．2）＝ 40　100 ＋ 40 ＝ 140

⑤は１の基準に相当する解答例で，授業で学習した「割引の割引」の考えを，「割増の割増」の問題にそのまま適用した例である．⑥は「割合のたし算」で基準量が変わることを理解できていない例であり，個別指導が必要な評価基準１である．

これまで実践してきた２学級（n ＝ 35）の評価基準の結果の割合は，表３の通りである．３以上が 80 ％以上で，先の全国調査の結果と比べても高く，ある程度問題解決力の向上に成果が見られた．

しかし，評価基準０または１の児童は，個別指導を行ってきたが，評価基準１の児童の中には，単純なミスの児童もいれば，×（１＋割合）の割増そのものの理解が，不十分な児童もいた．

評価基準０の児童を含めた個人指導では，割増の問題に戻り，×（１＋割合）の解き方の指導を行った．２段階 120 × 0．2=24 120 ＋ 24=144 の解き方なら分かる児童もいた．しかし，３割引なら，１－0．３で 0．７倍，３割増しなら１＋0．３で１．３倍であることは，個別的に克服できた．

倍の倍や割引問題，割増問題の徹底習熟が今後の課題である．

〈引用及び参考文献〉

Ennis,R.（1985）. A logical basis for measuring critical thinking skills. Educational Leadership, 43, 44 ～ 48

藤村宣之（2012）．「数学的・科学的リテラシーの心理学」．有斐閣．26 ～ 27

Griffin,P. McGaw,B. ＆ Care,E.（三宅ほなみ監訳）（2012）．「２１世紀型スキル：新たな学びと評価」．北大路書房

岩崎秀樹・大滝孝治・新居広平(2012)．「数学教育における目的・目標論再考」．日本数学教育学会『数学教育』．94 巻，第 11 号．26 ～ 29

国立教育政策研究所（2015）．「平成 27 年全国学力・学習状況調査解説資料　小学校算数」．73 ～ 76

平林一栄：数学教育学の居場所(niche) (2007)「新しい認識論の視座から」．日本数学教育学会誌『数学教育学論究』．88．39 ～ 47

Levy(1997)．Tools of Critical Thinking: Metathourhts for psychology.　MA: Allyn and Bacon.　,

道田泰司（2001）．「批判的思考－よりよい思考を求めて－森敏昭（編）『おもしろ思考のラボラトリ認知心理学を語る３』」．北大路書房．99 ～ 120

道田泰司(2005)．「批判的思考から研究を考える」．日本化学会情報化学部会誌．vol．23，No．2．54

清水美憲（2016）．「算数の本質に迫る『アクティブ・ラーニング』」，東洋館出版．130

（平成３０年９月２８日受理）