

博士論文

品質損失を品質評価基準とする  
計量規準型抜取検査の設計

平成30年3月

友 廣 亮 介

岡山大学大学院  
自然科学研究科

# 目次

第1章	緒論	1
第2章	Taguchiの品質損失	5
第3章	品質損失を評価基準とする計量規準型繰返グループ抜取検査	9
3.1	緒言	9
3.2	計量規準型繰返グループ抜取検査の概要	9
3.3	繰返グループ抜取検査の設計	11
3.4	$(n, c_0, c_1)$ の設計	20
3.5	抜取検査の設計パラメータの設定および評価基準	22
3.6	設計例と数値検証	23
3.7	結言	27
第4章	品質損失を評価基準とする計量規準型逐次抜取検査	29
4.1	緒言	29
4.2	Waldの逐次確率比検定	29
4.3	品質損失のもとでの尤度比の定式化	30
4.4	OC関数にもとづく計量規準型逐次抜取検査の設計	33
4.5	逐次抜取検査におけるASN	40
4.6	数値検証	42
4.7	結言	46
第5章	品質損失を評価基準とする計量規準型 Independent Double 抜取検査	55
5.1	緒言	55
5.2	Aslam <i>et al.</i> [37]の計量規準型二回抜取検査の概説	56
5.3	提案する計量規準型 Independent Double 抜取検査の検査方式	58

5.4	計量規準型 Independent Double 抜取検査の設計 . . . . .	59
5.5	計量規準型 Independent Double 抜取検査の設計手順 . . . . .	71
5.6	数値検証 . . . . .	72
5.7	結言 . . . . .	76
第6章 結論		81
参考文献		85
付録A $\chi^2_\phi(\varepsilon)/\phi$ の最大・最小		91
付録B 既知の $c$ のもとでの $\Pr\{\hat{\tau}^2 > c \tau^2\}$ の評価		93
謝辞		97

# 第1章 緒論

従来、製品の品質は不適合品の割合（不適合品率）といった計数特性に基づいて評価されてきた。この計数特性により品質を保証するための統計的品質管理技法として、計数規準型一回抜取検査 [1] をはじめとした各種抜取検査方式が規定されてきた。これら統計的品質管理技法の適用を通じて、品質改善活動への意欲が高まり、製造技術の向上とも相まって、不適合品率という品質評価基準のもとで規定された統計的品質管理技法は製品品質の向上、具体的には不適合品の発生割合を減少させることに寄与してきた。反面、不適合品率を極めて小さくすることが可能となった状況において、不適合品率を品質評価基準とする統計的品質管理技法は以前に比べて製品品質の向上に寄与するとは言い難くなってきた。すなわち、高精度での製品製造が実現している現状においては、かなり小さな不適合品率の実現されているため、従来の統計的品質管理技法が陳腐化しつつあることを意味している。

また、バブル崩壊に端を発し、近年ではグローバル化によって企業環境を取り巻く経営事情が変化したことから、正の財を直接的に生み出さない品質管理技術といったソフト面には多額の費用を掛けたくないという風潮が生じたといえる。これらにより、品質管理活動への取組みに対する企業のモチベーションは、それに費やされる費用を無駄と捉えがちになり、かつてほどの高まりを呈していない。ただし、このような風潮は、品質に関する負の財、すなわち損失・損害をもたらすような事故や事件が多く発生してきたことに関連がないとはいえない。

これらのことを勘案すると、現在の高品質での製造環境において有効な新しい統計的品質管理技法を構築することは必然の課題である。また、新しい管理技法が活用されるためには管理技法を活用することによる経済的効果を考慮することが必要である。この観点から、Arizono *et al.* [2] は、Taguchi [3, 4] によって定義された品質損失とよばれる経済的概念を含む指標を新しい品質評価基準として捉

えることを提案し、品質損失を評価基準とした計量規準型一回抜取検査の設計方法について考察した。ここで、規準型抜取検査とは、生産者側と消費者側での保護をそれぞれ規定し、両者の保護の要求を満足するように設計された検査方式のことをいう。具体的には、生産者側への保護として、合格としたいロットが誤って不合格となる確率、およびこの確率が許容されるロットの製品品質水準が規定される。同様に、消費者側への保護として、不合格としたいロットが誤って合格となる確率、およびこの確率が許容されるロットの製品品質水準が規定される。したがって、品質損失を品質評価基準とした計量規準型一回抜取検査とは、上記の生産者および消費者への保護を規定するための製品品質水準が品質損失によって規定された一回抜取検査のことである。ここに、品質損失は製品の品質特性値とその目標値との乖離に基づいて定義される。不適合品率が品質特性値の規格限界の範囲内であれば一律に適合品と判定されるのに対し、この品質損失では規格限界の範囲内であっても前述の乖離によって損失が計上される。このことは、既述のように不適合品率が減少し、高品質での製品製造が実現している現状において、さらなる品質向上を図るうえで有用であるといえる。

一方、この品質損失を評価基準とした計量規準型一回抜取検査の設計手順について、Ishii *et al.* [5] は、Yen and Chang [6] による厳密な設計手順と Arizono *et al.* [2] での近似を用いた設計手順との比較を行った。その結果、Ishii *et al.* [5] は、Arizono *et al.* [2] での近似を用いた設計方法による計量規準型一回抜取検査は十分な性能を有し、近似を適用することによって設計適用性が高くなったことを確認した。これとは別に、この新しい品質評価基準である品質損失に関する品質保証を目的とする新しい計量抜取検査による統計的品質保証方式が提案されている [7, 8, 9, 10, 11, 12]。

本論文では品質損失を品質評価基準とする統計的品質管理技法のさらなる適用性の拡大を目的として、この品質評価基準のもとでの抜取検査について考察し、経済的視点に立ったいくつかの新しい抜取検査法を提案する。本論文での構成を以下に述べる。

第2章では、本研究で提案する抜取検査における品質評価基準である品質損失について概説する。また、品質損失の推定量について、その統計的性質についても議論する。くわえて、工程の状態を評価する指標である工程能力指数や工程損失指数との関係についても説明する。

第3章では、品質損失のもとでの計量規準型繰返グループ抜取検査の設計問題について考察する [13, 14]。検査に要するサンプル数に関して、一回抜取検査でのサンプル・サイズからの削減を目的として、繰返グループ抜取検査が Sherman [15] により考案され、近年でも盛んに研究成果が報告されている。この点に鑑み、Arizono *et al.* [2] による品質損失に関する品質を保証する新しい計量抜取検査の実用性の拡張を考慮して、品質損失に基づく計量規準型繰返グループ抜取検査の設計問題について考察する。また、数値例を通じて、構築した検査方式の特性やその有用性についても検討する。

第4章では、計量規準型逐次抜取検査について考察を行う [16, 17]。第3章で考察した繰返グループ抜取検査とは別に、逐次抜取検査が存在する。この逐次抜取検査では、サンプルを1つずつ抜取り、それまでに得られたサンプル・データと併せて判定を行うことが特徴である。そのなかで、Wald の逐次確率比検定に基づく逐次抜取検査は、各種抜取検査において平均的に必要なサンプル数を最小にすることが知られている [18, 19]。したがって、サンプル数の観点から、逐次抜取検査は最も経済的な検査方式といえる。このことを踏まえ、品質損失を品質評価基準とした計量規準型逐次抜取検査について検討する。また、検査方式の設計手順を明らかにし、数値例を通じて計量規準型逐次抜取検査の運用方法やその特性を例示する。

第5章では、計量規準型 Independent Double 抜取検査について議論する [20, 21]。第3章で考察した計量規準型繰返グループ抜取検査および第4章で考察した計量規準型逐次抜取検査では、検査での判定において、常に検査続行領域を有し、検査回数の上限が規定されていない。そのため、ロットの合否を判定するまでに必要な検査回数が増大する可能性が否定できない。一方、検査回数に上限が設定されている検査方式として、多回抜取検査が存在する。この多回抜取検査のうち、最も単純な二回抜取検査では抜取回数はたかだか2回で済むことから、検査回数の増大に対する不安感をもつ実務家に対して安心感が与えられる。ただし、一般的な二回抜取検査において、2回目のサンプリングでは1回目のサンプル・データと併せて合否が判定されるため、その設計は容易でない。そこでこのことを踏まえて、1回目の判定では検査続行を許容し、2回目のサンプル・データに対して、1回目のサンプル・データに依存しないに合否判定を確定させる検査方式として、計

量規準型 Independent Double 抜取検査を新たに提案する．また，この計量規準型 Independent Double 抜取検査の設計方法を明らかにする．くわえて，設計した検査方式について平均的に必要な検査回数についても評価を行い，先に提案した計量規準型繰返グループ抜取検査および計量規準型逐次抜取検査との比較を行う．

最後に，第 6 章にて各章の内容を要約し，まとめとする．

## 第2章 Taguchiの品質損失

製品の品質特性値  $x$  が正規分布  $N(\mu, \sigma^2)$  に従うものとする。このとき、Taguchi [3, 4] により提案された損失の概念では、設計品質が  $\mu_T$  である製品 1 個あたりの製品品質による損失の期待値は

$$E[k(x - \mu_T)^2] = k\{(\mu - \mu_T)^2 + \sigma^2\}$$

として計上される。ここに、 $k$  は製品の機能限界により規定される損失係数である。このとき、 $k$  は定数であり、一般性を損なうことなく  $k = 1$  とすることができるので、製品 1 個あたりの期待品質損失を

$$\tau^2 = (\mu - \mu_T)^2 + \sigma^2 \quad (2.1)$$

として表すことができる。

式 (2.1) で与えられる期待品質損失  $\tau^2$  が小さいほど製品品質は優れていると考えることは一般的である。これにより、この  $\tau^2$  は品質の評価基準として捉えることができる。以後、この  $\tau^2$  を単に品質損失と称する。また、式 (2.1) からわかるように、同じ  $\tau^2$  を与える  $(\mu, \sigma^2)$  の組合せが無数に存在することに留意されたい。ここに、品質損失  $\tau^2$  により検査対象ロットの品質を評価するにあたり、ロットからランダムにサンプリングした製品品質値に基づき品質損失  $\tau^2$  の推定量  $\hat{\tau}^2$  が求められる。

$\mu$  と  $\sigma^2$  が未知であるとき、これらは抜取ったサンプルから推定される。 $x_i, i = 1, 2, \dots, n$  をサンプル・データとする。このとき、 $\tau^2$  の推定量  $\hat{\tau}^2$  は

$$\begin{aligned} \hat{\tau}^2 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_T)^2 \\ &= (\bar{x} - \mu_T)^2 + s^2 \end{aligned} \quad (2.2)$$

となる [3, 4] . ただし ,  $\bar{x}$  および  $s^2$  はそれぞれ  $\mu$  および  $\sigma^2$  の最尤推定量であり

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

である . これより , 式 (2.2) の推定量  $\hat{\tau}^2$  は  $\tau^2$  の最尤推定量である . さらに ,  $\hat{\tau}^2$  は不偏推定量であることが知られており , 統計量  $n\hat{\tau}^2/\sigma^2$  は自由度  $n$  , 非心度  $n\xi$  の非心カイ 2 乗分布に従う . ただし

$$\xi = \frac{(\mu - \mu_T)^2}{\sigma^2}$$

$$= \frac{\tau^2}{\sigma^2} - 1 \quad (2.3)$$

である .

ところが , 一般に非心カイ 2 乗分布は , その累積分布関数が異なる自由度をもつカイ 2 乗分布の累積分布関数の重み付き無限級数和として与えられ , それゆえ確率点の計算など取り扱いが非常に厄介な分布の一つとなっている . この問題を解決することを目的として , Patnaik [22] は非心カイ 2 乗分布の確率点をカイ 2 乗分布の確率点に基づき与える方法を提案している . この Patnaik による近似法を本研究で考察する統計量  $n\hat{\tau}^2/\sigma^2$  の分布の近似に採用する . 以下に Patnaik 近似の概要を説明する .

自由度  $n$  , 非心度  $n\xi$  の非心カイ 2 乗分布  $\chi_{n,n\xi}^2$  に従う統計量  $n\hat{\tau}^2/\sigma^2$  の平均と分散は

$$E \left[ \frac{n\hat{\tau}^2}{\sigma^2} \right] = n(1 + \xi) \quad (2.4)$$

$$V \left[ \frac{n\hat{\tau}^2}{\sigma^2} \right] = 2n(1 + 2\xi) \quad (2.5)$$

で与えられる . これをもとに , Arizono *et al.* [2, 7, 10] は統計量

$$\rho = \frac{2E \left[ \frac{n\hat{\tau}^2}{\sigma^2} \right] n\hat{\tau}^2}{V \left[ \frac{n\hat{\tau}^2}{\sigma^2} \right] \sigma^2}$$

$$= \frac{1 + \xi}{1 + 2\xi} \frac{n\hat{\tau}^2}{\sigma^2} \quad (2.6)$$

を定義し，この統計量を中心カイ 2 乗分布に近似することについて議論している． $\rho$  の平均と分散は

$$E[\rho] = \frac{n(1+\xi)^2}{1+2\xi}$$

$$V[\rho] = \frac{2n(1+\xi)^2}{1+2\xi}$$

であるから，これらは自由度

$$\phi = \frac{n(1+\xi)^2}{1+2\xi} \quad (2.7)$$

の中心カイ 2 乗分布の平均および分散と一致する．よって，統計量  $\rho$  の分布は近似的に自由度  $\phi$  の中心カイ 2 乗分布とすることができる．この手法は Patnaik 近似 [22] と呼ばれる．また， $\phi$  は  $\xi$  に関して単調増加であり， $\phi \geq n$  であるから  $\phi$  の最小値  $\phi = n$  のとき  $\xi = 0$  をとる．

さらに，式 (2.6) および式 (2.7) より， $\rho$  は  $\rho = \hat{\tau}^2/\tau^2$  と表すことができるので， $\chi_\phi^2$  を自由度  $\phi$  の中心カイ 2 乗分布として， $\hat{\tau}^2$  の分布を

$$\hat{\tau}^2 \sim \frac{\tau^2}{\phi} \chi_\phi^2 \quad (2.8)$$

として与えることができる．ここで， $\phi$  は  $\mu$  と  $\sigma^2$  の関数であるから，同じ  $\tau^2$  のもとであっても  $\hat{\tau}^2$  の分布は無数に存在することに留意されたい．

一方，工程損失指数 (process loss index) は

$$L_e = \frac{(\mu - \mu_T)^2 + \sigma^2}{d^2}$$

として定義される．ここに， $d = (USL - LSL)/2$  であり， $USL$  および  $LSL$  はそれぞれ上側および下側規格限界である．ここで  $d$  は固定値であるから， $L_e$  は式 (2.1) を用いて

$$L_e = \frac{\tau^2}{d^2}$$

と表すことができ，結局  $L_e$  は品質損失  $\tau^2$  を定数倍したものと解釈することができる．また，Pearn *et al.* [23] は工程能力指数  $C_{pm}$  に関する計量規準型抜取検査に

ついて考察を行っている．ここに，工程能力指数  $C_{pm}$  は

$$C_{pm} = \frac{d}{3\sqrt{(\mu - \mu_T)^2 + \sigma^2}}$$

として定義されている．ここでも， $C_{pm}$  は  $L_e$  と同様に式 (2.1) より

$$C_{pm} = \frac{d}{3\sqrt{\tau^2}}$$

として品質損失  $\tau^2$  を用いて表すことができる．

# 第3章 品質損失を評価基準とする計量規準型繰返グループ抜取検査

## 3.1 緒言

検査に要するサンプル数に関して，一回抜取検査でのサンプル・サイズからの削減を目的として，各段階における判定をこれ以前の検査継続段階の情報に独立させることを特徴にもつ繰返グループ抜取検査が Sherman [15] により考案されている．この繰返グループ抜取検査は，計量検査への応用に関してなど，検査方式の拡張ならびに，結果としてもたらされる検査における経済性の向上を意図して，近年，種々のものが考案されている [24, 25, 26, 27, 28, 29, 30] ．

この点に鑑み，本章では，Arizono *et al.* [2] に端を発する品質損失に関する品質を保証する新しい計量抜取検査の実用性の拡大を考慮して，品質損失に基づく計量規準型繰返グループ抜取検査の設計問題について考察する．具体的に，品質損失に基づく計量規準型繰返グループ抜取検査を提案し，その設計法を与えることを目的とする．さらに，提供される設計法により計量規準型繰返グループ抜取検査方式を求め，その特性を数値検証し，この検査方式の有用性を明らかにする．

## 3.2 計量規準型繰返グループ抜取検査の概要

本研究で提案する品質損失に基づく計量規準型繰返グループ抜取検査を定義し，その設計法について考察する．一般に抜取検査では，サンプルを抜取り，そのサンプルによってロットの処置の意思決定を行う．ここで，ロット内すべての製品を検査するわけではないため，その合否判定が常に正しいとは限らない．そこで，

規準型抜取検査では，第 1 章で述べたように生産者側と消費者側での保護をそれぞれ規定し，両者の保護の要求を満足するように検査方式が設計される．具体的には，生産者側への保護として，合格としたいロットが誤って不合格となる確率（生産者危険）を一定の小さい値として与えている．同様に，消費者側への保護として，不合格としたいロットが誤って合格となる確率（消費者危険）を一定の小さな値として与えている．このことを踏まえて，品質損失に基づく計量規準型抜取検査方式では，ロットを合格と判定すべき品質損失  $\tau_0^2$  と品質損失が  $\tau_0^2$  のロットを誤って不合格と判定する生産者危険  $\alpha$  および不合格と判定すべき品質損失  $\tau_1^2$  と品質損失が  $\tau_1^2$  のロットを誤って合格と判定する消費者危険  $\beta$  を規定する．以上の検査特性を満足する検査方式を求めることがここでの設計問題である．ここに，既述のように  $\alpha$  および  $\beta$  は 0.05 (5%) および 0.10 (10%) のように小さな値が設定される．この  $\alpha = 0.05$  および  $\beta = 0.10$  の値は JIS [1] に記載されている抜取検査の検査方式での設定値であるが，理論的にはこれより小さい値を保証する検査方式を設計することも可能である．ただし，より小さな生産者危険，消費者危険を保証するためには，サンプル・サイズが大きくなる必要があることに留意されたい．

ここで，式 (2.1) の定義において  $\sigma^2 \geq 0$  である．ただし，現実的には製造コストに見合う工程能力において実現可能な分散の最小値が存在すると考えられる．これを  $\sigma_T^2$  と定義する．これより， $\sigma^2 \geq \sigma_T^2$  である．

つぎに，上記の品質保証に対して本研究で適用を考察する繰返グループ抜取検査について説明する．ここでは， $n$  を各判定段階におけるサンプル・サイズとし，サンプルより推定されるロットの品質損失  $\tau^2$  の推定量を  $\hat{\tau}^2$  とする．これに対し，合格判定規準  $c_0$  と不合格判定規準  $c_1 (\geq c_0)$  を定義する．また，繰返グループ抜取検査において，サンプル・サイズ  $n$ ，合格判定規準  $c_0$ ，不合格判定規準  $c_1$  は各判定段階においてそれぞれ一定値である．以上の定義のもとで，繰返グループ抜取検査においては

$$\begin{cases} \hat{\tau}^2 \leq c_0 \text{ であれば} & \text{ロット合格} \\ c_0 < \hat{\tau}^2 \leq c_1 \text{ であれば} & \text{検査続行} \\ \hat{\tau}^2 > c_1 \text{ であれば} & \text{ロット不合格} \end{cases} \quad (3.1)$$

と判定される．検査が続行される場合，それ以前の検査履歴は考慮されず，あらたにサンプル・サイズ  $n$  のもとでの検査統計量  $\hat{\tau}^2$  の値を求め，この値があらため

て  $c_0, c_1$  と比較される．この検査方式により，既述の生産者危険および消費者危険が満足されるよう  $(n, c_0, c_1)$  の組合せを求めることがここでの設計問題の要件である．なお， $c_0 = c_1$  のとき，検査続行領域が存在しないことは明らかであり，このとき，この検査方式は Arizono *et al.* の計量規準型一回抜取検査 [2] に帰着される．

### 3.3 繰返グループ抜取検査の設計

ここではまず，以下の確率

$$P_a(\tau^2) = \Pr \{ \hat{\tau}^2 \leq c_0 \mid \tau^2 \} \quad (3.2)$$

$$P_r(\tau^2) = \Pr \{ \hat{\tau}^2 > c_1 \mid \tau^2 \} \quad (3.3)$$

を定義する．式 (3.2) は，品質損失が  $\tau^2$  であるとき，上記条件の検査における各判定段階において合格と判定される確率を表し，式 (3.3) は同様に，不合格と判定される確率を意味している．このとき，この繰返グループ抜取検査において，品質損失が  $\tau^2$  であるロットが最終的に合格となる確率  $P_A(\tau^2)$  および不合格となる確率  $P_R(\tau^2)$  は， $P_a(\tau^2)$  と  $P_r(\tau^2)$  による無限級数和として

$$P_A(\tau^2) = \frac{P_a(\tau^2)}{P_a(\tau^2) + P_r(\tau^2)} \quad (3.4)$$

$$P_R(\tau^2) = \frac{P_r(\tau^2)}{P_a(\tau^2) + P_r(\tau^2)} \quad (3.5)$$

により求められる．ここで，式 (2.1) のように， $\tau^2$  を与える平均  $\mu$  と分散  $\sigma^2$  の組合せは無数に存在することに留意して，この組合せの集合を  $\Omega(\tau^2)$  で表すとき，規準型抜取検査の要件から

$$\max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_R(\tau_0^2) \leq \alpha \quad (3.6)$$

$$\max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_A(\tau_1^2) \leq \beta \quad (3.7)$$

がここでの計量規準型繰返グループ抜取検査において品質を保証するための基本条件式となる．よって，式 (3.6) および (3.7) の検査特性を満足する検査方式  $(n, c_0, c_1)$  を求めることがここで考察する計量規準型繰返グループ抜取検査の設計問題となる．

もちろん，式 (3.6) および (3.7) を満足するためには， $P_r(\tau_0^2) \leq \alpha$  および  $P_a(\tau_1^2) \leq \beta$  でなければならない．

このとき，式 (3.6) は

$$\begin{aligned} \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_R(\tau_0^2) &= \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} \frac{P_r(\tau_0^2)}{P_a(\tau_0^2) + P_r(\tau_0^2)} \\ &\leq \alpha \end{aligned} \quad (3.8)$$

と記述される．これより， $\max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_R(\tau_0^2)$  を実現する  $(\mu, \sigma^2) \triangleq (\mu_0^\dagger, \sigma_0^{2\dagger})$  を特定することが課題となる．ただし， $P_R(\tau_0^2)$  は  $P_a(\tau_0^2)$  および  $P_r(\tau_0^2)$  からなる関数であり，式 (3.8) を満たす  $(\mu_0^\dagger, \sigma_0^{2\dagger})$  の組合せを解析的に明らかにすることは容易ではない．

そこで

$$\begin{aligned} \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_R(\tau_0^2) &= \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} \frac{P_r(\tau_0^2)}{P_a(\tau_0^2) + P_r(\tau_0^2)} \\ &= \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} \frac{1}{\frac{P_a(\tau_0^2)}{P_r(\tau_0^2)} + 1} \\ &= \frac{1}{\min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} \frac{P_a(\tau_0^2)}{P_r(\tau_0^2)} + 1} \\ &\leq \frac{1}{\frac{\min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_a(\tau_0^2)}{\max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_r(\tau_0^2)} + 1} \end{aligned} \quad (3.9)$$

の関係を考える．このとき，つぎの関係式

$$\frac{1}{\frac{\min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_a(\tau_0^2)}{\max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_r(\tau_0^2)} + 1} \leq \alpha \quad (3.10)$$

が成り立つとき，式 (3.6) の設計要件が必ず満足されることがわかる．よって，本研究では， $P_r(\tau_0^2)$  を最大化する  $(\mu, \sigma^2)$  と  $P_a(\tau_0^2)$  を最小化する  $(\mu, \sigma^2)$  に関して，個々に検討する．

まず  $\max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_r(\tau_0^2)$  について考察する．このとき，  $\max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_r(\tau_0^2) \triangleq \alpha^\dagger$  ( $0 < \alpha^\dagger \leq \alpha$ ) と定義し，これを与える  $(\mu, \sigma^2)$  を  $(\mu_0^*, \sigma_0^{2*})$  と記述する．このとき

$$\begin{aligned} \alpha^\dagger &= \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_r(\tau_0^2) \\ &= \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} \Pr \{ \hat{\tau}^2 > c_1 | \tau_0^2 \} \end{aligned} \quad (3.11)$$

と書くことができる．ここで，式 (2.8) の関係から，式 (3.11) 中の  $c_1$  は

$$c_1 = \frac{\chi_{\phi_0}^2(\alpha^\dagger)}{\phi_0} \tau_0^2 \quad (3.12)$$

で与えられる．ただし

$$\begin{aligned} \phi_0 &= \frac{n(1 + \xi_0)^2}{1 + 2\xi_0} \\ \xi_0 &= \frac{(\mu - \mu_T)^2}{\sigma^2} \end{aligned}$$

である．このとき， $\Omega(\tau_0^2)$  における任意の  $(\mu, \sigma^2)$  の組合せのもとで式 (3.11) が満足されるためには，式 (3.12) で与えられる  $c_1$  の  $(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)$  に関する最大値のもとで式 (3.11) が成立すればよい．これより

$$\begin{aligned} \alpha^\dagger &= \Pr \left\{ \hat{\tau}^2 > \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} \frac{\chi_{\phi_0}^2(\alpha^\dagger)}{\phi_0} \tau_0^2 \right\} \\ &= \Pr \left\{ \hat{\tau}^2 > \frac{\chi_{\phi_0^*}^2(\alpha^\dagger)}{\phi_0^*} \tau_0^2 \middle| (\mu_0^*, \sigma_0^{2*}) \right\} \end{aligned} \quad (3.13)$$

を与えることができる．ただし， $\phi_0^*$  は

$$\begin{aligned} \phi_0^* &= \frac{n(1 + \xi_0^*)^2}{1 + 2\xi_0^*} \\ \xi_0^* &= \frac{(\mu_0^* - \mu_T)^2}{\sigma_0^{2*}} \end{aligned}$$

である．

式 (3.13) から

$$\frac{\chi_{\phi_0^*}^2(\alpha^\dagger)}{\phi_0^*} = \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} \frac{\chi_{\phi_0}^2(\alpha^\dagger)}{\phi_0} \quad (3.14)$$

表 3.1:  $\chi_\phi^2(\varepsilon)/\phi$  を最大化する  $(\mu, \sigma^2)$

$\varepsilon$	$(\mu, \sigma^2)$
$0 \leq \varepsilon < \gamma$	$(\mu_T, \tau^2)$
$\gamma \leq \varepsilon < 0.5$	$\left\{ \begin{array}{l} \left( \mu_T \pm \sqrt{\frac{\xi^*}{1 + \xi^*} \tau^2}, \frac{\tau^2}{1 + \xi^*} \right) \\ \left( \mu_T \pm \sqrt{\tau^2 - \sigma_T^2}, \sigma_T^2 \right) \end{array} \right.$
$0.5 \leq \varepsilon \leq 1$	$\left( \mu_T \pm \sqrt{\tau^2 - \sigma_T^2}, \sigma_T^2 \right)$

を満足する  $(\mu, \sigma^2) = (\mu_0^*, \sigma_0^{2*})$  を求める必要があることがわかる．ここで  $\alpha^\dagger \leq \alpha$  であり,  $\alpha$  は 0.05 のように小さな値が設定されるので,  $\alpha^\dagger$  は十分に小さい値である．このとき, Arizono *et al.* [2], Morita *et al.* [7] の考察を参考に, 式 (2.3) および式 (2.6) ~ (2.8) の関係と中心カイ 2 乗分布の確率点を標準正規分布の確率点を用いて与える Wilson-Hilferty の近似 [31] に基づき,  $\chi_\phi^2(\alpha^\dagger)/\phi$  の  $\mu$  と  $\sigma^2$  に関する挙動について検討した．この考察の詳細は付録 A を参照されたい．付録 A にまとめた考察より,  $(\mu_0^*, \sigma_0^{2*}) = (\mu_T, \tau_0^2)$  で式 (3.14) の関係が満足されることを確認した．

ちなみに, 任意の  $\varepsilon$  ( $0 \leq \varepsilon \leq 1$ ) のもとでの  $\chi_\phi^2(\varepsilon)/\phi$  の  $\mu$  と  $\sigma^2$  に関する挙動について検討した結果を表 3.1 および表 3.2 のようにまとめておいた．以下, 同様の考察はこれら表 3.1 および表 3.2 の結果に基づく．ただし, 表 3.1 および表 3.2 における  $\gamma$  は, 標準正規分布の上側  $100\gamma\%$  点を  $u_\gamma$  として,  $u_\gamma = \sqrt{8/9n}$  の関係より定まる値である．また, 表 3.1 において

$$\xi^* = \sqrt{\left(\frac{\phi^*}{n} - 1\right)^2 + \left(\frac{\phi^*}{n} - 1\right) + \left(\frac{\phi^*}{n} - 1\right)}$$

$$\phi^* = \frac{8}{9u_\varepsilon^2}$$

である．

つぎに,  $\max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_r(\tau_0^2) = \alpha^\dagger$  の条件のもとで,  $\min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_a(\tau_0^2)$  に関して考察

表 3.2:  $\chi_\phi^2(\varepsilon)/\phi$  を最小化する  $(\mu, \sigma^2)$

$\varepsilon$	$(\mu, \sigma^2)$
$0 \leq \varepsilon < \gamma$	$(\mu_T \pm \sqrt{\tau^2 - \sigma_T^2}, \sigma_T^2)$
$\gamma \leq \varepsilon < 0.5$	$\left\{ \begin{array}{l} (\mu_T \pm \sqrt{\tau^2 - \sigma_T^2}, \sigma_T^2) \\ (\mu_T, \tau^2) \end{array} \right.$
$0.5 \leq \varepsilon \leq 1$	$(\mu_T, \tau^2)$

する . 式 (3.6) に  $\max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_r(\tau_0^2) = \alpha^\dagger$  を代入して整理すると

$$\frac{1}{\frac{\min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_a(\tau_0^2)}{\max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_r(\tau_0^2)} + 1} = \frac{1}{\frac{\min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_a(\tau_0^2)}{\alpha^\dagger} + 1} \leq \alpha$$

となり , これより

$$\min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_a(\tau_0^2) \geq \frac{1 - \alpha}{\alpha} \alpha^\dagger \quad (3.15)$$

が導かれ , 結局

$$\max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} \{1 - P_a(\tau_0^2)\} \leq 1 - \frac{1 - \alpha}{\alpha} \alpha^\dagger \quad (3.16)$$

を得る . ここで

$$1 - \frac{1 - \alpha}{\alpha} \alpha^\dagger \triangleq \alpha^\ddagger \quad (\alpha \leq \alpha^\ddagger < 1) \quad (3.17)$$

と定義し ,  $\max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} \{1 - P_a(\tau_0^2)\}$  を与える  $(\mu, \sigma^2)$  を  $(\mu_0^{**}, \sigma_0^{2**})$  と記述する . これより , 式 (3.11) と同様に

$$\begin{aligned} \alpha^\ddagger &= \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} \{1 - P_a(\tau_0^2)\} \\ &= \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} \Pr \{ \hat{\tau}^2 > c_0 | \tau_0^2 \} \end{aligned} \quad (3.18)$$

を与えることができる．さらに，式 (3.11) から式 (3.13) への移行と同じ考察から

$$\begin{aligned}\alpha^\ddagger &= \Pr \left\{ \hat{\tau}^2 > \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} \frac{\chi_{\phi_0}^2(\alpha^\ddagger)}{\phi_0} \tau_0^2 \right\} \\ &= \Pr \left\{ \hat{\tau}^2 > \frac{\chi_{\phi_0^{**}}^2(\alpha^\ddagger)}{\phi_0^{**}} \tau_0^2 \middle| (\mu_0^{**}, \sigma_0^{2**}) \right\}\end{aligned}\quad (3.19)$$

となる．ここに， $\phi_0^{**}$  は  $\phi_0$  などと同様の表記内容を意味する．これより，式 (3.13) の場合と同様に，すべての  $(\mu, \sigma^2)$  に対して最大となる  $\chi_{\phi_0}^2(\alpha^\ddagger)/\phi_0$  を求め，これを  $\chi_{\phi_0^{**}}^2(\alpha^\ddagger)/\phi_0^{**}$  とする．このとき

$$\frac{\chi_{\phi_0^{**}}^2(\alpha^\ddagger)}{\phi_0^{**}} = \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} \frac{\chi_{\phi_0}^2(\alpha^\ddagger)}{\phi_0}\quad (3.20)$$

となる  $(\mu, \sigma^2)$  を求める必要があることがわかる．

ここでも，式 (3.14) に関する考察と同様の考察から，表 3.1 の結果に基づき， $u_\gamma = \sqrt{8/9n}$  の関係を満足する確率  $\gamma$  に対して， $\alpha^\ddagger < \gamma$  の場合は， $\max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_r(\tau_0^2)$  を満たす  $(\mu, \sigma^2)$  と同じく  $(\mu, \sigma^2) = (\mu_T, \tau_0^2)$  で  $\min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_a(\tau_0^2)$  が実現される．よって，この  $(\mu, \sigma^2)$  の組合せで  $\max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_R(\tau_0^2)$  が実現されることがわかる．また， $\alpha^\ddagger \geq \gamma$  の場合は， $\min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_a(\tau_0^2)$  を実現する組合せと  $\max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_r(\tau_0^2)$  を実現する組合せが異なるため， $\max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_R(\tau_0^2)$  を実現する  $(\mu, \sigma^2)$  を一意に導くことは容易ではない．

ただし， $\alpha^\ddagger$  は， $\tau_0^2$  のロットが各段階での判定結果において検査続行となる確率と不合格と判定される確率の和である．すなわち，前者の増大はロットの合否の判定に要する総サンプル数の増大を意味し，後者の増大は誤判定が多くなることを意味する．結局， $\alpha^\ddagger$  が大きな値となることは，ここでの計量規準型繰返グループ抜取検査において好ましい特性を与えない．そこで， $\alpha^\ddagger \geq \gamma$  となる場合には設計の対象外とする．

結局，上記のように，ある  $(n, c_0, c_1)$  が与えられた場合に，少なくとも  $(\mu_T, \tau_0^2)$  の組合せのもとで， $\max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_R(\tau_0^2)$  の関係が満足されるとき，この  $(n, c_0, c_1)$  は本研究で考察する計量規準型繰返グループ抜取検査の要件を満足する可能性をもつ．そこで本研究では，式 (3.8) の関係を満足する組合せ  $(\mu_0^\dagger, \sigma_0^{2\dagger})$  を  $(\mu_0^*, \sigma_0^{2*}) = (\mu_T, \tau_0^2)$  で与えるものとする．

つぎに，式 (3.7) の関係について考察する．式 (3.6) の場合と同様に，式 (3.7) は  $\tau_1^2$  を与える平均  $\mu$  と分散  $\sigma^2$  の任意の組合せ  $(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)$  のもとで成立しなければならない．このとき，式 (3.7) は

$$\begin{aligned} \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_A(\tau_1^2) &= \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} \frac{P_a(\tau_1^2)}{P_a(\tau_1^2) + P_r(\tau_1^2)} \\ &\leq \beta \end{aligned} \quad (3.21)$$

と記述される．これより， $\max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_A(\tau_1^2)$  を実現する  $(\mu, \sigma^2) \triangleq (\mu_1^\dagger, \sigma_1^{2\dagger})$  を特定することが課題となる．ここでも， $P_A(\tau_1^2)$  は， $P_a(\tau_1^2), P_r(\tau_1^2)$  からなる関数であり，式 (3.21) を満たす  $(\mu_1^\dagger, \sigma_1^{2\dagger})$  を解析的に求めることは容易ではない．

そこで，ここでも

$$\begin{aligned} \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_A(\tau_1^2) &= \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} \frac{P_a(\tau_1^2)}{P_a(\tau_1^2) + P_r(\tau_1^2)} \\ &= \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} \frac{1}{\frac{P_r(\tau_1^2)}{P_a(\tau_1^2)} + 1} \\ &= \frac{1}{\min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} \frac{P_r(\tau_1^2)}{P_a(\tau_1^2)} + 1} \\ &\leq \frac{1}{\frac{\min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_r(\tau_1^2)}{\max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_a(\tau_1^2)} + 1} \end{aligned} \quad (3.22)$$

の関係を考える．この場合でも

$$\frac{1}{\frac{\min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_r(\tau_1^2)}{\max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_a(\tau_1^2)} + 1} \leq \beta \quad (3.23)$$

の関係が成り立てば，式 (3.21) の設計要件が必ず満足されることがわかる．よって，式 (3.6) の場合と同様に， $P_a(\tau_1^2)$  を最大化する  $(\mu, \sigma^2)$  と  $P_r(\tau_1^2)$  を最小化する  $(\mu, \sigma^2)$  に関して，個々に検討する．

まず  $\max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_a(\tau_1^2)$  について考察する．このとき  $\max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_a(\tau_1^2) \triangleq \beta^\dagger$  ( $0 < \beta^\dagger \leq \beta$ ) と定義し，これを与える  $(\mu, \sigma^2)$  を  $(\mu_1^*, \sigma_1^{2*})$  と記述する．これより，式 (3.13)

の場合と同様に，ここでも

$$\begin{aligned}
\beta^\dagger &= \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_a(\tau_1^2) \\
&= \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} \Pr \{ \hat{\tau}^2 \leq c_0 | \tau_1^2 \} \\
&= \Pr \left\{ \hat{\tau}^2 \leq \min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} \frac{\chi_{\phi_1}^2 (1 - \beta^\dagger)}{\phi_1} \tau_1^2 \right\} \\
&= \Pr \left\{ \hat{\tau}^2 \leq \frac{\chi_{\phi_1^*}^2 (1 - \beta^\dagger)}{\phi_1^*} \tau_1^2 \middle| (\mu_1^*, \sigma_1^{2*}) \right\} \tag{3.24}
\end{aligned}$$

と書くことができる．ただし， $\phi_1$  および  $\phi_1^*$  は，ここでも式 (2.3) と式 (2.7) の表記法に準拠する．

式 (3.24) から

$$\frac{\chi_{\phi_1^*}^2 (1 - \beta^\dagger)}{\phi_1^*} = \min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} \frac{\chi_{\phi_1}^2 (1 - \beta^\dagger)}{\phi_1} \tag{3.25}$$

を満足する  $(\mu, \sigma^2) = (\mu_1^*, \sigma_1^{2*})$  を求める必要があることがわかる．ここで  $\beta^\dagger \leq \beta$  であり， $\beta$  は 0.10 のように小さな値が設定されるので， $1 - \beta^\dagger$  は 1 に十分近い値である．よって，表 3.2 に基づき， $(\mu_1^*, \sigma_1^{2*}) = (\mu_T, \tau_1^2)$  で式 (3.25) は最小化されることがわかる．

つぎに， $\max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_a(\tau_1^2) = \beta^\dagger$  の条件のもとで， $\min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_r(\tau_1^2)$  に関する考察を行う．式 (3.21) に  $\max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_a(\tau_1^2) = \beta^\dagger$  を代入して整理すると

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\frac{\min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_r(\tau_1^2)}{\max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_a(\tau_1^2)} + 1} &= \frac{1}{\frac{\min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_r(\tau_1^2)}{\beta^\dagger} + 1} \\
&\leq \beta
\end{aligned}$$

となり，これより

$$\min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_r(\tau_1^2) \geq \frac{1 - \beta}{\beta} \beta^\dagger$$

が導かれ，結局

$$\max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} \{1 - P_r(\tau_1^2)\} \leq 1 - \frac{1 - \beta}{\beta} \beta^\dagger \tag{3.26}$$

となる．ここで

$$1 - \frac{1 - \beta}{\beta} \beta^\dagger \triangleq \beta^\ddagger \quad (\beta \leq \beta^\dagger < 1) \quad (3.27)$$

と定義し， $\max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} \{1 - P_r(\tau_1^2)\}$  を与える  $(\mu, \sigma^2)$  を  $(\mu_1^{**}, \sigma_1^{2**})$  と記述する．これより，式 (3.24) と同様に

$$\begin{aligned} \beta^\ddagger &= \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} \{1 - P_r(\tau_1^2)\} \\ &= \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} \Pr \{ \hat{\tau}^2 \leq c_1 \mid \tau_1^2 \} \\ &= \Pr \left\{ \hat{\tau}^2 \leq \min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} \frac{\chi_{\phi_1}^2 (1 - \beta^\dagger)}{\phi_1} \tau_1^2 \right\} \\ &= \Pr \left\{ \hat{\tau}^2 \leq \frac{\chi_{\phi_1^{**}}^2 (1 - \beta^\dagger)}{\phi_1^{**}} \tau_1^2 \mid (\mu_1^{**}, \sigma_1^{2**}) \right\} \end{aligned} \quad (3.28)$$

となる．ただし， $\phi_1^{**}$  は，ここでも式 (2.3) と式 (2.7) の表記法に準拠する．このとき

$$\frac{\chi_{\phi_1^{**}}^2 (1 - \beta^\dagger)}{\phi_1^{**}} = \min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} \frac{\chi_{\phi_1}^2 (1 - \beta^\dagger)}{\phi_1} \quad (3.29)$$

となる  $(\mu, \sigma^2)$  を求める必要があることがわかる．

これまでと同様に，ここでも表 3.2 の結果より， $1 - \beta^\dagger \geq 0.5$ ，すなわち  $\beta^\dagger \leq 0.5$  の場合は  $\max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_a(\tau_1^2)$  を満たす  $(\mu, \sigma^2)$  と同じく  $(\mu, \sigma^2) = (\mu_T, \tau_1^2)$  のもとで  $\min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_r(\tau_1^2)$  が実現される．よって，この  $(\mu, \sigma^2)$  の組合せで  $\max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_A(\tau_1^2)$  が実現されることがわかる．また， $1 - \beta^\dagger < 0.5$ ，すなわち  $\beta^\dagger > 0.5$  のとき， $\min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_r(\tau_1^2)$  を実現する組合せが， $(\mu, \sigma^2) = (\mu_T, \tau_1^2)$  および  $(\mu, \sigma^2) = (\mu_T \pm \sqrt{\tau_1^2 - \sigma_T^2}, \sigma_T^2)$  の 2 通り存在する．このとき後方で  $\min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_r(\tau_1^2)$  が実現される場合は  $\max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_A(\tau_1^2)$  を実現する  $(\mu, \sigma^2)$  を一意に導くことは容易ではない．ただし， $\beta^\dagger$  は  $\tau_1^2$  のロットが検査続行となる確率と抜取ったサンプルが合格となる確率の和である．すなわち，前者の増大はロットの合否の判定に要する総サンプル数の増大を意味し，後者の増大は誤判定が多くなることを意味する．結局  $\beta^\dagger$  が大きな値となることは，ここでも，この計量規準型繰返グループ抜取検査において好ま

しい特性を与えない．そこで， $(\mu, \sigma^2) = (\mu_T \pm \sqrt{\tau_1^2 - \sigma_T^2}, \sigma_T^2)$  で  $\min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_r(\tau_1^2)$  が実現される場合は，設計の対象外とする．結局，上記のように，ある  $(n, c_0, c_1)$  が与えられた場合に，少なくとも  $(\mu_T, \tau_1^2)$  の組合せのもとで， $\max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_A(\tau_1^2)$  の関係が満足されるとき，この  $(n, c_0, c_1)$  は本研究で考察する計量規準型繰返グループ抜取検査の要件を満足する可能性をもつ．そこで本研究では，式 (3.21) の関係を満足する組合せ  $(\mu_1^\dagger, \sigma_1^{2\dagger})$  を  $(\mu_1^*, \sigma_1^{2*}) = (\mu_T, \tau_1^2)$  で与えるものとする．

### 3.4 $(n, c_0, c_1)$ の設計

本研究で考察する計量規準型繰返グループ抜取検査の具体的な設計手順を明らかにする．ここで，前章で定義される  $\alpha^\dagger$  および  $\beta^\dagger$  は既述のように， $0 < \alpha^\dagger \leq \alpha$  および  $0 < \beta^\dagger \leq \beta$  の範囲で任意に設定される値である．ただし， $\alpha^\dagger = \alpha$  かつ  $\beta^\dagger = \beta$  の場合は一回抜取検査に相当するため，この条件は除くものとする．

このとき， $(n, c_0, c_1)$  の設計において，設定値  $\alpha^\dagger, \beta^\dagger$  に関して

$$\alpha^\dagger = P_r(\tau_0^2 \mid (\mu, \sigma^2) = (\mu_T, \tau_0^2)) \quad (3.30)$$

$$\beta^\dagger = P_a(\tau_1^2 \mid (\mu, \sigma^2) = (\mu_T, \tau_1^2)) \quad (3.31)$$

が設計要件となる．この関係から，本研究において検査方式  $(n, c_0, c_1)$  を求める．

まず， $c_0, c_1$  の候補として，ある設定値  $\alpha^\dagger, \beta^\dagger$  のもとで， $c_0^\dagger, c_0^{\ddagger}, c_1^\dagger, c_1^{\ddagger}$  を

$$\begin{aligned}
c_0^\dagger &\triangleq \min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} \frac{\chi_{\phi_1}^2(1 - \beta^\dagger)}{\phi_1} \tau_1^2 \\
&= \frac{\chi_n^2(1 - \beta^\dagger)}{n} \tau_1^2
\end{aligned} \tag{3.32}$$

$$\begin{aligned}
c_0^\ddagger &\triangleq \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} \frac{\chi_{\phi_0}^2(\alpha^\ddagger)}{\phi_0} \tau_0^2 \\
&= \frac{\chi_n^2(\alpha^\ddagger)}{n} \tau_0^2
\end{aligned} \tag{3.33}$$

$$\begin{aligned}
c_1^\dagger &\triangleq \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} \frac{\chi_{\phi_0}^2(\alpha^\dagger)}{\phi_0} \tau_0^2 \\
&= \frac{\chi_n^2(\alpha^\dagger)}{n} \tau_0^2
\end{aligned} \tag{3.34}$$

$$\begin{aligned}
c_1^\ddagger &\triangleq \min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} \frac{\chi_{\phi_1}^2(1 - \beta^\ddagger)}{\phi_1} \tau_1^2 \\
&= \frac{\chi_n^2(1 - \beta^\ddagger)}{n} \tau_1^2
\end{aligned} \tag{3.35}$$

のように定義する．ここで， $\alpha^\ddagger, \beta^\ddagger$  は既述のように， $\alpha^\dagger, \beta^\dagger$  の値に対して

$$\alpha^\ddagger \triangleq 1 - \frac{1 - \alpha}{\alpha} \alpha^\dagger \tag{3.36}$$

$$\beta^\ddagger \triangleq 1 - \frac{1 - \beta}{\beta} \beta^\dagger \tag{3.37}$$

として定義される．

このとき，式 (3.6)，(3.7) を満足するには， $c_0^\dagger, c_0^\ddagger, c_1^\dagger$  および  $c_1^\ddagger$  に関して

$$c_0^\dagger \geq c_0^\ddagger \tag{3.38}$$

$$c_1^\dagger \leq c_1^\ddagger \tag{3.39}$$

であることが  $n$  に関して必要となる．そこで，設定値  $\alpha^\dagger, \beta^\dagger$  に関して，カイ 2 乗分布の自由度  $n$  を順次増加させながら，式 (3.38)，(3.39) を同時に満たす最小整数  $n$  を求める．このとき，この最小整数  $n$  のもとでの  $c_0^\dagger$  および  $c_1^\dagger$  が，設定値  $\alpha^\dagger, \beta^\dagger$  のもとで求める  $c_0$  および  $c_1$  となる．これにより， $\alpha^\dagger, \beta^\dagger$  を  $0 < \alpha^\dagger < \alpha, 0 < \beta^\dagger < \beta$  の範囲で順次変更することで，各設定値  $\alpha^\dagger, \beta^\dagger$  に対して，本研究で考察する計量規準型繰返グループ抜取検査方式  $(n, c_0, c_1)$  を規定することができる．

### 3.5 抜取検査の設計パラメータの設定および評価基準

既述のように，検査における品質保証のための基準設定値として，合格としたい品質損失  $\tau_0^2$  と生産者危険  $\alpha$ ，不合格としたい品質損失  $\tau_1^2$  と消費者危険  $\beta$  が定められた場合に，この品質保証を実現するための計量規準型繰返グループ抜取検査方式  $(n, c_0, c_1)$  を求める方法が明らかにされた．ここで，規準型検査方式の設計においては，往々にして合格としたい品質損失  $\tau_0^2$  および不合格としたい品質損失  $\tau_1^2$  をどのように与えるべきかという問題が存在する．この問題について若干の考察を行う．

ここに，品質損失を品質の評価基準とする検査方式は，不適合品の発生頻度が小さく，不適合品率に基づく検査方式の実効性が低下した高品質水準達成環境に供する検査方式として考察されてきた [9]．このことを勘案するとき，ここでの検査方式において，合格としたい品質損失  $\tau_0^2$  を品質特性分布の状態が製造技術に照して期待損失を最小化する理想状態として定義することを提案する．このとき， $\tau_0^2$  は理想的な品質特性においてもなお存在する不可避の損失を意味する．また，設計品質が  $\mu_T$  であることから，結局  $\tau_0^2$  は平均と分散の組合せ  $(\mu_T, \sigma_T^2)$  において与えられる．よって，理想的な品質特性においてもなお存在する不可避の損失  $\tau_0^2$  は， $\tau_0^2 = \sigma_T^2$  として定義される．これより， $\tau_0^2$  を実現する  $(\mu, \sigma^2)$  の組合せ，すなわち  $\Omega(\tau_0^2)$  の要素が  $(\mu_T, \tau_0^2)$  に限定される．

一方，不合格としたい品質損失  $\tau_1^2$  は， $k = 1$  として与えられる基準化した尺度での製品 1 つあたりの期待損失と解釈される．このことから，現実的な金銭的損失の尺度に品質損失を変換した値が，製品 1 つあたりの利益を下回る場合，純損失が発生する．よって，生産者サイドから見ても，少なくともこのような純損失を発生させる品質損失のロットはそのまま出荷されるべきではないと考えられる．このことを勘案すれば，規準型検査の実施において，上記に対応する品質損失の値に対応する品質損失  $\tau_1^2$  を損益分岐点における品質損失の値として所与条件  $\tau_1^2$  とすることが考えられる．もちろん，より高品位の品質保証を図ることを考えるのであれば，さらにこの損益分岐点に対応する値よりも小さな値として  $\tau_1^2$  の値を設定すればよい．この考え方は，品質損失が社会的な損失として，単なる利益に相当する以上に深刻であるとの概念を意味し，見方を変えれば製品 1 つあたりの社会的利益に関する損益分岐点の値として  $\tau_1^2$  を規定するというに等しい．

つぎに、提案された計量規準型繰返グループ抜取検査方式  $(n, c_0, c_1)$  の有効性の評価基準について考察する．繰返グループ抜取検査の目的は、より少ない検査量を実現することにある．ここに、繰返グループ抜取検査における検査量は確率変数となる．よって、繰返グループ抜取検査の有効性を計る基準として、ここでは理想状態  $(\mu_T, \tau_0^2)$  のもとでの平均検査個数 ASN を採用する．このとき、評価値としての ASN は

$$ASN = \frac{n}{P_a(\tau_0^2) + P_r(\tau_0^2)} \Big|_{(\mu, \sigma^2) = (\mu_T, \tau_0^2)} \quad (3.40)$$

により与えられる．よって、各設定値  $\alpha^\dagger, \beta^\dagger$  のもとで求められる検査方式  $(n, c_0, c_1)$  のなかで、式 (3.40) の ASN を最小化する検査方式を最終的に採用することになる．

### 3.6 設計例と数値検証

ここでは、具体的に計量規準型繰返グループ抜取検査方式  $(n, c_0, c_1)$  を設計し、提案する検査方式の有効性を例証する．一例として、 $\mu_T = 0.0$  とし、 $\tau_0^2 = \sigma_T^2 = 1.0$ 、 $\alpha = 0.05$ 、 $\beta = 0.10$  を設計条件として与える．ここに、 $\alpha$  および  $\beta$  の設定値は JIS [1] で規定されている抜取検査に由来する．これに対して、 $\tau_1^2$  を 1.0 から 2.0 まで 0.1 刻みで与える．これらの設定条件のもとで実現される検査方式  $(n, c_0, c_1)$  および式 (3.40) での ASN を表 3.3 としてまとめておいた．なお、提案する検査方式の有効性を検証するために、相当する条件で設計される計量規準型一回抜取検査方式 [2] でのサンプル・サイズを  $n_{\text{single}}$  として表 3.3 に併記し、これと比較した場合の ASN の削減率を示しておいた．ただし、削減率は%表示であり、以後同様に、確率の値に関してはすべて%表示で与えるものとする．

ところで、検査に供されるサンプル数がサンプル・サイズとして規定される一回抜取検査とは異なり、提案する計量規準型繰返グループ抜取検査では、検査回数を予め規定した上で検査方式が規定されるわけではない．したがって、検査の判定において、継続が続き、結果として検査個数が非常に嵩む可能性があることは必ずしも否定できない．この特性を検討するために、 $P_{\text{over}}$  として、 $ASN \geq n_{\text{single}}$  となる確率を理論計算により求め、これを表 3.3 に与えておいた．なお、表 3.3 における ASN および  $P_{\text{over}}$  の値は、検査方式  $(n, c_0, c_1)$  のもとでの理論計算による厳

表 3.3:  $\tau_1^2$  に対する検査方式  $(n, c_0, c_1)$

$\tau_1^2$	$n$	$c_0$	$c_1$	ASN	$n_{\text{single}}$	削減率 [%]	$P_{\text{over}}$
1.1	740	1.010	1.100	1204.34	1880	35.94	14.87
1.2	206	1.019	1.192	332.09	513	35.26	14.42
1.3	100	1.024	1.281	162.07	247	34.38	14.67
1.4	60	1.023	1.371	99.49	151	34.11	15.75
1.5	41	1.018	1.457	69.35	104	33.32	16.71
1.6	32	1.033	1.518	52.08	77	32.37	14.87
1.7	27	1.060	1.558	41.33	61	32.25	12.02
1.8	23	1.081	1.603	33.99	50	32.01	10.46
1.9	19	1.072	1.673	28.79	42	31.45	11.57
2.0	17	1.095	1.709	24.87	36	30.91	10.02

密な値として算定されたものであることを申し添えておく。

表 3.3 より，提案する繰返グループ検査方式による平均検査個数 ASN は，相当する一回抜取検査方式でのサンプル・サイズ  $n_{\text{single}}$  に比べて 30% 程度削減されていることがわかる．また，提案する計量規準型繰返グループ抜取検査での ASN が対応する計量規準型一回抜取検査方式 [2] でのサンプル・サイズを越える確率は 15% 程度であることがわかる．

つぎに表 3.4 として，表 3.3 での検査方式  $(n, c_0, c_1)$  のもとで実現される生産者危険  $\alpha$  ならびに  $\tau_0^2$  での平均検査個数 ASN の値を念のため，100,000 回のモンテカルロ・シミュレーションによって評価した結果を  $\alpha^*$ ,  $ASN^*$  としてまとめておいた．比較のため，表 3.4 には，表 3.3 での ASN の値を再掲しておいた．くわえて，表 3.3 での ASN と同様に，検査方式  $(n, c_0, c_1)$  のもとで実現される  $P_R(\tau_0^2)$  の値を理論的に求めることが可能であることはいうまでもない．そこで，表 3.4 には，モンテカルロ・シミュレーションによって評価された  $\alpha^*$  と直接比較するために，検査方式  $(n, c_0, c_1)$  のもとで保証される生産者危険を意味する確率  $P_R(\tau_0^2)$  の値を理論的に算定した結果も併記しておいた．

表 3.4 より，品質損失  $\tau_0^2$  のロットが不合格となる生産者危険  $\alpha^*$  に関して，乱数による揺らぎのもとで，検査方式  $(n, c_0, c_1)$  のもとで結果的に定められる生産者危険を意味する確率  $P_R(\tau_0^2)$  の値に対応していることが確認される．もとより， $\alpha^*$  が

表 3.4: 生産者危険と平均検査個数に関する数値検証

$\tau_1^2$	$P_R(\tau_0^2)$	ASN	$\alpha^*$	ASN*
1.1	4.959	1204.34	4.821	1206.50
1.2	4.993	332.09	5.039	332.78
1.3	4.939	162.07	4.902	162.23
1.4	4.970	99.49	4.985	99.24
1.5	4.985	69.35	4.925	69.52
1.6	4.959	52.08	4.927	52.06
1.7	4.970	41.32	5.026	41.29
1.8	4.947	33.99	4.824	33.96
1.9	4.996	28.79	4.923	28.86
2.0	4.970	24.87	5.011	25.00

表 3.5:  $\tau_1^2$  に対する消費者危険 [%]

$\tau_1^2$	$P_A(\tau_1^2)$	$\beta^*$	$\tau_1^2$	$P_A(\tau_1^2)$	$\beta^*$
1.1	9.985	10.042	1.6	9.976	9.942
1.2	9.965	9.998	1.7	9.929	9.929
1.3	9.992	9.920	1.8	9.983	9.896
1.4	9.993	10.004	1.9	9.913	9.972
1.5	9.975	10.084	2.0	9.994	9.935

設計条件  $\alpha = 0.05$  を満たしていることはいうまでもない。また，ASN の実現値 ASN\* も式 (3.40) による理論値とほぼ等しいことが確認できる。

同様に， $\tau_1^2$  に関する設計条件として導出された平均と分散の組合せ  $(\mu_1, \sigma_1^2) = (\mu_T, \tau_1^2)$  にて実現される消費者危険  $\beta^*$  を同様のシミュレーションによって評価した結果を表 3.5 に示しておいた。また，表 3.4 の場合と同様に，消費者危険を意味する確率  $P_A(\tau_1^2)$  の理論計算結果も表 3.5 に併記しておいた。表 3.5 での  $\beta^*$  の値は  $\tau_1^2$  を与える平均と分散の任意の組合せ  $(\mu_1, \sigma_1^2)$  のもとでの消費者危険の最大値を表すものであり，これらも生産者危険の場合と同じく，乱数の揺らぎのもとで設定条件  $\beta = 0.10$  を満足していることが理解される。

さらに，表 3.6 から表 3.8 には，いくつかの  $\tau_1^2$  の値のもとで，平均と分散の任意の組合せ  $(\mu_1, \sigma_1^2)$  において実現される消費者危険の値が，これの最大値を与え

表 3.6: 消費者危険に関する数値検証結果 ( $\tau_1^2 = 1.1$ )

$(\mu_1, \sigma_1^2)$	$\mu_1^2$	$\beta^*$
(0.00, 1.10)	0.00	9.946
(0.32, 1.00)	0.10	9.749
(0.50, 0.85)	0.25	9.165
(0.71, 0.60)	0.50	6.763
(0.87, 0.35)	0.75	2.781
(1.00, 0.10)	1.00	0.009

表 3.7: 消費者危険に関する数値検証結果 ( $\tau_1^2 = 1.5$ )

$(\mu_1, \sigma_1^2)$	$\mu_1^2$	$\beta^*$
(0.00, 1.50)	0.00	10.022
(0.59, 1.15)	0.35	9.088
(0.71, 1.00)	0.50	8.281
(0.84, 0.80)	0.70	6.578
(1.02, 0.45)	1.05	2.343
(1.18, 0.10)	1.40	0.001

るべき組合せ  $(\mu_1, \sigma_1^2) = (\mu_T, \tau_1^2)$  における値以下となることを 100,000 回のシミュレーションによって確認し、まとめておいた。

ここで、既述のように  $\sigma_T^2$  は現工程能力において実現しうる分散の最小値と定義することから、現実的には  $\sigma_1^2 \geq \sigma_T^2$  である。ただし、3.3 節での考察では、結果として  $\sigma^2 \geq \sigma_T^2$  の条件を必要としておらず、提案した検査方式  $(n, c_0, c_1)$  は  $\tau_1^2 = \sigma_1^2 + (\mu_1 - \mu_T)^2$  を満足するすべての  $\sigma_1^2$  に関して消費者危険の実現値  $\beta^*$  が指定値である  $\beta$  以下として実現することを原理的に保証する。この特性を数値的にも検証する目的で、表 3.6 ~ 3.8 では  $\sigma_1^2 < \sigma_T^2 = 1.0$  の範囲に関しても  $\beta^*$  の値を求め、記しておいた。これらの各表から、導出した検査方式によって、意図した通りに消費者危険の値が保証されることを確認した。ここに、表 3.6 ~ 3.8 では、消費者危険の実現値  $\beta^*$  は  $(\mu_1, \sigma_1^2) = (\mu_T, \tau_1^2)$  のとき最大となっている。このことは、3.3 節での考察により得られた、式 (3.21) の左辺を最大化する組合せが  $(\mu_T, \tau_1^2)$  であることと一致する。

表 3.8: 消費者危険に関する数値検証結果 ( $\tau_1^2 = 2.0$ )

$(\mu_1, \sigma_1^2)$	$\mu_1^2$	$\beta^*$
(0.00, 2.00)	0.00	9.906
(0.69, 1.52)	0.48	9.245
(0.97, 1.05)	0.95	6.542
(1.00, 1.00)	1.00	6.138
(1.19, 0.57)	1.43	2.343
(1.38, 0.10)	1.90	0.000

### 3.7 結言

本章では, Arizono *et al.* [2] による品質損失に関する品質を保証する新しい計量抜取検査の実用性の拡大を考慮して, 品質損失に基づく計量規準型繰返グループ抜取検査の設計問題について考察した. 具体的には, 品質保証に関する所与の設計条件のもとで考察する検査方式を導出するためのいくつかの設定条件を導いた. 導かれた設定条件のもとで, 検査方式  $(n, c_0, c_1)$  を求めるための定式化を行った.

また, 提案する計量規準型繰返グループ抜取検査の設計条件の定義についての考察を与えた. くわえて, 検査方式のひとつの目的である検査量の削減について, その評価基準を定義した.

さらに, 具体的に検査方式  $(n, c_0, c_1)$  を求め, 品質保証に関する所与の設計条件が, 求められた検査方式  $(n, c_0, c_1)$  によって満足されることを確認した. また, 所期の通り, 相当する計量規準型一回抜取検査方式でのサンプル・サイズ  $n_{\text{single}}$  に比べて, 提案する繰返グループ検査方式での検査量が, 平均検査個数 ASN において大幅に削減できることを示した.



# 第4章 品質損失を評価基準とする計量規準型逐次抜取検査

## 4.1 緒言

抜取検査に関して，最も基本的な抜取検査方式である一回抜取検査からの必要なサンプル数の削減を意図して，多くの検査方式が提案されている．このもっとも著名な検査方式の1つが，多回抜取検査である．また，第3章で考察した繰返グループ抜取検査も，必要な検査個数を削減することもを意図して提案されている．

一方，逐次抜取検査は多回抜取検査 [32, 33] や繰返グループ抜取検査の概念を拡張したものといえる．逐次抜取検査では，ロットの合否判定にあたってサンプルを1つずつ抜取り，それまでに抜取ったサンプルと合わせてロットの合否か検査続行かの判定を行う．とくに，Wald の逐次確率比検定に基づく逐次抜取検査は，同一条件のもとで設計された検査方式のうち，平均的に必要な検査個数を最小にすることから，最も経済的な検査方式といえる．

本章では，品質損失を品質評価基準とした，Wald の逐次確率比検定に基づく計量規準型逐次抜取検査の設計について検討する．具体的には検査手順を定義し，検査方式の設計法を与えることを目的とする．さらに，提案される設計法により計量規準型逐次抜取検査方式を求め，その特性を数値検証し，この検査方式の有用性を明らかにする．

## 4.2 Wald の逐次確率比検定

本章で提案する計量規準型逐次抜取検査の基礎となる，Wald の逐次確率比検定について概説する．

まず， $f(y; \theta)$  を確率変数  $Y$  が従う，母数  $\theta$  の分布の確率密度関数とする．また，

$H_0$  を帰無仮説  $\theta = \theta_0$ ,  $H_1$  を対立仮説  $\theta = \theta_1$  と表記する．このとき,  $Y$  の確率密度関数は帰無仮説  $H_0$  のもとで  $f(y; \theta_0)$ , 対立仮説  $H_1$  のもとで  $f(y; \theta_1)$  と記述される．

このとき, サンプル・データ  $y_i, i = 1, 2, \dots, n$  によって尤度比  $\lambda_n$  は

$$\lambda_n = \frac{\prod_{i=1}^n f(y_i; \theta_1)}{\prod_{i=1}^n f(y_i; \theta_0)} \quad (4.1)$$

として定義され, 逐次確率比検定は

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_n \leq \frac{\beta}{1-\alpha} \text{ であれば } H_0 \text{ を棄却しない} \\ \lambda_n \geq \frac{1-\beta}{\alpha} \text{ であれば } H_0 \text{ を棄却する} \\ \text{それ以外であれば } \text{検定を続行する} \end{array} \right. \quad (4.2)$$

に従って行われる．式 (4.1) および (4.2) の詳細は Wald [18, 19] を参照されたい．

### 4.3 品質損失のもとでの尤度比の定式化

この節では, 提案する品質損失を評価基準とした計量規準型逐次抜取検査の設計について記述する．第3章での定義と同様に, 製品の品質特性値  $x_i$  が正規分布  $N(\mu, \sigma^2)$  に従うものとする．ただし, ここでも  $\mu$  および  $\sigma^2$  は未知である．また, 合格とすべき品質損失および不合格とすべき品質損失の値をそれぞれ  $\tau_0^2$  および  $\tau_1^2$  とし, 生産者危険および消費者危険をそれぞれ  $\alpha$  および  $\beta$  とする．

一方, 第3章で述べた通り, 分散  $\sigma^2$  には現実的には製造コストに見合う工程能力において実現可能な最小値が存在する．計量規準型逐次抜取検査の設計にあたって, この下限値を  $\sigma_T^2$  とする．これにより,  $\sigma^2 \geq \sigma_T^2$  の関係が想定される．また, 合格とすべき品質損失  $\tau_0^2$  を理想的な製品製造状態においても回避できない損失として定義する．このとき,  $\tau_0^2$  は  $(\mu_0, \sigma_0^2) = (\mu_T, \sigma_T^2)$  の組合せによってのみ与えられる．したがって,  $\tau_0^2$  は具体的には  $\tau_0^2 = \sigma_0^2 = \sigma_T^2$  として評価される．

ここで, 平均  $\mu$  と分散  $\sigma^2$  のもとで与えられる品質損失  $\tau^2$  のロットが最終的に合格と判定される確率を  $L(\mu, \sigma^2 | \tau^2)$  と表記する．このとき, 生産者危険に関する

条件式として

$$L(\mu_0, \sigma_0^2 | \tau_0^2) \geq 1 - \alpha \quad (4.3)$$

を得る .

一方 ,  $\tau_1^2$  は不合格とすべきロットの製品品質であり ,  $\tau_1^2 > \tau_0^2$  の関係をもつ . さらに ,  $\tau_1^2$  と  $(\mu_1, \sigma_1^2)$  には

$$\tau_1^2 = \sigma_1^2 + (\mu_1 - \mu_0)^2 \quad (4.4)$$

の関係が成り立つ . そのため , 任意の  $(\mu_1, \sigma_1^2)$  の組合せに対して

$$\max_{(\mu_1, \sigma_1^2) \in \Omega(\tau_1^2)} L(\mu_1, \sigma_1^2 | \tau_1^2) \leq \beta \quad (4.5)$$

を満足する必要がある . ここで ,  $\Omega(\tau_1^2)$  は式 (4.4) で定義される  $\tau_1^2$  を与える平均と分散の組合せの集合である . この式 (4.3) および (4.5) が , 今回設計する計量規準型逐次抜取検査が満足すべき条件式となる .

つぎに , サンプルより得られる品質特性値  $x_i$  とサンプル・データ  $y_i$  の関係について議論する . 既述のように , 品質特性値が  $x_i$  の製品 1 個から生じる品質損失は  $(x_i - \mu_0)^2$  として定義される . そこで ,  $y_i$  を

$$y_i \equiv \frac{(x_i - \mu_0)^2}{\sigma_0^2} \quad (4.6)$$

と定義する . 品質損失が  $\tau_0^2$  で与えられるとき , 品質特性値  $x_i$  は正規分布  $N(\mu_0, \sigma_0^2)$  に従うから ,  $y_i$  は自由度が 1 の中心カイ 2 乗分布に従う . このとき ,  $y_i$  の確率密度関数  $f(y_i; \mu_0, \sigma_0^2)$  は

$$f(y_i; \mu_0, \sigma_0^2) = \frac{1}{2^{\frac{1}{2}} \Gamma(\frac{1}{2})} y_i^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{y_i}{2}} \quad (4.7)$$

となる .

一方 , 品質損失が  $\tau_1^2$  であるとき , 式 (4.6) を式変形して

$$y_i = \frac{\sigma_1^2 (x_i - \mu_0)^2}{\sigma_0^2 \sigma_1^2} \quad (4.8)$$

と表すことにより， $y_i$  は係数  $\sigma_1^2/\sigma_0^2$  と自由度 1，非心度

$$\delta_1 = \frac{(\mu_1 - \mu_0)^2}{\sigma_1^2} = \frac{\tau_1^2}{\sigma_1^2} - 1 \quad (4.9)$$

の非心カイ 2 乗分布に従う確率変数の積と解釈することができる．

すでに述べたように，非心カイ 2 乗分布をそのまま取扱うことは容易ではない．そこで，ここでも Patnaik 近似の手法を用いて，非心カイ 2 乗分布を中心カイ 2 乗分布に近似することを考える．統計量

$$\rho_i = \frac{2E[y_i]}{V[y_i]} y_i \quad (4.10)$$

の期待値と分散は

$$\begin{aligned} E[\rho_i] &= \frac{2\{E[y_i]\}^2}{V[y_i]} \\ &= \frac{(1 + \delta_1)^2}{1 + 2\delta_1} \\ V[\rho_i] &= \frac{4\{E[y_i]\}^2}{V[y_i]} \\ &= \frac{2(1 + \delta_1)^2}{1 + 2\delta_1} \end{aligned}$$

となることから，これらは自由度

$$\begin{aligned} \nu_1 &= \frac{2\{E[y_i]\}^2}{V[y_i]} \\ &= \frac{(1 + \delta_1)^2}{1 + 2\delta_1} \end{aligned} \quad (4.11)$$

の中心カイ 2 乗分布の平均と分散にそれぞれ一致していることがわかる．したがって， $\rho_i$  を自由度  $\nu_1$  の中心カイ 2 乗分布に近似することができる．結局， $\rho_i$  は  $\nu_1$  を用いて

$$\rho_i = \frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2} \nu_1 y_i \quad (4.12)$$

と表すことができる．よって，品質損失が  $\tau_1^2$  であたえられるときの  $y_i$  の分布は， $\chi_{\nu_1}^2$  を自由度  $\nu_1$  の中心カイ 2 乗分布として

$$y_i \sim \frac{\tau_1^2}{\sigma_0^2} \frac{\chi_{\nu_1}^2}{\nu_1} \quad (4.13)$$

と記述することができる．また，このときの  $y_i$  の確率密度関数  $f(y_i; \mu_1, \sigma_1^2)$  は

$$f(y_i; \mu_1, \sigma_1^2) = \frac{1}{2^{\frac{\nu_1}{2}} \Gamma\left(\frac{\nu_1}{2}\right)} \left(\frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2} \nu_1\right)^{\frac{\nu_1}{2}} y_i^{\frac{\nu_1}{2}-1} e^{-\frac{y_i}{2} \left(\frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2} \nu_1\right)} \quad (4.14)$$

となる．結局，尤度比  $\lambda_n$  は式 (4.7) および (4.14) より

$$\begin{aligned} \lambda_n &= \frac{\prod_{i=1}^n f(y_i; \mu_1, \sigma_1^2)}{\prod_{i=1}^n f(y_i; \mu_0, \sigma_0^2)} \\ &= \left\{ 2^{\frac{1-\nu_1}{2}} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu_1}{2}\right)} \right\}^n \left(\frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2} \nu_1\right)^{\frac{n\nu_1}{2}} \prod_{i=1}^n \left\{ y_i^{\frac{\nu_1}{2}-1} e^{\frac{y_i}{2} \left(1 - \frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2} \nu_1\right)} \right\} \end{aligned} \quad (4.15)$$

となり，この尤度比  $\lambda_n$  をもとに，品質損失を評価基準とした計量規準型逐次抜取検査が設計される．

#### 4.4 OC 関数にもとづく計量規準型逐次抜取検査の設計

前節にて述べたように，計量規準型逐次抜取検査は  $\tau_0^2$  および  $\tau_1^2$ ， $\alpha$ ， $\beta$  を指定することにより設計される．ただし， $\tau_0^2$  を与える平均と分散の組合せは  $(\mu_0, \sigma_0^2)$  に限定されるが， $\tau_1^2$  を与える  $(\mu_1, \sigma_1^2)$  が無数に存在することに留意されたい．したがって，計量規準型逐次抜取検査を設計するにあたって， $L(\mu_1, \sigma_1^2 | \tau_1^2)$  を最大化する  $(\mu_1^\dagger, \sigma_1^{2\dagger})$  を特定し，設計パラメータとする必要がある．

計量規準型逐次抜取検査における OC 関数  $L(\mu, \sigma^2 | \tau^2)$  は

$$L(\mu, \sigma^2 | \tau^2) \approx \frac{\left(\frac{1-\beta}{\alpha}\right)^h - 1}{\left(\frac{1-\beta}{\alpha}\right)^h - \left(\frac{\beta}{1-\alpha}\right)^h} \quad (4.16)$$

として近似的に与えられる [18]．ここで， $h$  は

$$\int_0^{+\infty} \left[ \frac{f(y_i; \mu_1^\dagger, \sigma_1^{2\dagger})}{f(y_i; \mu_0, \sigma_0^2)} \right]^h f(y_i; \mu, \sigma^2) dy_i = 1 \quad (4.17)$$

を満足する値として与えられる．よって， $L(\mu_1, \sigma_1^2 | \tau_1^2)$  は

$$L(\mu_1, \sigma_1^2 | \tau_1^2) \approx \frac{\left(\frac{1-\beta}{\alpha}\right)^h - 1}{\left(\frac{1-\beta}{\alpha}\right)^h - \left(\frac{\beta}{1-\alpha}\right)^h} \quad (4.18)$$

$$\int_0^{+\infty} \left[ \frac{f(y_i; \mu_1^\dagger, \sigma_1^{2\dagger})}{f(y_i; \mu_0, \sigma_0^2)} \right]^h f(y_i; \mu_1, \sigma_1^2) dy_i = 1 \quad (4.19)$$

として与えられる．

品質特性値  $x_i$  の平均と分散がそれぞれ  $\mu_1^\dagger$  と  $\sigma_1^{2\dagger}$  であるとき，品質損失は  $\tau_1^2$  と評価される．また，このとき  $f(y_i; \mu_1^\dagger, \sigma_1^{2\dagger})$  は

$$f(y_i; \mu_1^\dagger, \sigma_1^{2\dagger}) = \frac{1}{2^{\frac{\nu_1^\dagger}{2}} \Gamma\left(\frac{\nu_1^\dagger}{2}\right)} \left(\frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2} \nu_1^\dagger\right)^{\frac{\nu_1^\dagger}{2}} y_i^{\frac{\nu_1^\dagger}{2}-1} e^{-\frac{y_i}{2} \left(\frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2} \nu_1^\dagger\right)} \quad (4.20)$$

となる．ただし

$$\nu_1^\dagger = \frac{(1 + \delta_1^\dagger)^2}{1 + 2\delta_1^\dagger} \quad (4.21)$$

$$\delta_1^\dagger = \frac{\tau_1^2}{\sigma_1^{2\dagger}} - 1 \quad (4.22)$$

である．よって，式 (4.7) および (4.14)，(4.20) より式 (4.19) は

$$\begin{aligned} & \int_0^{+\infty} \left[ 2^{\frac{1-\nu_1^\dagger}{2}} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu_1^\dagger}{2}\right)} \left(\frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2} \nu_1^\dagger\right)^{\frac{\nu_1^\dagger}{2}} y_i^{\frac{\nu_1^\dagger}{2}-1} e^{\frac{y_i}{2} \left(1 - \frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2} \nu_1^\dagger\right)} \right]^h \\ & \quad \times \frac{1}{2^{\frac{\nu_1}{2}} \Gamma\left(\frac{\nu_1}{2}\right)} \left(\frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2} \nu_1\right)^{\frac{\nu_1}{2}} y_i^{\frac{\nu_1}{2}-1} e^{-\frac{y_i}{2} \left(\frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2} \nu_1\right)} dy_i \\ & = 2^{-\left(h \frac{\nu_1^\dagger-1}{2} + \frac{\nu_1}{2}\right)} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)^h}{\Gamma\left(\frac{\nu_1^\dagger}{2}\right)^h \Gamma\left(\frac{\nu_1}{2}\right)} \left(\frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2} \nu_1^\dagger\right)^{h \frac{\nu_1^\dagger}{2}} \left(\frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2} \nu_1\right)^{\frac{\nu_1}{2}} \\ & \quad \times \int_0^{+\infty} y_i^{\left(h \frac{\nu_1^\dagger-1}{2} + \frac{\nu_1}{2} - 1\right)} e^{-\frac{y_i}{2} \left\{ \left(\frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2} \nu_1^\dagger\right)^{-h} + \left(\frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2} \nu_1\right) \right\}} dy_i = 1 \quad (4.23) \end{aligned}$$

と変形される．式 (4.23) 内の積分の計算のために，つぎの記号

$$\begin{aligned} I &\equiv \int_0^{+\infty} y_i^{\left(h\frac{\nu_1^\dagger-1}{2}+\frac{\nu_1}{2}-1\right)} e^{-h\frac{y_i}{2}\left(\frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2}\nu_1^\dagger-1\right)-\frac{y_i}{2}\left(\frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2}\nu_1\right)} dy_i \\ &= \int_0^{+\infty} y_i^{\left(h\frac{\nu_1^\dagger-1}{2}+\frac{\nu_1}{2}-1\right)} e^{-t_i} dy_i \end{aligned} \quad (4.24)$$

$$t_i = h\frac{y_i}{2}\left(\frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2}\nu_1^\dagger-1\right) + \frac{y_i}{2}\left(\frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2}\nu_1\right) \quad (4.25)$$

を定義する．式 (4.25) より

$$y_i = 2t_i \left\{ h\left(\frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2}\nu_1^\dagger\right) - h + \left(\frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2}\nu_1\right) \right\}^{-1} \quad (4.26)$$

$$dy_i = 2 \left\{ h\left(\frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2}\nu_1^\dagger\right) - h + \left(\frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2}\nu_1\right) \right\}^{-1} dt_i \quad (4.27)$$

であるから，式 (4.24) は

$$\begin{aligned} I &= \int_0^{+\infty} \left[ 2t_i \left\{ h\left(\frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2}\nu_1^\dagger\right) - h + \left(\frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2}\nu_1\right) \right\}^{-1} \right]^{\left(h\frac{\nu_1^\dagger-1}{2}+\frac{\nu_1}{2}-1\right)} \\ &\quad \times e^{-t_i} \cdot 2 \left\{ h\left(\frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2}\nu_1^\dagger\right) - h + \left(\frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2}\nu_1\right) \right\}^{-1} dt_i \\ &= \left[ 2 \left\{ h\left(\frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2}\nu_1^\dagger\right) - h + \left(\frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2}\nu_1\right) \right\}^{-1} \right]^{\left(h\frac{\nu_1^\dagger-1}{2}+\frac{\nu_1}{2}\right)} \\ &\quad \times \int_0^{+\infty} t_i^{\left(h\frac{\nu_1^\dagger-1}{2}+\frac{\nu_1}{2}-1\right)} e^{-t_i} dt_i \\ &= 2^{\left(h\left(\frac{\nu_1^\dagger}{2}-\frac{1}{2}\right)+\frac{\nu_1}{2}\right)} \left\{ h\left(\frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2}\nu_1^\dagger\right) - h + \left(\frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2}\nu_1\right) \right\}^{-\left\{h\left(\frac{\nu_1^\dagger}{2}-\frac{1}{2}\right)+\frac{\nu_1}{2}\right\}} \\ &\quad \times \Gamma\left(h\left(\frac{\nu_1^\dagger}{2}-\frac{1}{2}\right) + \frac{\nu_1}{2}\right) \end{aligned}$$

とガンマ関数を用いて記述することができ，結局式 (4.23) を

$$\begin{aligned}
& \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)^h}{\Gamma\left(\frac{\nu_1^\dagger}{2}\right)^h \Gamma\left(\frac{\nu_1}{2}\right)} \left(\frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2} \nu_1^\dagger\right)^{h \frac{\nu_1^\dagger}{2}} \left(\frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2} \nu_1\right)^{\frac{\nu_1}{2}} \\
& \times \left\{ h \left(\frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2} \nu_1^\dagger\right) - h + \left(\frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2} \nu_1\right) \right\}^{-\left\{ h \left(\frac{\nu_1^\dagger}{2} - \frac{1}{2}\right) + \frac{\nu_1}{2} \right\}} \\
& \times \Gamma\left( h \left(\frac{\nu_1^\dagger}{2} - \frac{1}{2}\right) + \frac{\nu_1}{2} \right) = 1 \tag{4.28}
\end{aligned}$$

のように積分を含まない形で記述することができる．この式 (4.28) を  $h$  について解くことにより， $L(\mu_1, \sigma_1^2 | \tau_1^2)$  の挙動を調べることが可能となる．

この式 (4.28) を  $h$  について解析的に解くことは容易ではない．ただし， $\tau_1^2$  および  $\sigma_0^2$  が既知であるから，式 (4.28) を満足する  $h$  は  $\nu_1$  と  $\nu_1^\dagger$  の関数とみなすことができる．また，式 (4.11) および (4.21) より， $\nu_1$  および  $\nu_1^\dagger$  はそれぞれ  $(\mu_1, \sigma_1^2)$  および  $(\mu_1^\dagger, \sigma_1^{2\dagger})$  によって定まる．したがって，式 (4.28) を満足する  $h$  は， $\sigma_1^2$  および  $\sigma_1^{2\dagger}$  を与えながら数値的に求めることができる．

くわえて，式 (4.18) は  $h$  に関して単調増加であり， $h = -1$  のとき  $L(\mu_1, \sigma_1^2 | \tau_1^2) = \beta$  である．よって，式 (4.28) を満足する任意の  $h$  について， $h \leq -1$  となる  $(\mu_1^\dagger, \sigma_1^{2\dagger})$  の組合せを求めることが必要となる．本研究では，式 (4.28) を満足する  $(\mu_1^\dagger, \sigma_1^{2\dagger})$  を計算機を用いた数値計算により求めた．求められた  $(\mu_1^\dagger, \sigma_1^{2\dagger})$  を設計パラメータとすることにより，式 (4.5) を満足する計量規準型逐次抜取検査を設計することが可能となる．

ここでは一例として，パラメータを  $\mu_0 = 0.00$ ， $\tau_0^2 = 1.00$ ， $\tau_1^2 = 1.25$ ， $\alpha = 0.05$ ， $\beta = 0.10$  と設定する．このとき， $(\mu_0, \sigma_0^2) = (0.00, 1.00)$  である．この条件のもとで， $\sigma_0^2 \leq \sigma_1^2 \leq \tau_1^2$  および  $\sigma_0^2 \leq \sigma_1^{2\dagger} \leq \tau_1^2$  の範囲内で式 (4.28) を満足する  $h$  を探索した． $\tau_1^2 = 1.25$  および  $(\mu_1^\dagger, \sigma_1^{2\dagger})$ ， $(\mu_1, \sigma_1^2)$  のもとで与えられる  $h$  および  $L(\mu_1, \sigma_1^2 | \tau_1^2)$  の値を表 4.1 にまとめておいた．

$\sigma_1^{2\dagger} = 1.25 (= \tau_1^2)$  のとき， $\tau_1^2 = 1.25$  を与える任意の  $(\mu_1, \sigma_1^2)$  の組合せのもとで  $h$  が  $-1$  以下となる．このことは  $\sigma_1^{2\dagger} = \tau_1^2$  が適切な設計パラメータであることを示している．一方， $\sigma_1^{2\dagger} < 1.25 (= \tau_1^2)$  であるとき， $\sigma_1^2 > \sigma_1^{2\dagger}$  であるとき  $h > -1$  となる．このとき， $L(\mu_1, \sigma_1^2 | \tau_1^2) > \beta (= 0.10)$  となるから，設計パラメータ  $\sigma_1^{2\dagger}$  として

表 4.1:  $h$  および  $L(\mu_1, \sigma_1^2 | \tau_1^2)$  の値

$(\mu_1^\dagger, \sigma_1^{2\dagger})$	$(\mu_1, \sigma_1^2)$	$h$	$L(\mu_1, \sigma_1^2   \tau_1^2)$
	(0.0, 1.25)	-1.000	0.100
(0.0, 1.25)	(0.3, 1.16)	-1.005	0.099
	(0.5, 1.00)	-1.042	0.091
	(0.0, 1.25)	-0.993	0.102
(0.3, 1.16)	(0.3, 1.16)	-1.000	0.100
	(0.5, 1.00)	-1.051	0.090
	(0.0, 1.25)	-0.848	0.137
(0.5, 1.00)	(0.3, 1.16)	-0.866	0.132
	(0.5, 1.00)	-1.000	0.100

1.25 ( $= \tau_1^2$ ) 以上の値を設定することとなる。

したがって、 $\tau_1^2 = 1.25$  のとき、提案する品質損失を品質評価基準とする計量規準型逐次抜取検査が設計条件である  $\alpha = 0.05$  および  $\beta = 0.10$  を満足するためには、設計パラメータとして  $(\mu_1^\dagger, \sigma_1^{2\dagger}) = (\mu_0, \tau_1^2)$  の組合せを採用する必要があることがわかる。同様に、 $\tau_1^2$  が 1.50, 1.75, 2.00 であるとき、 $(\mu_1^\dagger, \sigma_1^{2\dagger}) = (\mu_0, \tau_1^2)$  が設計条件を満足するための十分条件であることを数値検証によって確認した。

したがって、 $(\mu_1^\dagger, \sigma_1^{2\dagger}) = (\mu_0, \tau_1^2)$  で与えられるとき、式 (4.15) の尤度比  $\lambda_n$  は

$$\lambda_n = \frac{\prod_{i=1}^n f(y_i; \mu_0, \tau_1^2)}{\prod_{i=1}^n f(y_i; \mu_0, \sigma_0^2)} = \left( \frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2} \right)^{\frac{n}{2}} \prod_{i=1}^n e^{\frac{y_i}{2} \left( 1 - \frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2} \right)} \quad (4.29)$$

となる。よって、式 (4.2) で表した検査方式はそれぞれ合格判定基準線、不合格判定基準線である  $A(n)$  と  $R(n)$  を用いて

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n y_i \leq A(n) \text{ ならば, ロット合格} \\ \sum_{i=1}^n y_i \geq R(n) \text{ ならば, ロット不合格} \\ \text{そうでなければ, 検査続行} \end{array} \right. \quad (4.30)$$

となる．ただし， $A(n)$  および  $R(n)$  は

$$A(n) = sn + a_0 \quad (4.31)$$

$$R(n) = sn + r_0 \quad (4.32)$$

であり

$$s = \left( \frac{\tau_1^2}{\tau_1^2 - \sigma_0^2} \right) \log \frac{\tau_1^2}{\sigma_0^2} \quad (4.33)$$

$$a_0 = 2 \left( \frac{\tau_1^2}{\tau_1^2 - \sigma_0^2} \right) \log \frac{\beta}{1 - \alpha} \quad (4.34)$$

$$r_0 = 2 \left( \frac{\tau_1^2}{\tau_1^2 - \sigma_0^2} \right) \log \frac{1 - \beta}{\alpha} \quad (4.35)$$

である．結局，提案する計量規準型逐次抜取検査は式 (4.33) ~ (4.35) で表される  $(s, a_0, r_0)$  で記述できることになる．

また，式 (4.16) および (4.17) より，任意の  $(\mu, \sigma^2)$  のもとでの  $L(\mu, \sigma^2 | \tau^2)$  は  $a_0$  および  $r_0$  を用いて

$$L(\mu, \sigma^2 | \tau^2) \approx \frac{e^{r_0 H} - 1}{e^{r_0 H} - e^{a_0 H}} \quad (4.36)$$

として表すことができる．ここに  $H$  は

$$H = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2} \right) h \quad (4.37)$$

の関係により定義されるパラメータであり

$$\frac{\tau^2}{\sigma_0^2} = \frac{e^{2sH/\nu} - 1}{2\frac{H}{\nu} \cdot e^{2sH/\nu}} \quad (4.38)$$

を満足する値として与えられる．このとき

$$\nu = \frac{(1 + \delta)^2}{1 + 2\delta}$$

$$\delta = \frac{\tau^2}{\sigma_0^2} - 1$$

である．

上記の数値検証において，設計した計量規準型逐次抜取検査  $(s, a_0, r_0)$  は帰無仮説が  $\sigma^2 = \sigma_0^2 (= \tau_0^2)$ ，対立仮説が  $\sigma^2 = \tau_1^2$  の分散に関する逐次確率比検定と一致す

る。ただし、 $(\mu_1^\dagger, \sigma_1^{2\dagger})$  が  $(\mu_0, \tau_1^2)$  以外の組合せで与えられるとき、計量規準型逐次  
 抜取検査の検査方式は式 (4.30) ~ (4.35) のように簡潔に記述できない。このとき、  
 尤度比  $\lambda_n$  は

$$\lambda_n = \left\{ 2^{\frac{1-\nu_1^\dagger}{2}} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu_1^\dagger}{2}\right)} \right\}^n \left( \frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2} \nu_1^\dagger \right)^{\frac{n\nu_1^\dagger}{2}} \prod_{i=1}^n \left\{ y_i^{\frac{\nu_1^\dagger-1}{2}} e^{\frac{y_i}{2} \left(1 - \frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2} \nu_1^\dagger\right)} \right\}$$

として与えられ、この尤度比をもとに判定基準が

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_n \leq \frac{\beta}{1-\alpha} \text{ であれば } \text{ロット合格} \\ \lambda_n \geq \frac{1-\beta}{\alpha} \text{ であれば } \text{ロット不合格} \\ \text{そうでなければ } \text{検査続行} \end{array} \right. \quad (4.39)$$

として与えられる。

結論として、提案する品質損失を評価基準とする計量規準型逐次抜取検査の運用  
 手順は下記ようになる。

- (i) 製品品質特性値の目標値  $\mu_0$  および実現可能な分散の最小値  $\sigma_0^2$  を規定する。  
 これにより、合格とすべき品質損失  $\tau_0^2$  が  $\tau_0^2 = \sigma_0^2$  として与えられる。
- (ii) 不合格とすべき品質損失  $\tau_1^2$ 、生産者危険  $\alpha$  および消費者危険  $\beta$  を規定する。
- (iii) 任意の  $(\mu_1, \sigma_1^2)$  の組合せのもとで式 (4.28) を満足する  $h$  が  $h \leq -1$  となるよう  
 な  $(\mu_1^\dagger, \sigma_1^{2\dagger})$  を求める。
- (iv)  $i$  および  $n$  の初期値をそれぞれ  $i = 1$  および  $n = 1$  とする。
- (v) サンプルを 1 つ抽出し、品質特性値  $x_i$  を得る。
- (vi) 式 (4.6) に従って  $y_i$  を計算し、式 (4.39) に沿ってロットの合否を判定する。検  
 査続行の場合、 $i$  および  $n$  をそれぞれ 1 増やし、(v) に戻る。

とくに、上記の手順 (iii) で  $(\mu_1, \sigma_1^{2\dagger}) = (\mu_0, \tau_1^2)$  であるとき、手順 (vi) は

- (vi') 合格および不合格判定基準線  $A(n)$  および  $R(n)$  を式 (4.31) ~ (4.35) より求め、  
 式 (4.30) に従って判定を行う。検査続行となったとき、 $i$  および  $n$  をそれぞれ  
 1 増やし、(v) に戻る。

と簡単化される。

## 4.5 逐次抜取検査における ASN

ここでは，提案した計量規準型逐次抜取検査の有用性を評価するための指標として，平均検査個数 (ASN) について検討する．設計パラメータ  $(\mu_1^\dagger, \sigma_1^{2\dagger})$  が  $(\mu_0, \tau_1^2)$  で与えられるとき，品質損失のもとでの計量規準型逐次抜取検査での ASN は， $x_i$  の平均と分散が  $(\mu, \sigma^2)$  であるとき，Wald [18] より

$$ASN(\mu, \sigma^2) \approx \frac{L(\mu, \sigma^2 | \tau^2) \log \frac{\beta}{1-\alpha} + (1 - L(\mu, \sigma^2 | \tau^2)) \log \frac{1-\beta}{\alpha}}{E_{(\mu, \sigma^2)} [\log \lambda]} \quad (4.40)$$

として与えられる．ここで

$$\begin{aligned} \log \lambda &= \log \frac{f(y_i; \mu_1^\dagger, \sigma_1^{2\dagger})}{f(y_i; \mu_0, \sigma_0^2)} \\ &= \log \frac{f(y_i; \mu_0, \tau_1^2)}{f(y_i; \mu_0, \sigma_0^2)} \\ &= \frac{1}{2} \log \frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2} + \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2} \right) y_i \end{aligned}$$

であるから

$$E_{(\mu, \sigma^2)} [\log \lambda] = \frac{1}{2} \log \frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2} + \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2} \right) E_{(\mu, \sigma^2)} [y_i]$$

となる．また，品質特性値  $x_i$  が  $N(\mu, \sigma^2)$  に従うとき，式 (4.6) は

$$y_i = \frac{\sigma^2 (x_i - \mu_0)^2}{\sigma_0^2 \sigma^2} \quad (4.41)$$

として表される．このとき， $\sigma^2/\sigma_0^2$  は定数であり， $(x_i - \mu_0)^2/\sigma^2$  は自由度 1，非心度  $\delta = (\mu - \mu_0)^2/\sigma^2 = \tau^2/\sigma^2 - 1$  の非心カイ 2 乗分布に従う確率変数であるから

$$E_{(\mu, \sigma^2)} [y_i] = \frac{\tau^2}{\sigma_0^2}$$

となり

$$E_{(\mu, \sigma^2)} [\log \lambda] = \frac{1}{2} \log \frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2} + \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2} \right) \frac{\tau^2}{\sigma_0^2}$$

であるから，式 (4.40) は

$$\begin{aligned}
 ASN(\mu, \sigma^2 | \tau^2) &\approx \frac{L(\mu, \sigma^2 | \tau^2) \log \frac{\beta}{1-\alpha} + (1 - L(\mu, \sigma^2 | \tau^2)) \log \frac{1-\beta}{\alpha}}{\frac{1}{2} \left\{ \log \frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2} + \left(1 - \frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2}\right) \frac{\tau^2}{\sigma_0^2} \right\}} \\
 &= \frac{L(\mu, \sigma^2 | \tau^2) a_0 + (1 - L(\mu, \sigma^2 | \tau^2)) r_0}{\frac{\tau^2}{\sigma_0^2} - s} \quad (4.42)
 \end{aligned}$$

として与えられる．

$x_i$  が理想状態，すなわち  $N(\mu_0, \sigma_0^2)$  に従うとき， $L(\mu_0, \sigma_0^2 | \tau_0^2) = 1 - \alpha$  となる．  
よって，理想状態  $N(\mu_0, \sigma_0^2)$  での  $ASN(\mu_0, \sigma_0^2 | \tau_0^2)$  は

$$\begin{aligned}
 ASN(\mu_0, \sigma_0^2 | \tau_0^2) &\approx \frac{(1 - \alpha) \log \frac{\beta}{1-\alpha} + \alpha \log \frac{1-\beta}{\alpha}}{\frac{1}{2} \left\{ \log \frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2} + 1 - \frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2} \right\}} \\
 &= \frac{(1 - \alpha) a_0 + \alpha r_0}{1 - s} \quad (4.43)
 \end{aligned}$$

として評価される．また， $x_i$  が  $N(\mu_0, \tau_1^2)$  に従うとき， $L(\mu_0, \tau_1^2 | \tau_1^2) = \beta$  であるから，このときの  $ASN(\mu_0, \tau_1^2 | \tau_1^2)$  は

$$\begin{aligned}
 ASN(\mu_0, \tau_1^2 | \tau_1^2) &\approx \frac{\beta \log \frac{\beta}{1-\alpha} + (1 - \beta) \log \frac{1-\beta}{\alpha}}{\frac{1}{2} \left\{ \log \frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2} + \frac{\tau_1^2}{\sigma_0^2} - 1 \right\}} \\
 &= \frac{\beta a_0 + (1 - \beta) r_0}{\frac{\tau_1^2}{\sigma_0^2} - s} \quad (4.44)
 \end{aligned}$$

となる．

一方， $\tau^2 = s\sigma_0^2$  のときは式 (4.42) の分母が 0 となる．このとき， $ASN(\mu, \sigma^2 | s\sigma_0^2)$  の  $\tau^2 \rightarrow s\sigma_0^2$  での極限は

$$ASN(\mu, \sigma^2 | s\sigma_0^2) \approx \frac{-\log \frac{\beta}{1-\alpha} \log \frac{1-\beta}{\alpha}}{E_{(\mu, \sigma^2)} [(\log \lambda)^2]} \quad (4.45)$$

となる． $E_{(\mu, \sigma^2 | s\sigma^2)} [\log \lambda] = 0$  であるから

$$\begin{aligned}
 E_{(\mu, \sigma^2 | s\sigma^2)} [(\log \lambda)^2] &= V_{(\mu, \sigma^2 | s\sigma^2)} [\log \lambda] + \{E_{(\mu, \sigma^2 | s\sigma^2)} [\log \lambda]\}^2 \\
 &= \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(1 - \frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2}\right)^2 \cdot 2 \left(\frac{\sigma^2}{\sigma_0^2}\right)^2 (1 + 2\delta_s) + 0 \\
 &= \frac{\frac{2s^2}{\nu_s}}{2^2 \left(\frac{\sigma_0^2}{\tau_1^2 - \sigma_0^2}\right)^2} \quad (4.46)
 \end{aligned}$$

となり

$$\begin{aligned}
 \nu_s &= \frac{(1 + \delta_s)^2}{1 + 2\delta_s} \\
 \delta_s &= \frac{s\sigma_0^2}{\sigma^2} - 1
 \end{aligned}$$

となる．結局  $ASN(\mu, \sigma^2 | s\sigma_0^2)$  は

$$ASN(\mu, \sigma^2 | s\sigma_0^2) \approx \frac{-a_0 r_0}{\frac{2s^2}{\nu_s}} \quad (4.47)$$

として与えられる．

## 4.6 数値検証

提案した検査方式の有用性を検証するため，いくつか数値例を示す．ここではまず， $\mu_0 = 0.0$  および  $\tau_0^2 = \sigma_0^2 = 1.0$ ， $\alpha = 0.05$ ， $\beta = 0.10$  とおく．ここでも， $\alpha$  および  $\beta$  の設定値は JIS [1] で規定されている抜取検査に由来する．一方， $\tau_1^2$  には 1.25 から 2.00 まで 0.25 刻みで与える．このとき，設計された計量規準型逐次抜取検査  $(s, a_0, r_0)$  を表 4.2 にまとめておいた．また，表 4.2 には  $(\mu_0, \sigma_0^2) = (0.0, 1.0)$  のもとでの生産者危険および  $(\mu_0, \tau_1^2)$  の組合せのもとでの消費者危険の 10 万回のコンピュータ・シミュレーションの下での評価値をそれぞれ  $\alpha^*$  および  $\beta^*$  としてまとめておいた．例として  $\tau_1^2 = 1.25$  のとき， $(s, a_0, r_0) = (1.12, -22.51, 28.90)$  であるから，合格判定基準線および不合格判定基準線はそれぞれ  $A(n) = 1.12n - 22.51$  および  $R(n) = 1.12n + 28.90$  となる．また，このとき， $\alpha^*$  および  $\beta^*$  はそれぞれ 0.04044 および 0.09659 と評価される．表 4.2 より，設計された検査方式はいずれも式 (4.3) および式 (4.5) で定義される設計条件を満足していることがわかる．

表 4.2: 生産者危険および消費者危険に関する数値検証

$\tau_1^2$	$s$	$a_0$	$r_0$	$\alpha^*$	$\beta^*$
1.25	1.12	-22.51	28.90	0.04044	0.09659
1.50	1.22	-13.51	17.34	0.03532	0.09501
1.75	1.31	-10.51	13.49	0.03120	0.09193
2.00	1.39	-9.01	11.56	0.02812	0.09044

表 4.3: 検査に必要なサンプル数の比較

$\tau_1^2$	$n_{\text{single}}$	$ASN(\mu_0, \sigma_0^2   \tau_0^2)$	削減率 [%]	$ASN(\mu_0, \tau_1^2   \tau_1^2)$	削減率 [%]
1.25	342	172.33	49.61	176.96	48.26
1.50	104	55.29	46.84	50.27	51.66
1.75	55	30.44	44.65	24.96	54.61
2.00	36	20.65	42.64	15.49	56.98

また,  $\tau_1^2 = 1.25$  のもとで設計した検査方式の運用図を図 4.1 に示す. 抜取検査は打点列  $(n, \sum_{i=1}^n y_i)$  が  $A(n)$  と  $R(n)$  の間にある限り続き, 打点が  $A(n)$  を下回ればロットは合格,  $R(n)$  を上回ればロットは不合格となる. 図 4.1 では打点が最終的に  $A(n)$  を下回るため, ロットは合格と判定される.

くわえて, 式 (4.43) で評価される  $ASN(\mu_0, \sigma_0^2 | \tau_0^2)$  および式 (4.44) で与えられる  $ASN(\mu_0, \tau_1^2 | \tau_1^2)$  を表 4.3 にまとめておいた. 提案した計量規準型逐次抜取検査の有効性を検証するため, Arizono *et al.* [2] による品質損失を品質評価基準とする計量規準型一回抜取検査でのサンプル・サイズ  $n_{\text{single}}$ , および  $ASN(\mu_0, \sigma_0^2 | \tau_0^2)$ ,  $ASN(\mu_0, \tau_1^2 | \tau_1^2)$  の  $n_{\text{single}}$  からの削減率を併せて表 4.3 にまとめておいた. 表 4.3 より,  $ASN(\mu_0, \sigma_0^2 | \tau_0^2)$  および  $ASN(\mu_0, \tau_1^2 | \tau_1^2)$  はそれぞれ 40% 以上必要なサンプル数を計量規準型一回抜取検査より削減していることがわかる.

つぎに, 表 4.4 には,  $\tau_0^2 = 1.0$  および  $\tau_1^2 = 1.50$ ,  $\sigma_0^2 = 1.0$ ,  $\alpha = 0.05$ ,  $\beta = 0.10$  の条件のもとで設計した計量規準型逐次抜取検査の, いくつかの  $(\mu, \sigma^2)$  の組合せの下での  $ASN(\mu, \sigma^2 | \tau^2)$  をまとめておいた. このとき,  $(\mu, \sigma^2) = (\sqrt{0.22}, 1) = (\mu_0 + \sqrt{s\sigma_0^2 - \sigma_0^2}, \sigma_0^2)$  のとき  $ASN(\mu, \sigma^2 | \tau^2) = 81.75$  が最大となる. このときであっても  $n_{\text{single}}$  に比べて  $ASN(\mu, \sigma^2 | \tau^2)$  は 21.40%削減されており, 提案した計量規準型逐次抜取検査の有用性が示された.

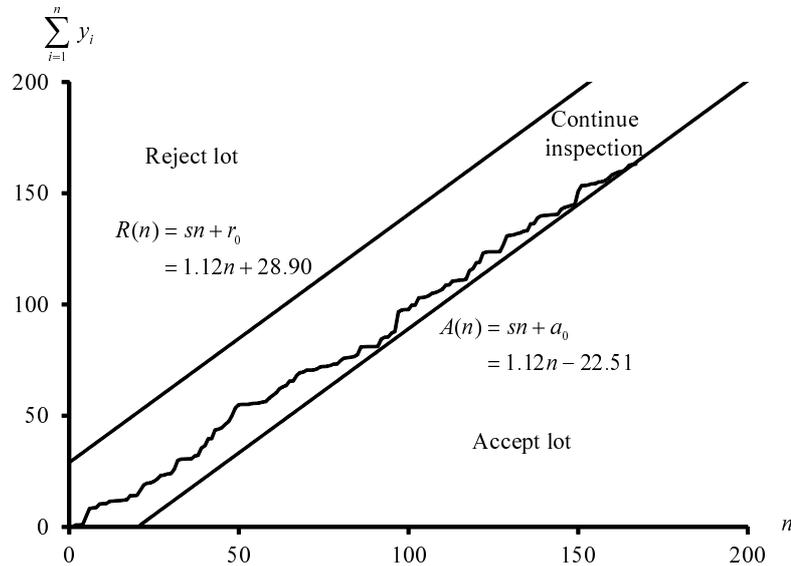


図 4.1: 計量規準型逐次抜取検査の運用例

さらに,  $\tau_0^2 = \sigma_0^2 = 1.00$  および  $\tau_1^2 = 1.50$  のもと, いくつかの  $\alpha$  と  $\beta$  の組合せのもとで設計された計量規準型逐次抜取検査のもとの  $ASN(\mu_0, \sigma_0^2 | \tau_0^2)$  および  $ASN(\mu_0, \tau_1^2 | \tau_1^2)$  を表 4.5 にまとめておいた. ここで,  $\alpha$  および  $\beta$  の値の設定は Aslam *et al.* [27] に準拠した. 提案した計量規準型逐次抜取検査の有効性が表 4.5 から確認できる.

同様に, Aslam *et al.* [27] での計量規準型繰返グループ抜取検査との比較も行う. 第 2 章でも述べたように, 工程損失指数は品質損失と関係がある. そのため, 提案した品質損失を品質評価基準とした計量規準型逐次抜取検査は, Aslam *et al.* [27] が提案した工程能力指数を品質評価基準とした計量規準型繰返グループ抜取検査との比較が可能である. Aslam *et al.* [27] での計量規準型繰返グループ抜取検査を設計するにあたって, 合格とすべき品質損失  $\tau_A^2$ , 不合格とすべき品質損失  $\tau_R^2$  に加えて非心度  $\delta$  が指定される. そのため,  $\tau_A^2$  および  $\tau_R^2$  を与える  $(\mu, \sigma^2)$  の組合せはそれぞれ  $(\mu_0 \pm \sqrt{\frac{\delta}{1+\delta}} \tau_A, \frac{\tau_A^2}{1+\delta})$  および  $(\mu_0 \pm \sqrt{\frac{\delta}{1+\delta}} \tau_R, \frac{\tau_R^2}{1+\delta})$  に限定されることに留意されたい.

ところで，提案する計量規準型逐次抜取検査を設計するにあたって， $\tau_0^2$  は  $(\mu_0, \sigma_0^2)$  の組合せによってのみ与えられる．このとき， $x_i$  は  $N(\mu_0, \sigma_0^2)$  に従うため  $y_i$  の非心度が 0 となり，結局  $y_i$  は中心カイ 2 乗分布に従う．また，非心度が 0 であることから， $\tau_A^2$  と  $\tau_R^2$  を与える組合せはそれぞれ  $(\mu_0, \tau_A^2)$  および  $(\mu_0, \tau_R^2)$  となる．そのため，Aslam *et al.* [27] での計量規準型繰返グループ抜取検査との比較のため， $\tau_0^2$ ， $\tau_1^2$ ， $(\mu_0, \tau_0^2)$ ， $(\mu_0, \tau_1^2)$  が与えられた条件のもとでの計量規準型逐次抜取検査を設計する．ここに， $\tau_0^2 = \sigma_0^2$  であるから， $(\mu_0, \tau_0^2)$  は  $(\mu_0, \sigma_0^2)$  として与えられる．また， $(\mu_1^\dagger, \sigma_1^{2\dagger})$  の組合わせも  $(\mu_0, \tau_1^2)$  として与えられる．したがって，提案した計量規準型逐次抜取検査は  $\delta = 0$  とした Aslam *et al.* [27] の計量規準型繰返グループ抜取検査と比較が可能となった．また，Aslam *et al.* [27] に準拠して， $\tau_0^2 = 0.033$ ， $\tau_1^2 = 0.05$  とし， $\alpha$  および  $\beta$  はいくつか組合せを与えておいた．この条件のもとで設計された計量規準型逐次抜取検査および計量規準型繰返グループ抜取検査の ASN を表 4.6 としてまとめておいた．

表 4.6 において，“ASN<sub>VSS</sub>” および “ASN<sub>VRGS</sub>” はそれぞれ計量規準型逐次抜取検査および計量規準型繰返グループ抜取検査での ASN を意味する．表 4.6 より，計量規準型逐次抜取検査の ASN である ASN<sub>VSS</sub> は ASN<sub>VRGS</sub> に比べて小さくなっていることから，提案した検査方式の有用性が示されたといえる．

一方で，Aslam *et al.* [34] は提案した抜取検査の実際の運用例として，積層コンデンサを運用モデルとして考察している．積層コンデンサの厚さを品質特性値として扱うとき，この目標値と範囲をそれぞれ  $\mu_0 = 1.6$ ， $USL = 1.75$ ， $LSL = 1.45$  として与えている．また，合格とすべき工程損失指数  $L_{AQL}$  および不合格とすべき工程損失指数  $L_{LTPD}$  をそれぞれ  $L_{AQL} = 0.067$ ， $L_{LTPD} = 0.1$  とし， $\alpha = 0.05$ ， $\beta = 0.05$  と設定している．

本章で提案した計量規準型逐次抜取検査を Aslam *et al.* [34] での実例に適用させることにより， $L_{AQL}$  および  $L_{LTPD}$  はそれぞれ  $\tau_0^2 = 0.0015$  および  $\tau_1^2 = 0.00225$  となる．このとき，計量規準型逐次抜取検査の検査方式は  $(s, a_0, r_0) = (1.22, -17.67, 17.67)$  として与えられ， $y_i$  は

$$y_i = \frac{(x_i - 1.6)^2}{0.0015}$$

として計算される．

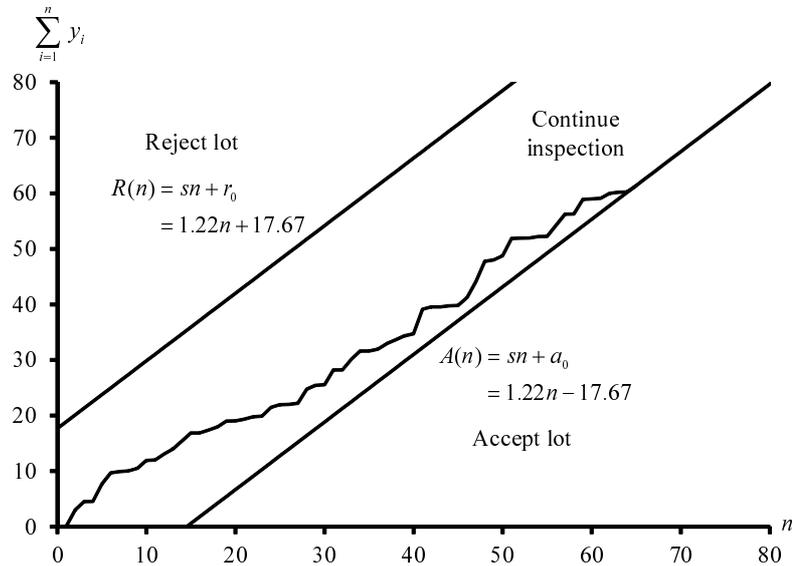


図 4.2: 表 4.7 のデータでの計量規準型逐次抜取検査の運用例

さらに, Aslam *et al.* [34] での品質特性値を表 4.7 にまとめておいた. このデータのもとで提案する計量規準型逐次抜取検査を行ったときの様子を図 4.2 に, 詳細な数値を表 4.8 にまとめておいた. 設計した計量規準型逐次抜取検査において,  $n = 65$  のとき  $(n, \sum_{i=1}^n y_i) = (65, 61.3666)$  となり, 合格判定線  $(n, A(n)) = (65, 61.3991)$  を下回っているため, ロットは合格と判定される.

## 4.7 結言

本章では, 品質損失を品質評価基準とする計量規準型逐次抜取検査について議論した. まずは設計手順について議論し, OC 関数に基づいて設計条件を満足する検査方式を導出する方法を明らかにした. また, 計量規準型逐次抜取検査の平均検査個数 ASN の評価式についても詳細に議論した. くわえて, 提案した計量規準型逐次抜取検査は, 同じ条件のもと設計される計量規準型一回抜取検査や計量規準型繰返グループ抜取検査に比べて平均的に必要な検査個数を削減できることを

示した．これを含めたいくつかの数値例を通じて，提案した検査方式の有効性を確認した．

一方，計量規準型抜取検査とは別に，不合格となったロットに対して全数検査を施す計量選別型抜取検査が存在する．Morita *et al.* [7] や Arizono *et al.* [10, 12] は品質損失を品質評価基準とする計量選別型抜取検査を提案している．本章で提案した抜取検査を適用した計量選別型逐次抜取検査の検査方式の定義や設計方法についての考察は今後の課題とする．

表 4.4:  $(\mu, \sigma^2)$  の組合せのもとでの平均検査個数

$\tau^2$	$(\mu, \sigma^2)$	$ASN(\mu, \sigma^2   \tau^2)$	削減率 [%]
1.00	(0.00, 1.00)	55.29	46.84
1.10	(0.00, 1.10)	70.83	31.89
	(0.10, 1.09)	70.84	31.89
	(0.20, 1.06)	70.90	31.82
	(0.30, 1.01)	71.18	31.56
	( $\sqrt{0.10}$ , 1.00)	71.26	31.48
1.20	(0.00, 1.20)	79.12	23.93
	(0.10, 1.19)	79.12	23.92
	(0.20, 1.16)	79.20	23.84
	(0.30, 1.11)	79.56	23.50
	(0.40, 1.04)	80.53	22.56
	( $\sqrt{0.20}$ , 1.00)	81.35	21.78
1.22 (= $s\sigma_0^2$ )	(0.00, 1.22)	79.16	23.88
	(0.10, 1.21)	79.17	23.88
	(0.20, 1.18)	79.25	23.80
	(0.30, 1.13)	79.60	23.47
	(0.40, 1.06)	80.55	22.54
	( $\sqrt{0.22}$ , 1.00)	81.75	21.40
1.30	(0.00, 1.30)	74.11	28.74
	(0.10, 1.29)	74.11	28.74
	(0.20, 1.26)	74.17	28.68
	(0.30, 1.21)	74.44	28.42
	(0.40, 1.14)	75.16	27.73
	(0.50, 1.05)	76.73	26.22
	( $\sqrt{0.30}$ , 1.00)	77.94	25.06

表 4.4: つづき

$\tau^2$	$(\mu, \sigma^2)$	$ASN(\mu, \sigma^2   \tau^2)$	削減率 [%]
1.40	(0.00, 1.40)	62.09	40.30
	(0.10, 1.39)	62.09	40.30
	(0.20, 1.36)	62.12	40.27
	(0.30, 1.31)	62.26	40.13
	(0.40, 1.24)	62.65	39.76
	(0.50, 1.15)	63.46	38.98
	(0.60, 1.04)	64.99	37.51
	( $\sqrt{0.40}$ , 1.00)	65.69	36.83
1.50	(0.00, 1.50)	50.27	51.66
	(0.10, 1.49)	50.27	51.66
	(0.20, 1.46)	50.29	51.65
	(0.30, 1.41)	50.35	51.58
	(0.40, 1.34)	50.53	51.41
	(0.50, 1.25)	50.91	51.05
	(0.60, 1.14)	51.59	50.39
	(0.70, 1.01)	52.72	49.31
( $\sqrt{0.50}$ , 1.00)	52.82	49.21	
1.60	(0.00, 1.60)	40.95	60.62
	(0.10, 1.59)	40.95	60.62
	(0.20, 1.56)	40.96	60.61
	(0.30, 1.51)	40.99	60.58
	(0.40, 1.44)	41.07	60.51
	(0.50, 1.35)	41.25	60.34
	(0.60, 1.24)	41.55	60.05
	(0.70, 1.11)	42.04	59.58
( $\sqrt{0.60}$ , 1.00)	42.54	59.09	

表 4.5: 指定された  $\alpha$  および  $\beta$  のもとでの平均検査個数

$\alpha$	$\beta$	$n_{\text{single}}$	$ASN(\mu_0, \sigma_0^2   \tau_0^2)$	削減率 [%]	$ASN(\mu_0, \tau_1^2   \tau_1^2)$	削減率 [%]
0.010	0.010	265	124.86	52.88	95.27	64.05
	0.025	223	99.71	55.29	92.52	58.51
	0.050	189	80.69	57.30	88.37	53.24
	0.075	169	69.57	58.83	84.50	50.00
	0.100	154	61.68	59.95	80.83	47.51
0.025	0.010	228	121.26	46.82	76.08	66.63
	0.025	188	96.50	48.67	73.63	60.83
	0.050	158	77.78	50.77	69.97	55.72
	0.075	139	66.84	51.92	66.59	52.09
	0.100	126	59.08	53.11	63.41	49.67
0.050	0.010	198	115.81	41.51	61.57	68.90
	0.025	161	91.70	43.04	59.35	63.14
	0.050	133	73.48	44.75	56.06	57.85
0.075	0.010	180	110.75	38.47	53.08	70.51
	0.025	145	87.28	39.81	51.00	64.83
0.100	0.010	166	105.93	36.18	47.06	71.65

表 4.6: Aslam *et al.* [27] との平均検査個数の比較

$\alpha$	$\beta$	$(\mu_0, \sigma_0^2)$			$(\mu_0, \tau_1^2)$		
		ASN <sub>VSS</sub>	ASN <sub>VRGS</sub>	削減率 [%]	ASN <sub>VSS</sub>	ASN <sub>VRGS</sub>	削減率 [%]
0.010	0.010	119.27	163.58	27.09	90.39	135.86	33.47
	0.025	95.25	126.43	24.66	87.79	126.81	30.77
	0.050	77.08	102.73	24.97	83.84	118.68	29.35
	0.075	66.45	90.45	26.53	80.17	113.53	29.38
	0.100	58.92	81.46	27.67	76.69	109.13	29.73
0.025	0.010	115.83	157.89	26.64	72.19	113.07	36.16
	0.025	92.18	120.81	23.70	69.86	104.04	32.85
	0.050	74.30	96.28	22.83	66.39	94.97	30.10
	0.075	63.84	82.40	22.53	63.18	89.09	29.08
	0.100	56.43	75.12	24.88	60.17	85.59	29.70
0.050	0.010	110.62	166.08	33.39	58.42	96.99	39.77
	0.025	87.59	118.46	26.06	56.31	86.86	35.17
	0.050	70.18	94.35	25.61	53.19	78.53	32.26
0.075	0.010	105.78	186.62	43.32	50.37	88.69	43.21
	0.025	83.37	141.01	40.88	48.39	80.98	40.25
0.100	0.010	101.19	386.94	73.85	44.65	111.61	59.99

表 4.7: 積層コンデンサの厚さ [34]

1.5903	1.6666	1.5526	1.5922	1.5317	1.6552	1.5821	1.6138
1.5737	1.5540	1.5872	1.5604	1.6377	1.5537	1.5538	1.5985
1.6281	1.5709	1.5600	1.6046	1.6217	1.6253	1.5863	1.5515
1.5734	1.6102	1.6176	1.5387	1.6329	1.6120	1.5367	1.6030
1.5467	1.6474	1.6041	1.5776	1.6385	1.6325	1.6327	1.5765
1.6812	1.6250	1.5953	1.6176	1.6086	1.6464	1.5346	1.5260
1.5806	1.5666	1.5315	1.6094	1.5958	1.6207	1.5990	1.6548
1.5450	1.6041	1.6628	1.5876	1.5868	1.6362	1.5821	1.5919
1.6411	1.5358	1.5893	1.5925	1.6205	1.6021	1.6000	1.5311
1.6363	1.5773	1.5916	1.6165	1.6002	1.5821	1.5242	1.5950
1.5896	1.6203	1.6182	1.5701	1.6343	1.6141	1.6463	1.6874
1.5762	1.5709	1.6336					

表 4.8: Aslam *et al.* [34] でのデータのもとでの計量規準型逐次抜取検査の運用例

$n$	$A(n)$	$R(n)$	$x_n$	$y_n$	$\sum_{i=1}^n y_i$
1	-16.4502	18.8830	1.5903	0.0627	0.0627
2	-15.2338	20.0994	1.6666	2.9570	3.0198
3	-14.0174	21.3158	1.5526	1.4978	4.5176
4	-12.8011	22.5322	1.5922	0.0406	4.5582
5	-11.5847	23.7486	1.5317	3.1099	7.6681
6	-10.3683	24.9650	1.6552	2.0314	9.6995
7	-9.1519	26.1814	1.5821	0.2136	9.9131
8	-7.9355	27.3978	1.6138	0.1270	10.0400
9	-6.7191	28.6142	1.5737	0.4611	10.5011
10	-5.5027	29.8306	1.5540	1.4107	11.9118
11	-4.2863	31.0470	1.5872	0.1092	12.0210
12	-3.0699	32.2634	1.5604	1.0454	13.0665
13	-1.8535	33.4798	1.6377	0.9475	14.0140
14	-0.6371	34.6962	1.5537	1.4291	15.4431
15	0.5793	35.9126	1.5538	1.4230	16.8661
16	1.7957	37.1290	1.5985	0.0015	16.8676
17	3.0121	38.3454	1.6281	0.5264	17.3940
18	4.2285	39.5617	1.5709	0.5645	17.9585
19	5.4449	40.7781	1.5600	1.0667	19.0252
20	6.6613	41.9945	1.6046	0.0141	19.0393
21	7.8777	43.2109	1.6217	0.3139	19.3532
22	9.0941	44.4273	1.6253	0.4267	19.7800
23	10.3105	45.6437	1.5863	0.1251	19.9051
24	11.5269	46.8601	1.5515	1.5682	21.4733
25	12.7432	48.0765	1.5734	0.4717	21.9450
26	13.9596	49.2929	1.6102	0.0694	22.0143
27	15.1760	50.5093	1.6176	0.2065	22.2208
28	16.3924	51.7257	1.5387	2.5051	24.7260
29	17.6088	52.9421	1.6329	0.7216	25.4476
30	18.8252	54.1585	1.6120	0.0960	25.5436
31	20.0416	55.3749	1.5367	2.6713	28.2148
32	21.2580	56.5913	1.6030	0.0060	28.2208
33	22.4744	57.8077	1.5467	1.8939	30.1148
34	23.6908	59.0241	1.6474	1.4978	31.6126
35	24.9072	60.2405	1.6041	0.0112	31.6238

表 4.8: つづき

$n$	$A(n)$	$R(n)$	$x_n$	$y_n$	$\sum_{i=1}^n y_i$
36	26.1236	61.4569	1.5776	0.3345	31.9583
37	27.3400	62.6733	1.6385	0.9882	32.9465
38	28.5564	63.8897	1.6325	0.7042	33.6506
39	29.7728	65.1061	1.6327	0.7129	34.3635
40	30.9892	66.3224	1.5765	0.3682	34.7317
41	32.2056	67.5388	1.6812	4.3956	39.1273
42	33.4220	68.7552	1.6250	0.4167	39.5440
43	34.6384	69.9716	1.5953	0.0147	39.5587
44	35.8548	71.1880	1.6176	0.2065	39.7652
45	37.0712	72.4044	1.6086	0.0493	39.8145
46	38.2876	73.6208	1.6464	1.4353	41.2498
47	39.5039	74.8372	1.5346	2.8514	44.1012
48	40.7203	76.0536	1.5260	3.6507	47.7519
49	41.9367	77.2700	1.5806	0.2509	48.0028
50	43.1531	78.4864	1.5666	0.7437	48.7465
51	44.3695	79.7028	1.5315	3.1282	51.8747
52	45.5859	80.9192	1.6094	0.0589	51.9336
53	46.8023	82.1356	1.5958	0.0118	51.9454
54	48.0187	83.3520	1.6207	0.2857	52.2310
55	49.2351	84.5684	1.5990	0.0007	52.2317
56	50.4515	85.7848	1.6548	2.0020	54.2337
57	51.6679	87.0012	1.5450	2.0167	56.2504
58	52.8843	88.2176	1.6041	0.0112	56.2616
59	54.1007	89.4340	1.6628	2.6292	58.8908
60	55.3171	90.6504	1.5876	0.1025	58.9933
61	56.5335	91.8667	1.5868	0.1162	59.1095
62	57.7499	93.0831	1.6362	0.8736	59.9831
63	58.9663	94.2995	1.5821	0.2136	60.1967
64	60.1827	95.5159	1.5919	0.0437	60.2405
65	61.3991	96.7323	1.6411	1.1261	61.3666



# 第5章 品質損失を評価基準とする計量規準型 Independent Double 抜取検査

## 5.1 緒言

検査に要するサンプル数に関して，一回抜取検査でのサンプル・サイズからの削減を目的として，多回抜取方式が考案されている．この多回抜取検査は，繰返グループ抜取検査や逐次抜取検査と異なり，検査回数の上限があらかじめ設定されている．そのため，検査回数の増大に不安を持つ実務家に安心感を与えることができる．とくに，二回抜取検査は多回抜取検査のなかでも最も単純な検査方式として知られている [32]．ただし，一般的な多回抜取検査方式では，各段階における判定がそれ以前の判定段階でのサンプル・データに依存するため検査方式の設計は煩雑になり，既存の不適合品率を品質評価の基準とする二回抜取検査方式 [35, 36] においてさえ，その設計問題の解法には困難さをともなう．

一方，Aslam *et al.* [37] は工程損失指数を品質評価基準とする計量規準型二回抜取検査を提案した．ただし，Aslam *et al.* [37] は検査方式の設計において，2 回目の抜取検査での合格確率の評価において，1 回目の抜取検査の結果を正確に反映させていないため，正確ではないという問題がある．この問題の詳細については後述する．

そこで本章では，上記の二回抜取検査の設計の困難化を回避することを意図して，1 回目の検査結果を 2 回目の検査での判定に反映させない新しい計量規準型二回抜取検査を提案する．以下，この新しい検査方式を計量規準型 Independent Double 抜取検査と表す．この新しい計量規準型 Independent Double 抜取検査について，検査方式を定義し，さらに設計手順を明らかにする．また，数値検証を通

じて計量規準型 Independent Double 抜取検査の特性について考察する．さらに，第3章で提案した計量規準型繰返グループ抜取検査，第4章で提案した計量規準型逐次抜取検査との比較を行う．ここに，提案する計量規準型 Independent Double 抜取検査を含む多回抜取検査は既述の通り検査回数の上限があらかじめ設定されている．そのため，ここでは平均検査個数 ASN だけでなく平均検査回数 (Average Sampling Frequency; ASF) についても比較する．

## 5.2 Aslam *et al.* [37] の計量規準型二回抜取検査の概説

Aslam *et al.* [37] は工程損失指数を品質評価基準とする計量規準型二回抜取検査を提案している．この検査手順を以下に示す．

- I. 1st-stage sampling inspection: ロットからサンプルをサイズ  $n_1$  で抜取り，製品の品質特性値  $x_i, i = 1, 2, \dots, n$  より

$$\hat{L}_e^1 = \frac{1}{n_1 d^2} \sum_{i=1}^{n_1} (x_i - \mu_T)^2$$

を計算する．このとき， $k_{a1}$  および  $k_r$  をそれぞれ 1st-stage sampling inspection における合格判定基準，不合格判定基準として， $\hat{L}_e^1 \leq k_{a1}$  ならロット合格， $\hat{L}_e^1 \geq k_r$  ならロット不合格とする．また， $k_{a1} < \hat{L}_e^1 < k_r$  なら 2nd-stage sampling inspection へ移行し，検査続行となる．

- II. 2nd-stage sampling inspection: ロットからサンプルをサイズ  $n_2$  であらためて抜取り，1st-stage sampling inspection と同様に

$$\hat{L}_e^2 = \hat{L}_e^1 + \frac{1}{n_2 d^2} \sum_{i=1}^{n_2} (x_i - \mu_T)^2$$

を計算する．このとき， $k_{a2}$  を 2nd-stage sampling inspection における合格判定基準として， $\hat{L}_e^2 \leq k_{a2}$  であればロット合格，そうでなければロット不合格とする．

この検査方式のもとで，ロットが合格となる確率を  $P_{accept}$  とするとき，Aslam *et al.* [37] はこれを

$$P_{accept} = \Pr \left\{ \hat{L}_e^1 \leq k_{a1} \right\} + \Pr \left\{ k_{a1} < \hat{L}_e^1 < k_r \right\} \Pr \left\{ \hat{L}_e^2 \leq k_{a2} \right\} \quad (5.1)$$

と評価している．また，Aslam *et al.* [37] は  $n_1 = n_2 = n$  とし， $n(1 + \xi)\hat{L}_e^1/L_e$  が自由度  $n$ ，非心度  $n\xi$  の， $n(1 + \xi)\hat{L}_e^2/L_e$  が自由度  $2n$ ，非心度  $2n\xi$  の非心カイ 2 乗分布にそれぞれ従うと述べている．このとき，工程の平均値が目標値  $\mu_T$  と一致していれば  $\xi = 0$  であり，式 (5.1) の合格確率は具体的には  $x \equiv n\hat{L}_e^1/L_e$ ， $z \equiv n\hat{L}_e^2/L_e$  として

$$\begin{aligned} P_{accept} &= \int_0^{nk_{a1}/L_e} \frac{1}{2^{n/2}\Gamma(n/2)} x^{n/2-1} e^{-x/2} dx \\ &+ \int_{nk_{a1}/L_e}^{nk_r/L_e} \frac{1}{2^{n/2}\Gamma(n/2)} x^{n/2-1} e^{-x/2} dx \\ &\times \int_0^{nk_{a2}/L_e} \frac{1}{2^{2n/2}\Gamma(2n/2)} z^{2n/2-1} e^{-z/2} dz \end{aligned} \quad (5.2)$$

として計算されることとなる．

ただし，式 (5.2) において， $z$  は  $x$  に対して独立として扱われているが，実際には  $z$  は 1st stage sampling inspection での  $x$  の実現値に依存する．そのため，合格確率  $P_{accept}$  は  $y \equiv \frac{n}{L_e} \frac{1}{nd^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_T)^2$  として

$$\begin{aligned} P_{accept} &= \int_0^{nk_{a1}/L_e} \frac{1}{2^{n/2}\Gamma(n/2)} x^{n/2-1} e^{-x/2} dx \\ &+ \int_{nk_{a1}/L_e}^{nk_r/L_e} \left[ \frac{1}{2^{n/2}\Gamma(n/2)} x^{n/2-1} e^{-x/2} \right. \\ &\quad \left. \times \left\{ \int_0^{nk_{a2}/L_e - x} \frac{1}{2^{n/2}\Gamma(n/2)} y^{n/2-1} e^{-y/2} dy \right\} \right] dx \end{aligned} \quad (5.3)$$

と評価されなければならない．ただし，既述のように従来の二回抜取検査では 2 回目での判定は 1 回目の判定に依存するため，その設計は複雑になることが知られている．そのため，合格確率が式 (5.3) で評価される Aslam *et al.* [37] の計量規準型二回抜取検査の設計も本来は複雑なものとなる．さらに， $\xi \neq 0$  のとき，検査統計量は非心カイ 2 乗分布に従うことになる．非心カイ 2 乗分布の確率密度関数は

中心カイ 2 乗分布の重み付き無限級数として与えられるため，式 (5.3) の評価はより一層困難となる．

くわえて，Aslam *et al.* は非心度  $n\xi$  を指定値として与えているが，同じ工程損失指数  $L$  を与える平均と分散の組合せ  $(\mu, \sigma^2)$  は無数に存在する．したがって，Aslam *et al.* の計量規準型二回抜取検査は工程損失指数  $L$  を与えるすべての  $(\mu, \sigma^2)$  の組合せに対して品質を保証しているとはいえない．

結局，式 (5.1) が合格確率を正しく評価しておらず，また，式 (5.3) の具体的な評価が簡単でないことから，Aslam *et al.* の計量規準型二回抜取検査を論理的かつ正確に設計することは容易ではない．

### 5.3 提案する計量規準型 Independent Double 抜取検査の検査方式

ここでは，提案する計量規準型 Independent Double 抜取検査について説明する．

第 3 章および第 4 章での定義と同様に，製品の品質特性値  $x_i$  が正規分布  $N(\mu, \sigma^2)$  に従うものとする．ただし，ここでも  $\mu$  および  $\sigma^2$  は未知である．また，合格とすべき品質損失および不合格とすべき品質損失の値をそれぞれ  $\tau_0^2$  および  $\tau_1^2$  とし，生産者危険および消費者危険をそれぞれ  $\alpha$  および  $\beta$  とする．

また， $(\mu, \sigma^2) = (\mu_T, \sigma_T^2)$  を理想状態における平均と分散とする．第 3 章および第 4 章でも述べたように， $\sigma_T^2$  は実現可能な分散の最小値であるので，任意の分散  $\sigma^2$  に対して  $\sigma^2 \geq \sigma_T^2$  が成り立つ．

提案する計量規準型 Independent Double 抜取検査は以下の手順に沿って行われる．

I. 1st-stage sampling inspection:

- step 1. ロットからサンプルをサイズ  $n_F$  で抜取り，製品の品質特性値  $x_{F:i}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n_F$  より式 (2.2) に基づいて品質損失の推定量  $\hat{\tau}_F^2$  を計算する．

step 2. 判定基準

$$\begin{cases} \hat{\tau}_F^2 \leq c_{F0} \text{ であれば} & \text{ロット合格} \\ c_{F0} < \hat{\tau}_F^2 \leq c_{F1} \text{ であれば} & \text{検査続行} \\ \hat{\tau}_F^2 > c_{F1} \text{ であれば} & \text{ロット不合格} \end{cases} \quad (5.4)$$

のもとでロットの合否の判定を行う。ただし、 $c_{F0}$  および  $c_{F1}$  はそれぞれ 1st-stage sampling inspection での合格および不合格判定基準である。

II. 2nd-stage sampling inspection:

step 1. ロットからサンプルをサイズ  $n_F$  で抜き取り、製品の品質特性値  $x_{S:i}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n_S$  より式 (2.2) に基づいて品質損失の推定量  $\hat{\tau}_S^2$  を計算する。

step 2. 判定基準

$$\begin{cases} \hat{\tau}_S^2 \leq c_S \text{ であれば} & \text{ロット合格} \\ \hat{\tau}_S^2 > c_S \text{ であれば} & \text{ロット不合格} \end{cases} \quad (5.5)$$

のもとでロットの合否の判定を行う。ここに、 $c_S$  は 2nd-stage sampling inspection での合格判定基準である。

この検査手順において、第 3 章で提案した繰返グループ抜き検査と同様に、2nd-stage sampling inspection での合否判定においては 1st-stage sampling inspection のサンプル・データ  $x_{F:i}$  は考慮されないことに留意されたい。

## 5.4 計量規準型 Independent Double 抜き検査の設計

まず、 $P_{a:F}(\tau^2)$  および  $P_{r:F}(\tau^2)$  を

$$P_{a:F}(\tau^2) = \Pr \{ \hat{\tau}_F^2 \leq c_{F0} | \tau^2 \} \quad (5.6)$$

$$P_{r:F}(\tau^2) = \Pr \{ \hat{\tau}_F^2 > c_{F1} | \tau^2 \} \quad (5.7)$$

と定義する。式 (5.6) および (5.7) はそれぞれ品質損失が  $\tau^2$  のロットが 1st-stage sampling inspection で合格、あるいは不合格となる確率を意味している。同様に、品質損失が  $\tau^2$  として与えられるロットが 2nd-stage sampling inspection で合格、

あるいは不合格となる確率  $P_{a:S}(\tau^2)$  および  $P_{r:S}(\tau^2)$  をそれぞれ

$$P_{a:S}(\tau^2) = \Pr \{ \hat{\tau}_S^2 \leq c_S | \tau^2 \} \quad (5.8)$$

$$P_{r:S}(\tau^2) = \Pr \{ \hat{\tau}_S^2 > c_S | \tau^2 \} \quad (5.9)$$

と定義する．この計量規準型 Independent Double 抜取検査において，品質損失が  $\tau^2$  のロットが最終的に合格，あるいは不合格となる確率  $P_A(\tau^2)$  および  $P_R(\tau^2)$  はそれぞれ

$$P_A(\tau^2) = P_{a:F}(\tau^2) + (1 - P_{a:F}(\tau^2) - P_{r:F}(\tau^2)) P_{a:S}(\tau^2) \quad (5.10)$$

$$P_R(\tau^2) = P_{r:F}(\tau^2) + (1 - P_{a:F}(\tau^2) - P_{r:F}(\tau^2)) P_{r:S}(\tau^2) \quad (5.11)$$

となる．

既述のように，同じ  $\tau^2$  を与える  $(\mu, \sigma^2)$  の組合せは無数に存在する．このことを踏まえて，提案する計量規準型 Independent Double 抜取検査において

$$\max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_R(\tau_0^2) \leq \alpha \quad (5.12)$$

$$\max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_A(\tau_1^2) \leq \beta \quad (5.13)$$

を満足する必要がある．ここに  $\Omega(\tau^2)$  は  $\tau^2$  を与える  $(\mu, \sigma^2)$  の組合せの集合である．

式 (5.11) で示したように， $P_R(\tau^2)$  は  $P_{a:F}(\tau^2)$ ， $P_{r:F}(\tau^2)$ ， $P_{r:S}(\tau^2)$  からなる関数であるため， $P_R(\tau_0^2)$  の挙動を解析的に調べることは容易ではない．そのため，つぎの関係

$$\begin{aligned} \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_R(\tau_0^2) &= \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} \{ P_{r:F}(\tau_0^2) + (1 - P_{a:F}(\tau_0^2) - P_{r:F}(\tau_0^2)) P_{r:S}(\tau_0^2) \} \\ &\leq \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_{r:F}(\tau_0^2) \\ &\quad + \left( 1 - \min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_{a:F}(\tau_0^2) - \min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_{r:F}(\tau_0^2) \right) \\ &\quad \times \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_{r:S}(\tau_0^2) \end{aligned} \quad (5.14)$$

を考える．このとき，つぎの関係式

$$\begin{aligned} & \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_{r:F}(\tau_0^2) \\ & + \left( 1 - \min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_{a:F}(\tau_0^2) - \min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_{r:F}(\tau_0^2) \right) \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_{r:S}(\tau_0^2) \leq \alpha \end{aligned} \quad (5.15)$$

が成り立つとき，式 (5.12) の関係は必ず実現されることとなる．結局，式 (5.12) で示した  $P_R(\tau_0^2)$  の最大化問題に代えて， $P_{r:F}(\tau_0^2)$  および  $P_{r:S}(\tau_0^2)$  の最大化問題，および  $P_{a:F}(\tau_0^2)$  および  $P_{r:F}(\tau_0^2)$  の最小化問題の 4 つについて考察すればよいことになる．

同様に，式 (5.13) に関してもつぎの関係

$$\begin{aligned} \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_A(\tau_1^2) &= \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} \{ P_{a:F}(\tau_1^2) + (1 - P_{a:F}(\tau_1^2) - P_{r:F}(\tau_1^2)) P_{a:S}(\tau_1^2) \} \\ &\leq \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_{a:F}(\tau_1^2) \\ &\quad + \left( 1 - \min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_{a:F}(\tau_1^2) - \min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_{r:F}(\tau_1^2) \right) \\ &\quad \times \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_{a:S}(\tau_1^2) \end{aligned} \quad (5.16)$$

を考える．このときも，つぎの関係

$$\begin{aligned} & \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_{a:F}(\tau_1^2) \\ & + \left( 1 - \min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_{a:F}(\tau_1^2) - \min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_{r:F}(\tau_1^2) \right) \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_{a:D}(\tau_1^2) \leq \beta \end{aligned} \quad (5.17)$$

が満足されれば，式 (5.13) もまた満足される．そこで，式 (5.13) での  $P_A(\tau_1^2)$  の最大化問題に代えて， $P_{a:F}(\tau_1^2)$  と  $P_{a:S}(\tau_1^2)$  の最大化問題，および  $P_{a:F}(\tau_1^2)$  と  $P_{r:F}(\tau_1^2)$  の最小化問題について考察する．

まず式 (5.15) での  $P_{r:F}(\tau_0^2)$  の最大化問題について考える． $P_{r:F}(\tau_0^2)$  の最大値を

$$\max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_{r:F}(\tau_0^2) = \alpha_F^\dagger \quad (0 < \alpha_F^\dagger \leq \alpha), \quad (5.18)$$

とおき， $P_{r:F}(\tau_0^2)$  を最大化する  $(\mu, \sigma^2)$  を  $(\mu_0^\dagger, \sigma_0^{2\dagger})$  と定義する．式 (5.18) より，つぎの関係

$$\begin{aligned}
\alpha_F^\dagger &= \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_{r:F}(\tau_0^2) \\
&= \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} \Pr \left\{ \hat{\tau}_F^2 > c_{F1} \mid \tau_0^2 \right\} \\
&= \Pr \left\{ \hat{\tau}_F^2 > c_{F1} \mid (\mu_0^\dagger, \sigma_0^{2\dagger}) \right\} \\
&= \Pr \left\{ \hat{\tau}_F^2 > \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} \frac{\chi_{\phi_{0:F}}^2(\alpha_F^\dagger)}{\phi_{0:F}} \tau_0^2 \mid (\mu_0^\dagger, \sigma_0^{2\dagger}) \right\} \\
&= \Pr \left\{ \hat{\tau}_F^2 > \frac{\chi_{\phi_{0:F}^\dagger}^2(\alpha_F^\dagger)}{\phi_{0:F}^\dagger} \tau_0^2 \mid (\mu_0^\dagger, \sigma_0^{2\dagger}) \right\} \tag{5.19}
\end{aligned}$$

が導出される．ここで  $\chi_\phi^2(\varepsilon)$  は自由度  $\phi$  の中心カイ 2 乗分布の上側  $100\varepsilon\%$  点であり

$$\begin{aligned}
\phi_{0:F} &= \frac{n_F (1 + \xi_0)^2}{1 + 2\xi_0}, \quad \xi_0 = \frac{\tau_0^2}{\sigma^2} - 1 \\
\phi_{0:F}^\dagger &= \frac{n_F (1 + \xi_0^\dagger)^2}{1 + 2\xi_0^\dagger}, \quad \xi_0^\dagger = \frac{\tau_0^2}{\sigma_0^{2\dagger}} - 1
\end{aligned}$$

である．式 (5.19) に基づいて，1st-stage sampling inspection での判定基準  $c_{F1}$  は

$$c_{F1} = \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} \frac{\chi_{\phi_{0:F}}^2(\alpha_F^\dagger)}{\phi_{0:F}} \tau_0^2 \tag{5.20}$$

として与えられる．つまり，式 (5.20) より， $(\mu_0^\dagger, \sigma_0^{2\dagger})$  は  $\chi_{\phi_{0:F}}^2(\alpha_F^\dagger) / \phi_{0:F}$  を最大化する  $(\mu_0^\dagger, \sigma_0^{2\dagger})$  として与えられる必要があることがわかる．

ここで， $\alpha_F^\dagger \leq \alpha$  であり，一般に  $\alpha$  は 0.05 のように 1 より十分小さい値が設定されることから，第 3 章で行った考察と同様にして，表 3.1 より式 (5.20) の右辺を最大化する平均と分散の組合せとして  $(\mu_T, \tau_0^2)$  が与えられることがわかる．

また，1st-stage sampling での不合格判定基準  $c_{F1}$  は  $n_F$  および  $\alpha_F^\dagger$  より

$$\begin{aligned}
c_{F1} &= \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} \frac{\chi_{\phi_{0:F}}^2(\alpha_F^\dagger)}{\phi_{0:F}} \tau_0^2 \\
&= \frac{\chi_{n_F}^2(\alpha_F^\dagger)}{n_F} \tau_0^2 \tag{5.21}
\end{aligned}$$

として与えられる．

同様に，式 (5.17) の  $P_{a:F}(\tau_1^2)$  最大化について考察する． $P_{a:F}(\tau_1^2)$  の最大値を

$$\max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_{a:F}(\tau_1^2) = \beta_F^\dagger \quad (0 < \beta_F^\dagger \leq \beta) \quad (5.22)$$

とおき， $(\mu_1^\dagger, \sigma_1^{2\dagger})$  を  $P_{a:F}(\tau_1^2)$  を最大化する  $(\mu, \sigma^2)$  とする．式 (5.22) より，つぎの関係式

$$\begin{aligned} \beta_F^\dagger &= \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_{a:F}(\tau_1^2) \\ &= \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} \Pr \{ \hat{\tau}_F^2 \leq c_{F0} \mid \tau_1^2 \} \\ &= \Pr \left\{ \hat{\tau}_F^2 \leq c_{F0} \mid (\mu_1^\dagger, \sigma_1^{2\dagger}) \right\} \\ &= \Pr \left\{ \hat{\tau}_F^2 \leq \min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} \frac{\chi_{\phi_{1:F}}^2 (1 - \beta_F^\dagger)}{\phi_{1:F}} \tau_1^2 \mid (\mu_1^\dagger, \sigma_1^{2\dagger}) \right\} \\ &= \Pr \left\{ \hat{\tau}_F^2 \leq \frac{\chi_{\phi_{1:F}^\dagger}^2 (1 - \beta_F^\dagger)}{\phi_{1:F}^\dagger} \tau_1^2 \mid (\mu_1^\dagger, \sigma_1^{2\dagger}) \right\} \end{aligned} \quad (5.23)$$

を得る．ここでも

$$\begin{aligned} \phi_{1:F} &= \frac{n_F (1 + \xi_1)^2}{1 + 2\xi_1}, \quad \xi_1 = \frac{\tau_1^2}{\sigma^2} - 1 \\ \phi_{1:F}^\dagger &= \frac{n_F (1 + \xi_1^\dagger)^2}{1 + 2\xi_1^\dagger}, \quad \xi_1^\dagger = \frac{\tau_1^2}{\sigma_1^{2\dagger}} - 1 \end{aligned}$$

である．

式 (5.23) に基づいて， $c_{F0}$  は

$$c_{F0} = \min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} \frac{\chi_{\phi_{1:F}}^2 (1 - \beta_F^\dagger)}{\phi_{1:F}} \tau_1^2 \quad (5.24)$$

として与えられる．式 (5.24) より， $(\mu_1^\dagger, \sigma_1^{2\dagger})$  は  $\chi_{\phi_{1:F}}^2 (1 - \beta_F^\dagger) / \phi_{1:F}$  を最小化する組合せであることが必要であるとわかる．ここで， $\beta_F^\dagger \leq \beta$  であり， $\beta$  は一般に 0.10 のように十分小さい値が設定される．したがって， $1 - \beta_F^\dagger$  は 1 に十分近い値とな

る．このときも第3章での考察と同様の考察により，表 3.2 より  $(\mu_T, \tau_1^2)$  の組合せによって式 (5.24) の右辺が最小化され， $c_{F0}$  は  $n_F$  および  $\beta_F^\dagger$  のもとで

$$\begin{aligned} c_{F0} &= \min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} \frac{\chi_{\phi_{1:F}}^2 (1 - \beta_F^\dagger)}{\phi_{1:F}} \tau_1^2 \\ &= \frac{\chi_{n_F}^2 (1 - \beta_F^\dagger)}{n_F} \tau_1^2 \end{aligned} \quad (5.25)$$

として与えられる．

つぎに，式 (5.25) および (5.21) で定義された  $c_{F0}$  および  $c_{F1}$  のもとでの  $P_{a:F}(\tau_0^2)$ ， $P_{r:F}(\tau_0^2)$ ， $P_{a:F}(\tau_1^2)$ ， $P_{r:F}(\tau_1^2)$  の最小化問題について検討する．まず  $P_{a:F}(\tau_0^2)$  の最小化問題について検討する．つぎの関係式

$$1 - \min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_{a:F}(\tau_0^2) = \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} \Pr \{ \hat{\tau}_F^2 > c_{F0} \mid \tau_0^2 \} \quad (5.26)$$

より， $\Pr \{ \hat{\tau}_F^2 > c_{F0} \mid \tau_0^2 \}$  を最大化する  $(\mu, \sigma^2)$  は  $P_{a:F}(\tau_0^2)$  を最小化することがわかる．そこで， $\Pr \{ \hat{\tau}_F^2 > c_{F0} \mid \tau_0^2 \}$  の挙動について検討する． $\Pr \{ \hat{\tau}_F^2 > c_{F0} \mid \tau_0^2 \}$  の挙動に関する詳細は付録 B を参照されたい．付録 B をもとに， $\Pr \{ \hat{\tau}_F^2 > c_{F0} \mid \tau_0^2 \}$  を最大化する組合せを表 5.1 にまとめておいた．ただし

$$\begin{aligned} \phi_{0:F0}^* &= \left\{ \frac{9}{2} \left( \sqrt[3]{\frac{c_{F0}}{\tau_0^2}} - 1 \right) \right\}^{-1} \\ \xi_{0:F0}^* &= \sqrt{\left( \frac{\phi_{0:F0}^*}{n_F} - 1 \right)^2 + \left( \frac{\phi_{0:F0}^*}{n_F} - 1 \right) + \left( \frac{\phi_{0:F0}^*}{n_F} - 1 \right)} \\ \phi_{0:F \max} &= \frac{n_F \left( \frac{\tau_0^2}{\sigma_T^2} \right)^2}{2 \left( \frac{\tau_0^2}{\sigma_T^2} \right) - 1} \end{aligned}$$

である．

つぎに， $P_{r:F}(\tau_0^2)$  の最小化問題について議論する．この最小化問題は，式 (5.7) の関係により， $\Pr \{ \hat{\tau}_F^2 > c_{F1} \mid \tau_0^2 \}$  の最小化問題について考えればよいことになる．付録 B より， $\Pr \{ \hat{\tau}_F^2 > c_{F1} \mid \tau_0^2 \}$  を最小化する  $(\mu, \sigma^2)$  は  $\sqrt[3]{c_{F1}/\tau_0^2} - 1$  の正負および

$$\phi_{0:F1}^* = \left\{ \frac{9}{2} \left( \sqrt[3]{\frac{c_{F1}}{\tau_0^2}} - 1 \right) \right\}^{-1} \quad (5.27)$$

表 5.1:  $\Pr \{ \hat{\tau}_F^2 > c_{F0} | \tau_0^2 \}$  を最大化する  $(\mu, \sigma^2)$

$\sqrt[3]{c_{F0}/\tau_0^2} - 1$	$\phi_{0:F0}^*$	$(\mu, \sigma^2)$
$\sqrt[3]{c_{F0}/\tau_0^2} - 1 \leq 0$	—	$(\mu_T \pm \sqrt{\tau_0^2 - \sigma_T^2}, \sigma_T^2)$
$\sqrt[3]{c_{F0}/\tau_0^2} - 1 > 0$	$\phi_{0:F0}^* \leq n_F$ $n_F < \phi_{0:F0}^* \leq \phi_{0F \max}$ $\phi_{0:F0}^* > \phi_{0F \max}$	$(\mu_T, \tau_0^2)$ $(\mu_T \pm \sqrt{\frac{\xi_{0:F0}^*}{\xi_{0:F0}^*+1} \tau_0^2}, \frac{\tau_0^2}{\xi_{0:F0}^*+1})$ $(\mu_T \pm \sqrt{\tau_0^2 - \sigma_T^2}, \sigma_T^2)$

の値によって場合分けされる．ところで， $c_{F1}$  は式 (5.21) で与えられており， $u_\varepsilon$  を標準正規分布の上側  $100\varepsilon\%$  点として  $c_{F1}$  は Wilson-Hilferty の近似 [31] により

$$\begin{aligned} c_{F1} &= \frac{\chi_{n_F}^2(\alpha_F^\dagger)}{n_F} \tau_0^2 \\ &= \left\{ 1 - \frac{2}{9n_F} + u_{\alpha_F^\dagger} \sqrt{\frac{2}{9n_F}} \right\}^3 \tau_0^2 \end{aligned} \quad (5.28)$$

と表すことができ

$$\sqrt[3]{\frac{c_{F1}}{\tau_0^2}} - 1 = -\frac{2}{9n_F} + u_{\alpha_F^\dagger} \sqrt{\frac{2}{9n_F}} \quad (5.29)$$

の関係をj得る．ここで

$$u_{\gamma_F} = \sqrt{\frac{8}{9n_F}} \quad (5.30)$$

を定義すると，式 (5.29) は  $u_{\gamma_F}$  を用いて

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{\frac{c_{F1}}{\tau_0^2}} - 1 &= \sqrt{\frac{2}{9n_F}} \left( -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{8}{9n_F}} + u_{\alpha_F^\dagger} \right) \\ &= \sqrt{\frac{2}{9n_F}} \left( -\frac{1}{2} u_{\gamma_F} + u_{\alpha_F^\dagger} \right) \end{aligned} \quad (5.31)$$

と表すことができる．ここで， $n_F = 2$  のとき  $u_{\gamma_F} = 2/3$  であり， $u_{\gamma_F}$  は  $n_F$  に関して単調減少であるから， $\gamma_F$  の最小値として 0.2525 を得る．既述のように  $\alpha_F^\dagger$  は 1 より十分小さい値であるので， $\alpha_F^\dagger < \gamma_F$  であり，同時に  $u_{\alpha_F^\dagger} > u_{\gamma_F}$  となる．結局， $\sqrt[3]{c_{F1}/\tau_0^2} - 1 > 0$  の関係をj得る．

また，式 (5.29) を式 (5.27) に代入することにより

$$\begin{aligned}\phi_{0:F1}^* &= \left\{ \frac{9}{2} \left( -\frac{2}{9n_F} + u_{\alpha_F^\dagger} \sqrt{\frac{2}{9n_F}} \right) \right\}^{-1} \\ &= \left\{ -\frac{1}{n_F} + u_{\alpha_F^\dagger} \sqrt{\frac{9}{2n_F}} \right\}^{-1}\end{aligned}\quad (5.32)$$

となり，不等式

$$\begin{aligned}\frac{1}{\phi_{0:F1}^*} - \frac{1}{n_F} &= \left\{ -\frac{1}{n_F} + u_{\alpha_F^\dagger} \sqrt{\frac{9}{2n_F}} \right\} - \frac{1}{n_F} \\ &= -\frac{2}{n_F} + u_{\alpha_F^\dagger} \sqrt{\frac{9}{2n_F}} \\ &= \sqrt{\frac{9}{2n_F}} \left\{ -\sqrt{\frac{8}{9n_F}} + u_{\alpha_F^\dagger} \right\} \\ &= \sqrt{\frac{9}{2n_F}} \left( -u_{\gamma_F} + u_{\alpha_F^\dagger} \right) \\ &> 0\end{aligned}\quad (5.33)$$

を得る．式 (5.33) より， $\phi_{0:F1}^* < n_F$  であることがわかる．結局，付録 B で考察すべき場合分けが特定され， $P_{r:F}(\tau_0^2)$  は  $(\mu, \sigma^2) = \left( \mu_T \pm \sqrt{\tau_0^2 - \sigma_T^2}, \sigma_T^2 \right)$  で最小化されることが明らかになった．ここまでの考察の結果より，次の記号

$$\alpha_F^\ddagger = 1 - \min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_{a:F}(\tau_0^2) \quad (5.34)$$

$$\begin{aligned}\alpha_{F \min}^\ddagger &= \min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_{r:F}(\tau_0^2) \\ &= P_{r:F} \left( \tau_0^2 \mid (\mu, \sigma^2) = \left( \mu_T \pm \sqrt{\tau_0^2 - \sigma_T^2}, \sigma_T^2 \right) \right)\end{aligned}\quad (5.35)$$

が定義される．

同様に， $P_{r:F}(\tau_1^2)$  の最小化問題についても議論する．この最小化問題も，式 (5.7) より  $\Pr \{ \hat{\tau}_F^2 > c_{F1} | \tau_1^2 \}$  の最小化について議論する必要があることがわかる．この  $\Pr \{ \hat{\tau}_F^2 > c_{F1} | \tau_1^2 \}$  を最小化する  $(\mu, \sigma^2)$  について，表 5.2 にまとめておいた．ただ

表 5.2:  $\Pr\{\hat{\tau}_F^2 > c_{F1} | \tau_1^2\}$  を最小化する  $(\mu, \sigma^2)$

$\sqrt[3]{c_{F1}/\tau_1^2} - 1$	$\phi_{1:F1}^*$	$(\mu, \sigma^2)$
$\sqrt[3]{c_{F1}/\tau_1^2} - 1 \leq 0$	—	$(\mu_T, \tau_1^2)$
$\sqrt[3]{c_{F1}/\tau_1^2} - 1 > 0$	$\phi_{1:F1}^* \leq n_F$	$(\mu_T \pm \sqrt{\tau_1^2 - \sigma_T^2}, \sigma_T^2)$
	$n_F < \phi_{1:F1}^* \leq \phi_{1:F \max}$	$\left\{ \begin{array}{l} (\mu_T \pm \sqrt{\tau_1^2 - \sigma_T^2}, \sigma_T^2) \\ (\mu_T, \tau_1^2) \end{array} \right.$
	$\phi_{1:F1}^* > \phi_{1:F \max}$	$(\mu_T, \tau_1^2)$

し, 表 5.2 において

$$\phi_{1:F1}^* = \left\{ \frac{9}{2} \left( \sqrt[3]{\frac{c_{F1}}{\tau_1^2}} - 1 \right) \right\}^{-1}$$

$$\phi_{1:F \max} = \frac{n_F \left( \frac{\tau_1^2}{\sigma_T^2} \right)^2}{2 \left( \frac{\tau_1^2}{\sigma_T^2} \right) - 1}$$

である.

一方,  $P_{a:F}(\tau_1^2)$  の最小化問題については, つぎの関係式

$$1 - \min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_{a:F}(\tau_1^2) = \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} \Pr\{\hat{\tau}_F^2 > c_{F0} | \tau_1^2\} \quad (5.36)$$

より,  $\Pr\{\hat{\tau}_F^2 > c_{F0} | \tau_1^2\}$  の最大化問題について議論すればよいことがわかる. 付録 B より,  $\Pr\{\hat{\tau}_F^2 > c_{F0} | \tau_1^2\}$  の最大化問題は  $\sqrt[3]{c_{F0}/\tau_1^2} - 1$  の正負, および  $n_F$ ,  $\phi_{1:F \max}$  と

$$\phi_{1:F0}^* = \left\{ \frac{9}{2} \left( \sqrt[3]{\frac{c_{F0}}{\tau_1^2}} - 1 \right) \right\}^{-1}$$

の大小関係によって場合分けして考察される. ここに, 式 (5.25) に Wilson-Hilferty の近似を適用することにより,  $c_{F0}$  は

$$c_{F0} = \frac{\chi_{n_F}^2 \left( 1 - \beta_F^\dagger \right)}{n_F} \tau_0^2$$

$$= \left\{ 1 - \frac{2}{9n_F} + u_{1-\beta_F^\dagger} \sqrt{\frac{2}{9n_F}} \right\}^3 \tau_1^2 \quad (5.37)$$

と表すことができ、関係式

$$\sqrt[3]{\frac{c_{F0}}{\tau_1^2}} - 1 = \sqrt{\frac{2}{9n_F}} \left\{ u_{1-\beta_F^\dagger} - \sqrt{\frac{9}{2n_F}} \right\} \quad (5.38)$$

を得る。既述の通り、 $1 - \beta_F^\dagger$  は1に十分近い値であるため、 $u_{1-\beta_F^\dagger}$  は正であり、結局  $\sqrt[3]{c_{F0}/\tau_1^2} - 1$  は負となる。よって、付録 B より  $P_{a:F}(\tau_1^2)$  は  $(\mu_T \pm \sqrt{\tau_1^2 - \sigma_T^2}, \sigma_T^2)$  の組合せのもとで最小化されることが明らかとなった。

ここまでの議論の結果に基づいて、 $\beta_F^\dagger$  および  $\beta_{F \min}^\dagger$  をそれぞれ

$$\beta_F^\dagger = 1 - \min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_{r:F}(\tau_1^2), \quad (5.39)$$

$$\begin{aligned} \beta_{F \min}^\dagger &= \min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_{a:F}(\tau_1^2) \\ &= P_{a:F} \left( \tau_1^2 \mid (\mu, \sigma^2) = \left( \mu_T \pm \sqrt{\tau_1^2 - \sigma_T^2}, \sigma_T^2 \right) \right) \end{aligned} \quad (5.40)$$

と定義する。

式 (5.15) に式 (5.18) および式 (5.34), (5.35) を代入することにより、つぎの関係式

$$\max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} P_{r:S}(\tau_0^2) \leq \alpha_S \quad (5.41)$$

を得る。ここに

$$\alpha_S = \frac{\alpha - \alpha_F^\dagger}{\alpha_F^\dagger - \alpha_{F \min}^\dagger} \quad (5.42)$$

である。同様に、式 (5.17) に式 (5.22) および式 (5.39), (5.40) を代入することにより、つぎの関係式

$$\max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_{a:S}(\tau_1^2) \leq \beta_S \quad (5.43)$$

を得る。ここで

$$\beta_S = \frac{\beta - \beta_F^\dagger}{\beta_F^\dagger - \beta_{F \min}^\dagger} \quad (5.44)$$

である。よって、2nd-stage sampling inspection では式 (5.41) および (5.43) の関係を満足する必要がある。

表 5.3:  $\chi_{\phi_{0:S}}^2(\alpha_S)/\phi_{0:S}$  を最大化する  $(\mu, \sigma^2)$

$\alpha_S$	$(\mu, \sigma^2)$
$0 \leq \alpha_S < \gamma_S$	$(\mu_T, \tau_0^2)$
$\gamma_S \leq \alpha_S < 0.5$	$\left\{ \begin{array}{l} \left( \mu_T \pm \sqrt{\frac{\xi_{0:S}^{**}}{1 + \xi_{0:S}^{**}} \tau_0^2}, \frac{\tau_0^2}{1 + \xi_{0:S}^{**}} \right) \\ \left( \mu_T \pm \sqrt{\tau_0^2 - \sigma_T^2}, \sigma_T^2 \right) \end{array} \right.$
$0.5 \leq \alpha_S \leq 1$	$\left( \mu_T \pm \sqrt{\tau_0^2 - \sigma_T^2}, \sigma_T^2 \right)$

式 (5.41) より,  $c_{F1}$  の導出と同様に, 2nd-stage sampling inspection での合格判定基準  $c_S$  は

$$\phi_{0:S} = \frac{n_S(1 + \xi_0)^2}{1 + 2\xi_0}$$

として

$$c_S = \max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_0^2)} \frac{\chi_{\phi_{0:S}}^2(\alpha_S)}{\phi_{0:S}} \tau_0^2 \quad (5.45)$$

となる. ここで,  $\chi_{\phi_{0:S}}^2(\alpha_S)/\phi_{0:S}$  の挙動について, 第 3 章や式 (5.20) に対する考察と同様に, 付録 A および表 3.1 をもとに検討を行った. 結果として,  $\chi_{\phi_{0:S}}^2(\alpha_S)/\phi_{0:S}$  を最大化する  $(\mu, \sigma^2)$  は, 表 5.3 のように  $\alpha_S$  の値によって場合分けされる. ここで, 表 5.3 において,  $\gamma_S$  は  $u_{\gamma_S} = \sqrt{8/(9n_S)}$  を満足する値であり

$$\xi_{0:S}^{**} = \sqrt{\left(\frac{\phi_{0:S}^{**}}{n_S} - 1\right)^2 + \left(\frac{\phi_{0:S}^{**}}{n_S} - 1\right) + \left(\frac{\phi_{0:S}^{**}}{n_S} - 1\right)}$$

$$\phi_{0:S}^{**} = \frac{8}{9u_{\alpha_S}^2}$$

である. このとき, 設計された計量規準型 Independent Double 抜取検査の検査方式  $((n_F, c_{F0}, c_{F1}), (n_S, c_S))$  は式 (5.12) で表される消費者危険を満足する.

つぎに,  $P_{a:S}(\tau_1^2)$  の最大化問題について考察する. 式 (5.8) より, 関係式

$$\max_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} P_{a:S}(\tau_1^2) = 1 - \min_{(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau_1^2)} \Pr \{ \hat{\tau}_S^2 > c_S \mid \tau_1^2 \} \quad (5.46)$$

表 5.4:  $P_{a:S}(\tau_1^2)$  を最大化する  $(\mu, \sigma^2)$

$\sqrt[3]{c_S/\tau_1^2} - 1$	$\phi_{1:S}^*$	$(\mu, \sigma^2)$
$\sqrt[3]{c_S/\tau_1^2} - 1 \leq 0$	—	$(\mu_T, \tau_1^2)$
$\sqrt[3]{c_S/\tau_1^2} - 1 > 0$	$\phi_{1:S}^* \leq n_S$	$(\mu_T \pm \sqrt{\tau_1^2 - \sigma_T^2}, \sigma_T^2)$
	$n < \phi_{1:S}^* \leq \phi_{1:S \max}$	$\begin{cases} (\mu_T \pm \sqrt{\tau_1^2 - \sigma_T^2}, \sigma_T^2) \\ (\mu_T, \tau_1^2) \end{cases}$
	$\phi_{1:S}^* > \phi_{1:S \max}$	$(\mu_T, \tau_1^2)$

を得る．式 (5.46) は  $\Pr\{\hat{\tau}_S^2 > c_S | \tau_1^2\}$  の最小化問題と  $P_{a:S}(\tau_1^2)$  の最大化問題が等価であることを示している．そこで， $\Pr\{\hat{\tau}_S^2 > c_S | \tau_1^2\}$  の最小化問題について検討する．

付録 B をもとに  $\Pr\{\hat{\tau}_S^2 > c_S | \tau_1^2\}$  の挙動について考察を行い， $P_{a:F}(\tau_1^2)$  を最大化する  $(\mu, \sigma^2)$  の組合せを表 5.4 にまとめておいた．ここで

$$\phi_{1:S}^* = \left\{ \frac{9}{2} \left( \sqrt[3]{\frac{c_S}{\tau_1^2}} - 1 \right) \right\}^{-1}$$

$$\phi_{1:S \max} = \frac{n_S \left( \frac{\tau_1^2}{\sigma_T^2} \right)^2}{2 \left( \frac{\tau_1^2}{\sigma_T^2} \right) - 1}$$

である．

表 5.4 に基づいて与えられる  $P_{a:S}(\tau_1^2)$  の最大値が式 (5.43) を満足するとき，設計された計量規準型 Independent Double 抜取検査の検査方式  $((n_F, c_{F0}, c_{F1}), (n_S, c_S))$  は式 (5.13) の消費者危険を満足する．よって，2nd-stage sampling inspection でのサンプル・サイズ  $n_S$  は式 (5.43) を満足する最小整数とする．

既述のように，ここまでの議論を基に設計された計量規準型 Independent Double 抜取検査の検査方式  $((n_F, c_{F0}, c_{F1}), (n_S, c_S))$  は生産者危険および消費者危険を厳密に満足する．一方，計量規準型 Independent Double 抜取検査の検査方式  $((n_F, c_{F0}, c_{F1}), (n_S, c_S))$  は  $\alpha_F^\dagger$  ( $0 < \alpha_F^\dagger < \alpha$ )， $\beta_F^\dagger$  ( $0 < \beta_F^\dagger < \beta$ )，および  $n_F$  を指定することにより与えられる．このことから，式 (5.12) および (5.13) を満足する  $((n_F, c_{F0}, c_{F1}), (n_S, c_S))$  が複数存在することになるため， $((n_F, c_{F0}, c_{F1}), (n_S, c_S))$

を1つに定めるための評価基準として,  $(\mu_T, \tau_0^2)$  での平均検査個数 (ASN)

$$\begin{aligned} ASN &= ASN(\mu_T, \tau_0^2) \\ &= n_F + (1 - P_{a:F}(\tau_0^2) - P_{r:F}(\tau_0^2)) n_S |_{(\mu, \sigma^2) = (\mu_T, \tau_0^2)} \end{aligned} \quad (5.47)$$

を採用する. このとき,  $(\mu_T, \tau_0^2)$  は  $\tau_0^2$  を与える  $(\mu, \sigma^2)$  の組合せのうち, 平均  $\mu$  が目標値  $\mu_T$  と一致するものである. もちろん,  $(\mu_T, \tau_0^2)$  以外の  $(\mu, \sigma^2)$  の組合せのもとでの ASN を評価基準とすることも可能である. ただし, 抜取検査の目的として, 品質の保証にくわえて品質向上への意識を喚起することにある. そのため,  $ASN(\mu_T, \tau_0^2)$  を最小とする計量規準型 Independent Double 抜取検査は製品品質を向上させるためのインセンティブになりえる. 結局, 式 (5.47) で与えられる ASN を最小とする  $((n_F, c_{F0}, c_{F1}), (n_S, c_S))$  が計量規準型 Independent Double 抜取検査として採用される.

## 5.5 計量規準型 Independent Double 抜取検査の設計手順

これまでの考察をもとに, 式 (5.12) および (5.13) を満足する計量規準型 Independent Double 抜取検査の設計アルゴリズムは以下のように与えられる.

- (i) アルゴリズム内で設計された検査方式  $((n_F, c_{F0}, c_{F1}), (n_S, c_S))$  のうち, ASN の最小値を  $ASN_{\min}$  とし,  $ASN_{\min}$  の初期値として十分大きい値を設定する.
- (ii)  $\alpha_F^\dagger$  の初期値として十分小さい値を設定する.
- (iii)  $\beta_F^\dagger$  の初期値として十分小さい値を設定する.
- (iv)  $n_F$  の初期値として最小値 2 を設定する.
- (v) 1st-stage sampling inspection での合格判定基準  $c_{F0}$  および  $c_{F1}$  を指定された  $\tau_0^2, \tau_1^2$  および設定値  $\alpha_F^\dagger, \beta_F^\dagger, n_F$  により式 (5.25) および (5.21) より求める.
- (vi)  $\alpha_F^\dagger$  および  $\alpha_{F\min}^\dagger, \beta_F^\dagger, \beta_{F\min}^\dagger$  をそれぞれ式 (5.34) および (5.35), (5.39), (5.40) に基づいて計算する.
- (vii)  $\alpha_S$  および  $\beta_S$  を式 (5.42) および (5.44) に基づいて求める.
- (viii) 2nd-stage sampling inspection でのサンプル・サイズの初期値として最小値 2 を設定する.

- (ix) 2nd-stage sampling inspection での合格判定基準  $c_S$  を式 (5.45) に基づいて求める .
- (x)  $n_S$  および (ix) で求められた  $c_S$  のもとでの  $P_{a:S}(\tau_1^2)$  の最大値を表 5.4 をもとに求める .
- (xi)  $P_{a:S}(\tau_1^2)$  の最大値が式 (5.43) の関係を満足していれば ,  $((n_F, c_{F0}, c_{F1}), (n_S, c_S))$  のもとでの  $ASN$  を式 (5.47) より求め , (xii) に進む . そうでなければ  $n_S$  を 1 増やし , (ix) へ進む .
- (xii)  $ASN < ASN_{\min}$  であれば  $((n_F, c_{F0}, c_{F1}), (n_S, c_S))$  を最適な検査方式として更新し ,  $ASN_{\min}$  を  $ASN$  の値に更新する .
- (xiii)  $n_F$  を 1 増やし ,  $n_F \geq ASN_{\min}$  ならば (xiv) へ , そうでなければ (v) へ進む .
- (xiv)  $\beta_F^\dagger$  を微小量  $\Delta\beta_F^\dagger$  だけ増やし ,  $\beta_F^\dagger \geq \beta$  なら (xv) へ , そうでなければ (iv) へ進む .
- (xv)  $\alpha_F^\dagger$  を微小量  $\Delta\alpha_F^\dagger$  だけ増やし ,  $\alpha_F^\dagger \geq \alpha$  なら (xvi) へ , そうでなければ (iii) へ進む .
- (xvi)  $ASN_{\min}$  を与える  $((n_F, c_{F0}, c_{F1}), (n_S, c_S))$  が設計される計量規準型 Independent Double 抜取検査の検査方式となる .

## 5.6 数値検証

提案した検査方式の有用性を示すため , いくつかの数値例を示す . まずはじめに , 提案した検査方式の運用例を示す .

一例として ,  $\tau_0^2 = 1.0$  ,  $\tau_1^2 = 1.5$  ,  $\mu_T = 0.0$  ,  $\sigma_T^2 = 0.75$  ,  $\alpha = 0.05$  ,  $\beta = 0.10$  ,  $\Delta\alpha_F^\dagger = \alpha/100$  ,  $\Delta\beta_F^\dagger = \beta/100$  とする . ここでも ,  $\alpha$  および  $\beta$  の設定値は JIS [1] で規定されている抜取検査に由来する . このとき , 5.5 節で述べた設計アルゴリズムに則って , 計量規準型 Independent Double 抜取検査の検査方式として  $((n_F, c_{F0}, c_{F1}), (n_S, c_S)) = ((56, 1.111, 1.428), (87, 1.177))$  を得る . この検査方式での運用例を以下に示す .

Case: 5.3 節で述べた検査手順に沿って , ロットよりサンプルをサイズ  $n_F = 56$  だけ抜取る . このとき , 抜取ったサンプルより得られた品質特性値  $x_{F.i}$  が

表 5.5 であったとする．表 5.5 より， $\hat{\tau}_F^2$  は

$$\begin{aligned}\hat{\tau}_F^2 &= \frac{1}{n_F} \sum_{i=1}^{n_F} (x_{F:i} - \mu_T)^2 \\ &= \frac{1}{56} \{(0.249 - 0.0)^2 + \dots + (-0.425 - 0.0)^2\} \\ &= 1.179\end{aligned}$$

として与えられる．このとき， $c_{F0} = 1.111 < \hat{\tau}_F^2 \leq c_{F1} = 1.428$  であるから，検査は続行となり 2nd-stage sampling inspection に移行する．そこで，同じロットからサンプルを新たにサイズ  $n_S = 87$  だけ抜取る．このとき，品質特性値  $x_{S:i}$  が表 5.6 のように与えられたとする．式 (2.2) に基づいて，推定量  $\hat{\tau}_S^2$  は

$$\begin{aligned}\hat{\tau}_S^2 &= \frac{1}{n_S} \sum_{i=1}^{n_S} (x_{S:i} - \mu_T)^2 \\ &= \frac{1}{87} \{(0.603 - 0.0)^2 + \dots + (-0.139 - 0.0)^2\} \\ &= 1.073\end{aligned}$$

と評価される．この推定量  $\hat{\tau}_S^2 = 1.073$  と合格判定基準  $c_S = 1.177$  を比較することにより，ロットが 2nd-stage sampling inspection で合格と判定される．

5.1 節および 5.3 節で述べたように，2nd-stage sampling inspection での推定量  $\hat{\tau}_S^2$  は表 5.6 に示した新たなサンプル・データのみを用いて計算される．よって，2nd-stage sampling inspection での判定は表 5.5 に示した品質特性値に依らない．また，提案した検査方式では判定に必要な抜取回数がたかだか 2 回であることも留意されたい．

つぎに，いくつかの条件のもとで設計した計量規準型 Independent Double 抜取検査を示す．計量規準型 Independent Double 抜取検査の設計にあたって， $\tau_1^2$  を 1.1 から 2.0 の範囲で 0.1 刻みで与え，その他のパラメータは冒頭で述べたものと同じであるとする． $\tau_1^2$  を変化させながら設計した検査方式  $((n_F, c_{F0}, c_{F1}), (n_S, c_S))$  を表 5.7 にまとめておいた．

提案した計量規準型 Independent Double 抜取検査の有用性を示すために，表 5.7 には同じ条件のもとで設計された計量規準型一回抜取検査 [2] のサンプル・サイズ

表 5.5: 品質特性値  $x_{F:i}$  (サンプル・サイズ  $n_F = 56$ )

0.249	-1.742	2.068	0.666	1.608	1.244	0.755	-0.324
0.552	1.295	0.454	-1.824	-0.864	0.598	-0.647	0.989
-0.578	0.427	2.114	-1.313	0.027	-0.090	0.706	1.330
-0.192	0.052	-2.329	-0.786	-1.517	-0.169	-1.026	-1.038
0.436	0.991	-0.923	0.487	-0.501	-0.693	1.023	0.833
-1.293	-0.285	-2.140	0.490	-2.957	-0.171	0.456	-0.143
0.631	1.345	-0.136	0.366	0.209	-0.949	1.445	-0.425

表 5.6: 品質特性値  $x_{S:i}$  (サンプル・サイズ  $n_S = 87$ )

0.603	0.971	0.740	0.623	-0.577	-1.728	-0.865	1.181
-0.247	-0.796	0.667	-0.593	-0.659	-0.662	-0.536	1.787
-1.795	0.520	0.451	1.062	-1.164	-0.970	-0.148	0.061
1.353	1.632	1.622	0.723	-0.637	-1.158	-0.627	-0.282
-0.450	1.910	-2.360	-0.976	1.423	1.018	0.411	0.409
1.090	0.466	0.362	-1.584	0.524	-0.352	0.244	-0.245
0.951	-0.145	-0.502	-0.294	0.845	-0.718	-2.656	-0.359
1.130	-0.371	1.009	0.007	-0.149	0.752	1.158	0.985
-0.403	-1.117	0.122	-0.597	0.765	0.392	-0.778	-1.501
0.648	0.637	1.546	-1.907	-0.222	-0.899	0.434	1.207
0.862	-1.538	-0.768	1.101	2.324	2.097	-0.139	

$n_{\text{single}}$  , および  $n_{\text{single}}$  に対する ASN の削減率を併せてまとめておいた . 表 5.7 より , 提案した計量規準型 Independent Double 抜取検査での ASN は  $n_{\text{single}}$  に比べて検査量を 20%削減できていることがわかる .

さらに , いくつかの  $(\mu, \sigma^2)$  の組合せのもとでの生産者危険および消費者危険である  $P_R(\tau_0^2)$  および  $P_A(\tau_1^2)$  を表 5.8 にまとめておいた . 表 5.8 より , 設計した計量規準型 Independent Double 抜取検査は式 (5.12) および (5.13) で規定される設計条件を満足していることがわかる .

つぎに , 第 3 章で提案した計量規準型繰返グループ抜取検査および第 4 章で提案した計量規準型逐次抜取検査との比較を行う . ここに , 計量規準型 Independent Double 抜取検査の設計問題を考察するにあたって , 合格とすべきロットの品質損

表 5.7:  $\tau_1^2$  に対する検査方式  $((n_F, c_{F0}, c_{F1}), (n_S, c_S))$  および平均検査個数

$\tau_1^2$	$(n_F, c_{F0}, c_{F1})$	$(n_S, c_S)$	ASN	$n_{\text{single}}$	削減率 [%]
1.1	(948, 1.028, 1.100)	(1603, 1.040)	1353.45	1879	27.97
1.2	(265, 1.053, 1.192)	(438, 1.076)	372.80	513	27.33
1.3	(130, 1.076, 1.276)	(211, 1.112)	181.49	247	26.52
1.4	(80, 1.095, 1.357)	(128, 1.143)	111.25	150	25.84
1.5	(56, 1.111, 1.428)	(87, 1.177)	77.24	104	25.73
1.6	(42, 1.130, 1.510)	(66, 1.197)	57.96	77	24.73
1.7	(34, 1.149, 1.559)	(51, 1.227)	45.84	61	24.86
1.8	(28, 1.160, 1.626)	(41, 1.253)	37.65	50	24.70
1.9	(23, 1.159, 1.713)	(35, 1.278)	31.83	42	24.21
2.0	(20, 1.170, 1.761)	(30, 1.304)	27.50	36	23.61

失  $\tau_0^2$  やこれを与える平均と分散の組合せについて，具体的に指定をしていない．一方，第 3 章での計量規準型繰返グループ抜取検査や第 4 章での計量規準型逐次抜取検査では， $\tau_0^2$  を理想的な製品製造環境のもとにおいても不可避な損失として与えている．したがって， $\tau_0^2$  が実現可能な分散の最小値  $\sigma_T^2$  により与えられる．また， $\tau_0^2$  を与える組合せが  $(\mu_0, \sigma_0^2) = (\mu_T, \tau_0^2) = (\mu_T, \sigma_T^2)$  に限定される．3 つの検査方式をそれぞれ同一条件のもとで設計するために，ここでは  $\tau_0^2$  を与える平均と分散の組合せを  $(\mu_0, \sigma_0^2) \equiv (\mu_T, \sigma_T^2)$  として計量規準型 Independent Double 抜取検査を設計するものとする．

一例として  $\tau_0^2 = \sigma_T^2 = 0.75$ ， $\alpha = 0.05$ ， $\beta = 0.10$  を設計条件として与えるものとする．一方， $\tau_1^2$  は 1.1 から 2.0 まで 0.1 刻みで与える．これらの設計条件のもとで求められる各種検査方式での ASN を表 5.9 にまとめておいた．ここに，表 5.9 において，“VIDSP-OC” は計量規準型 Independent Double 抜取検査，“VRGSP-OC” は計量規準型繰返グループ抜取検査，“VSSP-OC” は計量規準型逐次抜取検査をそれぞれ意味する．表 5.9 より，提案した計量規準型 Independent Double 抜取検査の ASN は同じ設計条件のもとで与えられる計量規準型繰返グループ抜取検査や計量規準型逐次抜取検査の ASN より大きくなっていることがわかる．一方，計量規準型繰返グループ抜取検査では各検査段階において合格，不合格，あるいは検査続行のいずれかに判定される．また，計量規準型逐次抜取検査はサンプルを 1 つ抜取

るごとに判定を行うため、平均検査回数 ASF は平均検査個数 ASN と等しいとみなすことができる。そこで、各種抜取検査における平均検査回数 ASF の値を表 5.9 に併せてまとめておいた。表 5.9 より、本章で提案する計量規準型 Independent Double 抜取検査は計量規準型繰返グループ抜取検査や計量規準型逐次抜取検査に比べて ASF が削減できていることがわかる。

既述の通り、提案した計量規準型 Independent Double 抜取検査は判定に要する抜取回数はたかだか 2 回である。一方、計量規準型繰返グループ抜取検査および計量規準型逐次抜取検査は、判定ごとに常に検査続行領域があり、2 回以上の検査を要する可能性がある。したがって、提案する計量規準型 Independent Double 抜取検査は計量規準型繰返グループ抜取検査および計量規準型逐次抜取検査に比べて検査回数の観点において優れており、またこの特性は実務家にとって好ましいものといえる。

## 5.7 結言

本章では、従来の二回抜取検査の設計の困難さを克服するための新たな検査方式について考察を行った。まず品質損失に基づく計量規準型 Independent Double 抜取検査の設計問題について、検査手順が定義された。また、この検査方式の設計方法についても明らかにし、その手順がまとめられた。さらに数値検証を通じて、提案した計量規準型 Independent Double 抜取検査の検査特性について確認したのち、計量規準型一回抜取検査や計量規準型繰返グループ抜取検査、計量規準型逐次抜取検査との比較を行った。その結果、提案した計量規準型 Independent Double 抜取検査は計量規準型一回抜取検査に比べて平均的に必要な検査個数を削減していることを確認した。一方、計量規準型繰返グループ抜取検査や計量規準型逐次抜取検査との比較を通じて、計量規準型 Independent Double 抜取検査は合否の判定までに必要な検査回数を平均的に小さくできたことを確認した。

ここに、本章において、計量規準型 Independent Double 抜取検査の設計のための評価関数として平均検査個数 ASN を採用している。その一方で、5.6 節では提案した計量規準型 Independent Double 抜取検査と計量規準型繰返グループ抜取検査および計量規準型逐次抜取検査について、ASN だけでなく平均検査回数 ASF の

比較も行った．このことを踏まえて，ASN および ASF を含む関数を評価関数とした計量規準型 Independent Double 抜取検査の検査方式を構築することも考えられる．この新たな評価関数のもとでの検査方式の設計および比較検討は今後の課題とする．

表 5.8:  $(\mu, \sigma)$  の組合せの下での生産者危険および消費者危険の実現値

$\tau_1^2$	$(\mu, \sigma^2)$	$100P_R(\tau_0^2)$	$(\mu, \sigma^2)$	$100P_A(\tau_1^2)$
1.1	(0.00, 1.00)	4.966	(0.00, 1.10)	9.938
	(0.25, 0.94)	4.934	(0.30, 1.01)	9.850
	(0.35, 0.88)	4.841	(0.42, 0.93)	9.586
	(0.43, 0.81)	4.685	(0.51, 0.84)	9.141
	(0.50, 0.75)	4.467	(0.59, 0.75)	8.507
1.2	(0.00, 1.00)	4.965	(0.00, 1.20)	9.908
	(0.25, 0.94)	4.934	(0.34, 1.09)	9.785
	(0.35, 0.88)	4.841	(0.47, 0.98)	9.414
	(0.43, 0.81)	4.687	(0.58, 0.86)	8.785
	(0.50, 0.75)	4.470	(0.67, 0.75)	7.887
1.3	(0.00, 1.00)	4.965	(0.00, 1.30)	9.875
	(0.25, 0.94)	4.934	(0.37, 1.16)	9.717
	(0.35, 0.88)	4.842	(0.52, 1.03)	9.239
	(0.43, 0.81)	4.688	(0.64, 0.89)	8.426
	(0.50, 0.75)	4.473	(0.74, 0.75)	7.263
1.4	(0.00, 1.00)	4.965	(0.00, 1.40)	9.843
	(0.25, 0.94)	4.935	(0.40, 1.24)	9.651
	(0.35, 0.88)	4.844	(0.57, 1.08)	9.067
	(0.43, 0.81)	4.693	(0.70, 0.91)	8.074
	(0.50, 0.75)	4.482	(0.81, 0.75)	6.653
1.5	(0.00, 1.00)	4.965	(0.00, 1.50)	9.802
	(0.25, 0.94)	4.935	(0.43, 1.31)	9.577
	(0.35, 0.88)	4.845	(0.61, 1.13)	8.894
	(0.43, 0.81)	4.694	(0.75, 0.94)	7.731
	(0.50, 0.75)	4.483	(0.87, 0.75)	6.068

表 5.8: つづき

$\tau_1^2$	$(\mu, \sigma^2)$	$100P_R(\tau_0^2)$	$(\mu, \sigma^2)$	$100P_A(\tau_1^2)$
1.6	(0.00, 1.00)	4.965	(0.00, 1.60)	9.791
	(0.25, 0.94)	4.936	(0.46, 1.39)	9.534
	(0.35, 0.88)	4.850	(0.65, 1.18)	8.752
	(0.43, 0.81)	4.704	(0.80, 0.96)	7.422
	(0.50, 0.75)	4.500	(0.92, 0.75)	5.531
1.7	(0.00, 1.00)	4.964	(0.00, 1.70)	9.750
	(0.25, 0.94)	4.935	(0.49, 1.46)	9.465
	(0.35, 0.88)	4.847	(0.69, 1.23)	8.597
	(0.43, 0.81)	4.701	(0.84, 0.99)	7.121
	(0.50, 0.75)	4.495	(0.97, 0.75)	5.031
1.8	(0.00, 1.00)	4.965	(0.00, 1.80)	9.715
	(0.25, 0.94)	4.936	(0.51, 1.54)	9.401
	(0.35, 0.88)	4.850	(0.72, 1.28)	8.447
	(0.43, 0.81)	4.706	(0.89, 1.01)	6.825
	(0.50, 0.75)	4.504	(1.02, 0.75)	4.548
1.9	(0.00, 1.00)	4.968	(0.00, 1.90)	9.700
	(0.25, 0.94)	4.940	(0.54, 1.61)	9.357
	(0.35, 0.88)	4.856	(0.76, 1.33)	8.315
	(0.43, 0.81)	4.716	(0.93, 1.04)	6.548
	(0.50, 0.75)	4.520	(1.07, 0.75)	4.095
2.0	(0.00, 1.00)	4.967	(0.00, 2.00)	9.666
	(0.25, 0.94)	4.939	(0.56, 1.69)	9.299
	(0.35, 0.88)	4.856	(0.79, 1.38)	8.183
	(0.43, 0.81)	4.716	(0.97, 1.06)	6.293
	(0.50, 0.75)	4.519	(1.12, 0.75)	3.698

表 5.9: 計量規準型 Independent double 抜取検査と各種抜取検査との比較

$\tau_1^2$	VIDSP-OC		VRGSP-OC		VSSP-OC
	ASN	ASF	ASN	ASF	ASN (ASF)
1.1	85.81	1.24	77.39	1.61	61.54
1.2	57.58	1.24	52.07	1.63	41.98
1.3	42.48	1.24	38.49	1.60	31.41
1.4	33.34	1.24	30.29	1.51	24.95
1.5	27.32	1.24	24.87	1.46	20.65
1.6	23.08	1.24	21.08	1.51	17.61
1.7	19.98	1.24	18.31	1.53	15.37
1.8	17.64	1.24	16.13	1.47	13.65
1.9	15.78	1.24	14.49	1.45	12.30
2.0	14.31	1.22	13.17	1.46	11.21

## 第6章 結論

本論文では，品質損失を品質評価基準とする統計的品質管理技法のさらなる適用性の拡大を目的として，この品質評価基準のもとでの抜取検査について考察し，経済的視点に立ったいくつかの新しい抜取検査法を提案した．

第3章では，品質損失のもとでの計量規準型繰返グループ抜取検査の設計問題について考察を行った．具体的には，計量規準型繰返グループ抜取検査の設計方式について設定条件を導出し，この設定条件のもとで，検査方式  $(n, c_0, c_1)$  を求めるための定式化を行った．また，提案する計量規準型繰返グループ抜取検査の設計条件の定義についての考察を与えた．くわえて，検査方式のひとつの目的である検査量の削減について，その評価基準を定義した．さらに，具体的に検査方式  $(n, c_0, c_1)$  を求め，品質保証に関する所与の設計条件が，求められた検査方式  $(n, c_0, c_1)$  によって満足されることを確認した．また，所期の通り，相当する計量規準型一回抜取検査方式でのサンプル・サイズに比べて，提案する繰返グループ検査方式での検査量が，平均検査個数 ASN において大幅に削減できることを示した．

第4章では，計量規準型逐次抜取検査について考察を行った．

この，サンプルを1つずつ抜取り，それまでに得られたサンプル・データと併せて判定を行うことが特徴である逐次抜取検査の設計手順について議論し，OC関数に基づいて設計条件を満足する検査方式を導出する方法を明らかにした．また，計量規準型逐次抜取検査の平均検査個数 ASN の評価式についても詳細に議論した．くわえて，提案した計量規準型逐次抜取検査は，同じ条件のもと設計される計量規準型一回抜取検査や計量規準型繰返グループ抜取検査に比べて平均的に必要な検査個数を削減できることを示した．

第5章では，計量規準型 Independent Double 抜取検査について議論した．まず品質損失に基づく計量規準型 Independent Double 抜取検査の設計問題について，検査手順を定義した．また，この検査方式の設計方法についても明らかにし，その

手順がまとめられた。さらに数値検証を通じて、提案した計量規準型 Independent Double 抜取検査の検査特性について確認したのち、計量規準型一回抜取検査や計量規準型繰返グループ抜取検査、計量規準型逐次抜取検査との比較を行った。その結果、提案した計量規準型 Independent Double 抜取検査は計量規準型一回抜取検査に比べて平均的に必要な検査個数を削減していることを確認した。一方、計量規準型繰返グループ抜取検査や計量規準型逐次抜取検査との比較を通じて、計量規準型 Independent Double 抜取検査は合否の判定までに必要な検査回数を平均的に小さくできたことを確認した。

一方、第2章でも述べたように、品質損失  $\tau^2$  は工程損失指数  $L_e$  や工程能力指数  $C_{pm}$  に容易に変換することが可能である。これらの指標を用いて、Yen and Chang [6] や Aslam *et al.* [27] は工程損失指数  $L_e$  を品質評価基準とした抜取検査を、Pearn and Wu [23] は工程能力指数  $C_{pm}$  を品質評価基準とした抜取検査をそれぞれ提案している。このことから、本研究で提案した各種抜取検査をもとに、工程損失指数  $L_e$  や工程能力指数  $C_{pm}$  を品質評価基準とした、新しい計量規準型抜取検査を設計することが考えられる。これらの新しい検査方式の設計方法や運用方法についての議論は今後の課題とする。

また、本研究での各種数値検証において、設計のためのパラメータとして生産者危険  $\alpha$  や消費者危険  $\beta$  は JIS [1] にて規定された抜取検査での値を用いている。この  $\alpha$  や  $\beta$  をさらに小さくすることにより誤判定の確率は減少し、より tight な検査方式を設計することができる一方で、検査に必要なサンプル・サイズは大きくなるため、生産者危険および消費者危険とサンプル・サイズにはトレード・オフの関係がある。ただし、本研究において、いくつかの近似を援用することにより、提案した検査方式の設計方法の導出を行っている。ここに、 $\alpha$  や  $\beta$  を極端に小さい値に設定した場合、設計に供される近似式の精度が低下することがある。このとき、構築した設計方法のもとで得られた検査方式が設計条件を満足していない恐れがある。そのため、 $\alpha$  や  $\beta$  による検査特性の挙動を調べるとき、これらは JIS [1] で規定されている抜取検査に由来するように数 % のオーダーの範囲内で変化させるべきであろう。一方、品質損失  $\tau_0^2$  や  $\tau_1^2$  の与え方について、Arizono *et al.* [2] では不適合品率との関係を考慮し、経済的観点を加味してこれらを決定する方法について検討を行っている。これらを踏まえて、 $\alpha$  や  $\beta$ 、 $\tau_0^2$  や  $\tau_1^2$  をどのように与え

るかについて考察することも興味深い問題である．ここで，規準型抜取検査では“合格とすべきロットの品質損失を  $\tau_0^2$  とし，品質損失が  $\tau_0^2$  のロットが誤って不合格となる確率を  $\alpha$  以下にする”ことを保証するため， $\tau_0^2$  および  $\alpha$  はそれぞれ単独に与えられるのではないことに留意されたい．もちろん， $\beta$  および  $\tau_1^2$  に関する関係も同様である．

くわえて，本研究で提案した検査方式について，実環境での運用に関するケーススタディも興味深い内容である．たとえば，JIS [1] では計量規準型抜取検査に供される品質特性値を機械部品の軸径や蛍光放電管の寿命としたときの検査方式の設計方法や運用方法について概説している．これらの製品に対して，本研究で提案した検査方式を適用する場合の具体的な手順を整備することは，運用のためにも重要な課題と考える．Michlin and Pistiner [38] は，地下貯水タンクの気密試験について考察している．ここに，Michlin and Pistiner [38] では，タンクからの漏れの分布を正規分布で評価していることから，本研究での検査方式が適用できる可能性がある．これらの適用方法についても，今後の課題とする．



## 参考文献

- [1] 日本規格協会編：「JIS ハンドブック - 品質管理 - 」, 日本規格協会 (2009)
- [2] Arizono, I., Kanagawa, A., Ohta, H., Watakabe, K., and Tateishi, K.: “Variable Sampling Plans for Normal Distribution Indexed by Taguchi’s Loss Function”, *Naval Research Logistics*, Vol. 44, No. 6, pp. 591–603 (1997)
- [3] Taguchi, G: “A Tutorial on Quality Control and Assurance - the Taguchi Methods”, ASA Annual Meeting, Las Vegas, Nevada (1985)
- [4] Taguchi, G.: *Introduction to Quality Engineering*, Asian Productivity Organization, Tokyo Japan (1986)
- [5] Ishii, Y., Arizono, I., Tomohiro, R., and Takemoto, Y.: “Comparison of Rigorous Design Procedure with Approximate Design Procedure for Variable Sampling Plans Indexed by Quality Loss”, *Industrial Engineering & Management Systems*, Vol. 15, No. 3, pp. 231–238 (2016)
- [6] Yen, C.-H., and Chang, C.-H.: “Designing Variable Sampling Plans with Process Loss Consideration”, *Communications in Statistics–Simulation and Computation*, Vol. 38, No. 8, pp. 1579–1591 (2009)
- [7] Morita, M., Arizono, I., and Takemoto, Y.: “Variable Sampling Inspection Plans with Screening for Assuring Average Outgoing Surplus Quality Loss Limit Indexed by Taguchi’s Loss”, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 41, No. 9-10, pp. 908–915 (2009)

- [8] Suzuki, Y., Takemoto, Y., and Arizono, I.: “Variable Sampling Inspection with Screening When Lot Quality Follows Mixed Normal Distribution”, *Industrial Engineering & Management Systems*, Vol. 8, No. 3, pp. 131–138 (2009)
- [9] 有蘭育生, 竹本康彦: “平均検査個数最小化を考慮した Taguchi の品質損失のもとでの計量選別型検査方式のための設計法”, *日本経営工学会論文誌*, Vol. 62, No. 5, pp. 230–238 (2011)
- [10] Arizono, I., Miyazaki, T., and Takemoto, Y.: “Variable Sampling Inspection Plans with Screening Indexed by Taguchi’s Quality Loss for Optimising Average Total Inspection”, *International Journal of Production Research*, Vol. 52, No. 2, pp. 405–418 (2014)
- [11] Arizono, I., Okada, Y., Tomohiro, R., and Takemoto, Y.: “Rectifying Inspection for Acceptable Quality Loss Limit Based on Variable Repetitive Group Sampling Plan”, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 85, Issue 9-12, pp. 2413–2423 (2016)
- [12] Arizono, I., Okada, Y., Tomohiro, R., and Takemoto, Y.: “Rectifying Inspection for PAOSQLL Scheme Based on Variable Repetitive Group Sampling Plan”, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 93 Issue 1-4, pp. 145–154 (2018)
- [13] Tomohiro, R., Arizono, I., and Takemoto, Y.: “Design of Variable Repetitive Group Sampling Plan on Operating Characteristics Indexed by Quality Loss”, *Proceedings of 14th Asian Pacific Industrial Engineering and Management Systems Conference (APIEMS2013)*, on CD-ROM (2013)
- [14] 友廣亮介, 有蘭育生, 竹本康彦: “品質損失のもとでの計量規準型繰返グループ抜取検査の設計”, *日本経営工学会論文誌*, Vol. 64, No. 4, pp. 519–529 (2014)
- [15] Sherman, R. E.: Design and Evaluation of a Repetitive Group Sampling Plan, *Tecnometrics*, Vol. 7, No. 1, pp. 11–21 (1965)

- [16] Tomohiro, R., Arizono, I., and Takemoto, Y.: “Sequential Sampling Plan on Operating Characteristics Indexed by Quality Loss”, Proceedings of 15th Asian Pacific Industrial Engineering and Management Systems Conference (APIEMS2014), pp. 137–144 (2014)
- [17] Tomohiro, R., Arizono, I., and Takemoto, Y.: “Proposal of Variable Sequential Sampling Plan Having Desired Operating Characteristics Indexed by Quality Loss”, *International Journal of Production Research*, Vol. 54 No. 19, pp. 5742–5760 (2016)
- [18] Wald, A.: *Sequential Analysis*, John Wiley & Sons, NY (1947)
- [19] Wald, A., and Wolfowitz, J.: “Optimum Character of the Sequential Probability Ratio Test”, *Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 19, No. 3, pp. 326–339 (1948)
- [20] 友廣亮介, 有園育生, 竹本康彦: “品質損失のもとでの計量規準型 Repetitive Double 抜取検査”, 日本経営工学会 2015 年秋季大会予稿集, pp. 156–157 (2015)
- [21] Tomohiro, R., Arizono, I., and Takemoto, Y.: “Economic Design of Double Sampling  $C_{pm}$  Control Chart for Monitoring Process Capability Index”, Proceedings of 24th International Conference on Production Research (ICPR 2017), pp. 306–311 (2017)
- [22] Patnaik, P. B.: “The Non-central  $\chi^2$ - and  $F$ - Distributions and Their Applications”, *Biometrika*, Vol. 36, pp. 202–232 (1949)
- [23] Pearn, W. L., and Wu, C.-H.: “Variables Sampling Plans with PPM Fraction of Defectives and Process Loss Consideration”, *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 57, No. 4, pp. 450–459 (2006)
- [24] Balamurali, S., Park, H, Jun, C.-H., Kim, K.-J., and Lee, J.: “Designing of Variables Repetitive Group Sampling Plan Involving Minimum Average Sample Number”, *Communications in Statistics - Simulation and Computation*, Vol. 34, No. 3, pp. 799–809 (2005)

- [25] Balamurali, S., and Jun, C.-H.: “Repetitive Group Sampling Procedure for Variables Inspection”, *Journal of Applied Statistics*, Vol. 33, No. 3, pp. 327–338 (2006)
- [26] Jun, C.-H., Lee, H., Lee, S.-H., and Balamurali, S.: “A Variables Repetitive Group Sampling Plan under Failure-Censored Reliability Tests for Weibull Distribution”, *Journal of Applied Statistics*, Vol. 37, No. 3, pp. 453–460 (2010)
- [27] Aslam, M., Yen, C.-H., and Jun, C.-H.: “Variable Repetitive Group Sampling Plans with Process Loss Consideration”, *Journal of Statistical Computation and Simulation*, Vol. 81, No. 11, pp. 1417–1432 (2011)
- [28] Aslam, M., Wu, C.-W., Jun, C.-H., Azam, M., and Itay, N.: “Developing a Variables Repetitive Group Sampling Plan Based on Process Capability index  $C_{pk}$  with Unknown Mean and Variance”, *Journal of Statistical Computation and Simulation*, Vol. 83, No. 8, pp. 1507–1517 (2012)
- [29] Wu, C.-W., Wu, T.-H., and Chen, T.: “Developing a Variables Repetitive Group Sampling Scheme by Considering Process Yield and Quality Loss”, *International Journal of Production Research*, Vol. 53, No. 7, pp. 2239–2251 (2015)
- [30] Seifi, S., and Nezhad, M. S. F. : “Variable Sampling Plan for Resubmitted Lots Based on Process Capability Index and Bayesian Approach”, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 88, No. 9-12, pp. 2547–2555 (2017)
- [31] Wilson, E. B., and Hilferty, M. M.: “The Distribution of Chi-square”, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, Vol. 17, No. 12, pp. 684–688 (1931)
- [32] Montgomery, D. C., *Introduction to Statistical Quality Control (5th edition)*, John Wiley & Sons, New York (2005)

- [33] Schilling, E. G., and Neubauer, D. V.: *Acceptance Sampling in Quality Control (2nd Edition)*, CR Press (2009)
- [34] Aslam, M., Yen, C.-H., Chang, C.-H., and Jun, C.-H.: “Multiple Dependent State Variable Sampling Plans with Process Loss Consideration”, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 71, No. 5, pp. 1337–1343 (2014)
- [35] 金川明弘, 太田 宏: “計数規準型 2 回抜取検査について - その検査特性と設計法 - ”, *品質*, Vol. 19, No. 4, pp. 22–31 (1989)
- [36] 金川明弘, 太田 宏: “計数規準型 2 回抜取検査の設計 -  $c_2 = c_3$  を仮定しない設計法 - ”, *品質*, Vol. 21, No. 2, pp. 9–15 (1991)
- [37] Aslam, M., Yen, C.-H., Chang, C.-H., Jun, C.-H., Ahmad, M., and Rasool, M.: “Two-Stage Variable Acceptance Sampling Plans Using Process Loss Functions”, *Communications in Statistics–Theory and Methods*, Vol. 81, No. 20, pp. 3633–3647 (2012)
- [38] Michlin, Y., and Pistiner, A.: “Evaluation of a Portable Device for Volumetric UST Tightness Testing”, *Advances in Environmental Research*, Vol. 7, No. 4, pp. 871–880 (2003)



## 付録A $\chi_\phi^2(\varepsilon)/\phi$ の最大・最小

ある確率  $\varepsilon$  での  $\chi_\phi^2(\varepsilon)/\phi$  は, Wilson-Hilferty の公式 [31] を用いて

$$\frac{\chi_\phi^2(\varepsilon)}{\phi} = \left(1 - \frac{2}{9\phi} + u_\varepsilon \sqrt{\frac{2}{9\phi}}\right)^3 \quad (\text{A.1})$$

と近似される．ただし  $u_\varepsilon$  は標準正規分布の上側  $100\varepsilon\%$  点である．これを  $\phi$  で微分すると

$$\frac{d}{d\phi} \left( \frac{\chi_\phi^2(\varepsilon)}{\phi} \right) = \sqrt{\frac{1}{2\phi^3}} \left(1 - \frac{2}{9\phi} + u_\varepsilon \sqrt{\frac{2}{9\phi}}\right)^2 \left( \sqrt{\frac{8}{9\phi}} - u_\varepsilon \right) \quad (\text{A.2})$$

となる．式 (A.2) をもとに, 式 (A.1) の最大値および最小値を与える  $(\mu, \sigma^2) \in \Omega(\tau^2)$  の組合せを  $\varepsilon$  の値に基づき考察する．

(a)  $0 \leq \varepsilon < 0.5$  のとき

式 (A.2) が 0 になる条件は  $u_\varepsilon = \sqrt{8/(9\phi)}$  である．このとき,  $\phi$  の最小値  $n$  での  $u_\varepsilon$  の最大値として  $\sqrt{8/(9n)}$  を得る．これより,  $u_\gamma = \sqrt{8/(9n)}$  の関係を満足する  $\gamma$  を用いて以下のように細分化し,  $(\mu, \sigma^2)$  の組合せを考察する．

(a-1)  $0 \leq \varepsilon < \gamma$  のとき

この範囲の  $\varepsilon$  のもとで,  $u_\varepsilon > \sqrt{8/(9n)} \geq \sqrt{8/(9\phi)}$  であるので, 式 (A.2) は  $\phi$  の値にかかわらず常に負である．これより, 式 (A.1) は  $\phi$  に対して単調減少である．よって,  $\phi$  の最小値  $\phi_{\min}$  で式 (A.1) は最大となる．さらに, 式 (2.7) より,  $\phi$  は  $\xi$  に関して単調増加であり,  $\xi \geq 0$  であるため,  $\xi = 0$  のとき式 (A.1) は最大となる．結局, これを与える  $(\mu, \sigma^2)$  の組合せとして,  $(\mu, \sigma^2) = (\mu_T, \tau^2)$  を得る．一方,  $\phi$  が最大値  $\phi_{\max}$  となるとき, 式 (A.1) は最小となる．これより,  $\xi$  が最大化されるとき, 式 (A.1) は最小化される．ここに,  $\xi$  は  $\sigma^2$  に関して単調減少である．よって, 式 (A.1) は  $(\mu, \sigma^2) = (\mu_T \pm \sqrt{\tau^2 - \sigma_T^2}, \sigma_T^2)$  のもとで最小となる．

(a-2)  $\gamma \leq \varepsilon < 0.5$  のとき

この  $\varepsilon$  の条件において，式 (A.2) が 0 になる  $\phi$  が必ず存在し， $\phi = 8/(9u_\varepsilon^2)$  のとき式 (A.1) は最大値をとる．このときの  $\phi$  およびそれに対応する  $\xi$  をそれぞれ  $\phi^*, \xi^*$  とおくと， $\xi^*$  は

$$\xi^* = \sqrt{\left(\frac{\phi^*}{n} - 1\right)^2 + \left(\frac{\phi^*}{n} - 1\right)} + \left(\frac{\phi^*}{n} - 1\right) \quad (\text{A.3})$$

となり， $(\mu, \sigma^2) = \left(\mu_T \pm \sqrt{(\tau^2 \xi^*/(1 + \xi^*))}, \tau^2/(1 + \xi^*)\right)$  を式 (A.3) の  $\xi^*$  を与える  $(\mu, \sigma^2)$  の組合せとしてを得ることができる．ここで，式 (A.1) の最大化に関して， $\phi^*$  と  $\phi_{\max}$  の大小関係により，式 (A.1) を最大化する  $\phi$  が異なる．

$\phi^* < \phi_{\max}$  の場合は既述のとおり， $\phi = \phi^*$  で式 (A.1) が最大化され，このとき  $(\mu, \sigma^2) = \left(\mu_T \pm \sqrt{(\tau^2 \xi^*/(1 + \xi^*))}, \tau^2/(1 + \xi^*)\right)$  となる．また， $\phi^* \geq \phi_{\max}$  の場合，式 (A.2) は常に正となるため，式 (A.1) は単調増加となり， $\phi = \phi_{\max}$  のとき，すなわち  $(\mu, \sigma^2) = \left(\mu_T \pm \sqrt{\tau^2 - \sigma_T^2}, \sigma_T^2\right)$  のとき式 (A.1) は最大化される．

つぎに，式 (A.1) の最小化についても考える．ここで，式 (A.1) は  $\phi_{\min}$  および  $\phi_{\max}$  のいずれかで最小となる． $\phi_{\min}$  のときは  $\phi = n$  であるから， $(\mu, \sigma^2) = (\mu_T, \tau^2)$  のとき，式 (A.1) が最小となる．また， $\phi_{\max}$  のときは  $\sigma^2$  が最小のときであるから  $(\mu, \sigma^2) = \left(\mu_T \pm \sqrt{\tau^2 - \sigma_T^2}, \sigma_T^2\right)$  の組合せで式 (A.1) は最小化される．

(b)  $0.5 \leq \varepsilon \leq 1$  のとき

$u_\varepsilon < 0$  であるので，式 (A.2) は常に正である．よって，式 (A.1) は  $\phi$  に関して単調増加である．このことから  $\phi = \phi_{\max}$  のとき，式 (A.1) は最大となり，このときの  $(\mu, \sigma^2)$  の組合せとして  $(\mu, \sigma^2) = \left(\mu_T \pm \sqrt{\tau^2 - \sigma_T^2}, \sigma_T^2\right)$  が得られる．また， $\phi$  が最小値のとき，すなわち  $(\mu, \sigma^2) = (\mu_T, \tau^2)$  のとき式 (A.1) は最小値をとる．

## 付録B 既知の $c$ のもとでの $\Pr \{ \hat{\tau}^2 > c | \tau^2 \}$ の評価

表記の単純化のため,  $p$  を

$$p = \Pr \{ \hat{\tau}^2 > c | \tau^2 \} \quad (\text{B.1})$$

と定義する. 式 (B.1) より, つぎの関係

$$c = \frac{\chi_{\phi}^2(p)}{\phi} \tau^2 \quad (\text{B.2})$$

を得る. また, Wilson-Hilferty の近似より,  $u_p$  を標準正規分布の上側  $100p\%$  点として

$$\frac{\chi_{\phi}^2(p)}{\phi} = \left\{ 1 - \frac{2}{9\phi} + u_p \sqrt{\frac{2}{9\phi}} \right\}^3 \quad (\text{B.3})$$

と近似することができる. 式 (B.3) に式 (B.2) を代入し,  $u_p$  について解くことにより

$$u_p = \sqrt{\frac{9\phi}{2}} \left\{ \sqrt[3]{\frac{c}{\tau^2} + \frac{2}{9\phi}} - 1 \right\} \quad (\text{B.4})$$

を得る.  $c$  が既知であるので, 式 (B.4) より  $u_p$  は  $\phi$  の関数とみることができる. そこで, 以下  $u_p$  を  $u_p(\phi)$  と表記すれば,  $\Pr \{ \hat{\tau}^2 > c | \tau^2 \}$  の最大化/最小化問題はそれぞれ  $u_p(\phi)$  の最小化/最大化問題に帰着される.

$u_p(\phi)$  を微分すると

$$\frac{du_p(\phi)}{d\phi} = \sqrt{\frac{9}{2}} \phi^{-\frac{1}{2}} \left\{ \frac{1}{2} \left( \sqrt[3]{\frac{c}{\tau^2}} - 1 \right) - \frac{1}{9} \phi^{-1} \right\} \quad (\text{B.5})$$

となる. 一方,  $\phi$  は  $\xi = (\tau^2/\sigma^2) - 1$  に対して単調増加であり,  $\xi$  は  $\sigma^2$  に対して単調減少である. したがって,  $\phi$  は  $\sigma^2$  に対して単調減少な関数である.

$\phi$  の最小値は  $(\mu, \sigma^2) = (\mu_T, \tau^2)$  の組合せのもとで  $\phi = n$  として与えられる．また， $\phi$  の最大値  $\phi_{\max}$  は  $(\mu, \sigma^2) = (\mu_T, \tau^2)$  の組合せのとき

$$\phi_{\max} = \frac{n \left( \frac{\tau^2}{\sigma_T^2} \right)^2}{2 \left( \frac{\tau^2}{\sigma_T^2} \right) - 1}. \quad (\text{B.6})$$

となる．このとき， $u_p(\phi)$  を最小化および最大化する  $(\mu, \sigma^2)$  の組合せは，以下のようにして場合分けして与えられる．

(a)  $\sqrt[3]{c/\tau^2} - 1 \leq 0$  のとき

$\phi$  が正であるから，式 (B.5) は常に負となり， $u_p(\phi)$  は  $\phi$  に関して単調減少であることがわかる．したがって， $\phi$  の最大値である  $\phi_{\max}$  で  $u_p(\phi)$  が最小となり， $\phi_{\max}$  を与える組合せのもとで  $\Pr \{ \hat{\tau}^2 > c | \tau^2 \}$  が最大となることがわかる．結局， $\Pr \{ \hat{\tau}^2 > c | \tau^2 \}$  は  $(\mu_T \pm \sqrt{\tau^2 - \sigma_T^2}, \sigma_T^2)$  の組合せのもとで最大化， $(\mu_T, \tau^2)$  の組合せのもとで最小化される．

(b)  $\sqrt[3]{c/\tau^2} - 1 > 0$  のとき

このとき，方程式  $du_p(\phi)/d\phi = 0$  の解  $\phi^*$  は式 (B.5) より

$$\phi^* = \left\{ \frac{9}{2} \left( \sqrt[3]{\frac{c}{\tau^2}} - 1 \right) \right\}^{-1} \quad (\text{B.7})$$

として与えられる．また， $\phi^*$  での  $u_p(\phi)$  の 2 次導関数は

$$\begin{aligned} \left. \frac{d^2 u_p(\phi)}{d\phi^2} \right|_{\phi=\phi^*} &= \sqrt{\frac{9}{2}} \phi^{-\frac{3}{2}} \left\{ -\frac{1}{4} \left( \sqrt[3]{\frac{c}{\tau^2}} - 1 \right) + \frac{1}{6} \phi^{-1} \right\} \Big|_{\phi=\phi^*} \\ &= \frac{81}{8} \left( \sqrt[3]{\frac{c}{\tau^2}} - 1 \right)^{\frac{5}{2}} \\ &> 0 \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

となることから， $u_p(\phi)$  は  $\phi = \phi^*$  のとき最小化されることがわかる．このことおよび  $\phi$  の定義域が  $n \leq \phi \leq \phi_{\max}$  であることを踏まえて，さらに条件を細分化して検討する．

(b-1)  $\phi^* \leq n$  のとき

このとき， $n \leq \phi \leq \phi_{\max}$  において， $u_p(\phi)$  は  $\phi$  に関して単調増加である．した

がって、 $\phi$  の最小値  $n$  で  $u_p(\phi)$  が最小化されることから、 $(\mu_T, \tau^2)$  の組合せのもとで  $\Pr\{\hat{\tau}^2 > c|\tau^2\}$  が最大化される。同様に、 $\phi$  の最大値  $\phi_{\max}$  で  $u_p(\phi)$  が最大化されるため、 $(\mu_T \pm \sqrt{\tau^2 - \sigma_T^2}, \sigma_T^2)$  の組合せのもとで  $\Pr\{\hat{\tau}^2 > c|\tau^2\}$  が最小化される。

(b-2)  $n < \phi^* \leq \phi_{\max}$  のとき

このとき、 $u_p(\phi)$  は  $\phi = \phi^*$  のとき最小となる。ここで、式 (2.7) を参考に、つぎの関係式

$$\phi^* = \frac{n(1 + \xi^*)^2}{1 + 2\xi^*} \quad (\text{B.9})$$

を考えると、 $\xi^*$  は  $\phi^*$  を用いて

$$\xi^* = \sqrt{\left(\frac{\phi^*}{n} - 1\right)^2 + \left(\frac{\phi^*}{n} - 1\right)} + \left(\frac{\phi^*}{n} - 1\right) \quad (\text{B.10})$$

と表すことができる。よって、 $\Pr\{\hat{\tau}^2 > c|\tau^2\}$  は  $(\mu_T \pm \sqrt{\frac{\xi^*}{\xi^*+1}\tau^2}, \frac{\tau^2}{\xi^*+1})$  の組合せのもとで最大化される。一方、 $u_p(\phi)$  は  $n$  と  $\phi_{\max}$  のいずれかにおいて最大化される。よって、 $\Pr\{\hat{\tau}^2 > c|\tau^2\}$  は  $(\mu_T, \tau^2)$  か  $(\mu_T \pm \sqrt{\tau^2 - \sigma_T^2}, \sigma_T^2)$  の組合せのどちらかで最小化される。

(b-3)  $\phi^* > \phi_{\max}$  のとき

このとき、 $u_p(\phi)$  は  $\phi$  に関して単調減少である。よって、(a) の場合と同様に、 $\Pr\{\hat{\tau}^2 > c|\tau^2\}$  は  $(\mu_T \pm \sqrt{\tau^2 - \sigma_T^2}, \sigma_T^2)$  の組合せのもとで最大化され、 $(\mu_T, \tau^2)$  の組合せのもとで最小化される。



# 謝 辞

本研究を遂行するにあたり，多大なる御指導と御鞭撻を賜った岡山大学大学院自然科学研究科 産業創成工学専攻 有菌 育生 教授に深甚なる謝意を表します．

また，本論文をまとめるにあたり，有益な御教示と暖かい御配慮を賜った岡山大学大学院自然科学研究科 産業創成工学専攻 村田 厚生 教授，平田健太郎 教授，ならびに柳川 佳也 准教授に深く感謝申し上げます．

本研究を進めるにあたり，有益な御教示と種々の面での御支援をいただいた近畿大学 理工学部 機械工学科 竹本 康彦 准教授に深く感謝申し上げます．

また，本研究を進めるにあたり，常に暖かい励ましと多大な御教示をいただいた岡山大学大学院自然科学研究科 産業創成工学専攻 崎山 朋子 助教に心から感謝申し上げます．

平素から，有益な御助言と御激励いただいた生産知能学研究室の皆様には厚くお礼申し上げます．

最後に，これまで私を温かく見守ってくれた両親に心から感謝いたします．