

「数学的な見方・考え方」と「深い学び」とのつながりについての考察

杉 能 道 明*

研究の要約

平成29年3月31日、新学習指導要領が告示された。算数科の目標は、「数学的な見方・考え方を働かせ～」の言葉から始まっている。この「数学的な見方・考え方」とは何か。算数科では算数的活動という言葉を経験的活動に変えて、充実を求めている。経験的活動は算数的活動とどう違うのか。新指導要領では「どのように学ぶか」に応じて「主体的・対話的で深い学び」による不断の授業改善を求めている。この「深い学び」とはどのような学びなのか。新しい小学校学習指導要領解説算数編では、「深い学び」の鍵として「見方・考え方」を働かせることが重要であると述べられているが、この2つはどのようにつながっているのか。

「深い学び」とは、算数科の新しい経験的活動（問題解決の過程を遂行すること）の一部である。子どもが考えを振り返り「統合・発展」していく過程のことであり、そこで気付いた「数学的な見方・考え方」のよさを自覚していくことだと考える。具体的な授業場面を通して、「数学的な見方・考え方」と「深い学び」とのつながりを考察する。

key-words : 数学的な見方・考え方, 深い学び, 経験的活動, 統合的・発展的

1. 新しい算数科の目標

平成29年3月31日に新しい小学校学習指導要領（以下、「新指導要領」）が告示された。この新指導要領は2030年の社会を予想し、「厳しい挑戦の時代」「予測が困難な時代」を生きる子どもたちの未来を考えてつくられたものである。

新しい算数科の目標は、他教科等の目標と同様に、総括的な目標の部分と、育成を目指す資質・能力3つの柱に関わる具体的な目標の部分の二重構造で示されている。この構造は、昭和43年版の小学校学習指導要領と同様の構造である。新しい算数科の総括目標は次の通りである。

数学的な見方・考え方を働かせ、経験的活動を通して、数学的に考える資質・能力を次の通り育成することを目指す。（下線：筆者）

2. 「数学的な見方・考え方」とは何か

(1) 「数学的な見方・考え方」の登場

算数科の目標文頭の「数学的な見方・考え方」とは何か。「～を働かせ」とあるので、子どもたちが既にもっているものであると想定していることが分かる。また、育成を目指す資質・能力の3つの柱（「知識・技能」「思考力・判断力・表現力等」「学びに向かう力・人間性」）の1つではなく、この資質・能力の育成に向けて働くものであると考えていることが分かる。また、新しい小学校学習指導要領解説算数編（以下、「新指導要領算数編」）においては、次のように学習を通じて「更に豊かで確かなものになっていく」と考えられている。

算数科の学習においては、「数学的な見方・考え方」を働かせながら、知識及び技能を習得したり、習得した知識及び技能を活用して探究したりすることにより、生きて働く知識となり、

*ノートルダム清心女子大学

技能の習熟・熟達にもつながるとともに、より広い領域や複雑な事象について思考・判断・表現できる力が育成され、このような学習を通じて、「数学的な見方・考え方」が更に豊かで確かなものとなっていくと考えられる。(下線：筆者)

(2) 「数学的な考え方」とは何か

まず、「数学的な見方・考え方」の中の「数学的な考え方」について考えてみたい。

「数学的な考え方」という言葉は、これまでの学習指導要領の算数科の目標の中に位置付けられたことがある。この言葉は昭和33年版の学習指導要領で初めて用いられた。算数科の目標の具体目標の中に次のような記述がある。(昭和43年版の算数科の目標の中にも1と同じ文章がある。)

- 1 数量や図形に関する基礎的な概念や原理を理解させ、より進んだ数学的な考え方や処理のしかたを生み出すことができるようにする。
- 5 数学的な考え方や処理のしかたを、進んで日常生活に生かす態度を伸ばす。

(下線：筆者)

「数学的な考え方」という言葉は、現行の学習指導要領の下でも、評価の観点の1つである「思考力・判断力・表現力等」の観点名としても用いられてきた。国立教育政策研究所 教育課程研究センター(2011)は、「数学的な考え方」の評価の観点の趣旨を次のように記している。

日常事象を数理的に捉え、見通しをもち筋道立てて考え表現したり、そのことから考えを深めたりするなど、数学的な考え方の基礎を身に付けている。(下線：筆者)

第5・6学年の趣旨は次のように記述されている。

数量や図形についての基礎的・基本的な知識及び技能の習得や活用を通して、日常の事象について論理的に考え表現したり、そのことを基に発展的、統合的に考えたりするなど、数学的な考え方の基礎を身に付けている。(下線：筆者)

「数学的な考え方」の評価の観点の趣旨の下線の部分が、期待する子どもの姿と考えることができる。

「数学的な考え方」の定義は1つではない。秋月(1966)は、「数学的な考えとは何かを定義することは、数学的ではない。これを定義することはできないであろうし、仮になされても、それを、ことばとして憶えても、数学的な考えがのびるわけではない。」と述べている。赤(1966)は、「数学的な考えは、数学を生み、これを発展させる原動力である。」と述べている。中島(1981)は、数学的な考え方について、「算数・数学にふさわしい創造的な活動ができること」と述べている。これ以外にも多くの方々が数学的な考え方について述べているが、完全に一致した意見は見られず、いろいろなたらえ方があることが分かる。

片桐(2004)は、『「数学的な考え方とは、こういうものである』と、言葉で示しても、指導にはほとんど役立たない。なぜならこの意味を表す文を憶えても、数学的な考え方ができるわけではないからである。」「数学的な考え方や態度には、例えばこれこれこういうものがあると、具体的に示した方がよい。そうすれば少なくとも示された考え方については指導の対象にすることができるからである。」と考え、数学的な考え方を次のように態度、方法、内容の観点からⅠⅡⅢの3つに分類整理している。

- Ⅰ 数学的な態度
- Ⅱ 数学の方法に関係した数学的な考え方
- Ⅲ 数学の内容に関係した数学的な考え方

(3) 「数学的な見方・考え方」とは何か

今回の改訂では、各教科の目標の中に、各教科等の特質に応じた「見方・考え方」が示されている。「見方・考え方」とは「児童が各教科等の特質に応じた物事を捉える視点や考え方」のことである。各教科等毎の「見方・考え方」は次の通りである。

- 国語科：言葉による見方・考え方
- 社会科：社会的な見方・考え方
- 算数科：数学的な見方・考え方
- 理科：理科の見方・考え方
- 生活科：身近な生活に関わる見方・考え方
- 音楽科：音楽的な見方・考え方
- 図画工作科：造形的な見方・考え方
- 家庭科：生活の営みに係る見方・考え方
- 体育科：体育や保健の見方・考え方
- 外国語：外国語によるコミュニケーションにおける見方・考え方
- 外国語活動：外国語によるコミュニケーションにおける見方・考え方
- 総合的な学習の時間：探究的な見方・考え方
- 特別活動：集団や社会の形成者としての見方・考え方

幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について（2016）（以下、「答申」）では、「見方・考え方」は「各教科等を学ぶ本質的な意義の中核をなすものとして、教科等の教育と社会をつなぐものである。」と述べている。答申では、「数学的な見方」、「数学的な考え方」、「数学的な見方・考え方」を次のように定義している。

「数学的な見方」：事象を数量や図形及びそれらの関係についての概念等に着目してその特徴や本質を捉えること

「数学的な考え方」：目的に応じて数・式、図、表、グラフ等を活用し、論理的に考え、問題解決の過程を振り返るなどして既習の知識・技能等を関連付けながら統合的・発展的に考えるこ

と

「数学的な見方・考え方」：事象を数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え、論理的、統合的・発展的に考えること（下線：筆者）

上記の定義だけでは、その具体的な内容を想像することはできない。そこで、「数学的な見方・考え方」のキーワードとして、「着目する」「（論理的、統合的、発展的に）考える」に注目したい。「振り返る」「関連付け」という言葉も、「批判的に考える」「関連付けて考える」と読みかえると「考える」とつながる言葉である。

（４）「数学的な見方・考え方」の具体内容

キーワードの1つ「着目する」を手掛かりに、各学年の内容を考察すると、「数学的な見方・考え方」の具体内容が見えてくる。例えば、各学年の内容の「B 図形」の「イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。」の表現は次の通りである。

- 第1学年 （ア）ものの形に着目し、身の回りにあるものの特徴を捉えたり、具体的な操作を通して形の構成について考えたりすること。
- 第2学年 （ア）図形を構成する要素に着目し、構成の仕方を考えるとともに、身の回りのものの形を図形として捉えること。
- 第3学年 （ア）図形を構成する要素に着目し、構成の仕方を考えるとともに、図形の性質を見だし、身の回りのものの形を図形として捉えること。
- 第4学年 （ア）図形を構成する要素及びそれらの位置関係に着目し、構成の仕方を考察し図形の性質を見だすとともに、その性質を基に既習の図形を捉え直すこと。
- 第5学年 （ア）図形を構成する要素及び図形間の関係に着目し、構成の仕方を考察したり、図形の性質を見だし、その性質を筋道を立てて考え説明したりすること。
- 第6学年 （ア）図形を構成する要素及び図形

間の関係に着目し、構成の仕方を考察したり図形の性質を見いだしたりするとともに、その性質を基に既習の図形を捉え直したり日常生活に生かしたりすること。

(抜粋。下線：筆者)

上記のことから、「B 図形」領域の内容面での「数学的な見方・考え方」は次のように整理できる。

- ものの形・特徴（例：まる、さんかく、しかくなど）
- 図形の構成要素（例：頂点、辺、面など）
- 図形の構成要素の位置関係（例：直線の平行・垂直など）
- 図形間の関係（例：合同、拡大、対称など）

学年が上がるにつれて、対象概念から関係概念へと抽象度が高まっているといえる。他の領域についても、同様に整理すると、次のようになる。

A 数と計算

- 数のまとまり
- 数量の関係
- 数の表し方の仕組み
- 数を構成する単位
- 二つの数量の対応や変化
- 数の意味と表現
- 計算について成り立つ性質

C 測定（第1学年～第3学年）

- ものの特徴
- 単位

C 変化と関係（第4学年～第6学年）

- 伴って変わる二量の関係
- 異種の二量の割合として捉えられる数量の関係
- 日常事象の数量の関係

D データの活用

- データの個数

- データを整理する観点
- データの特徴や傾向
- 概括的に捉えること
- 事象の特徴

(5)「統合的・発展的に」の意味

前述の2(3)の「数学的な見方・考え方」の定義の中に、「統合的・発展的に」考えるという言葉があったが、これは次のように昭和43年版学習指導要領の算数科の総括目標の中にある言葉である。

日常の事象を数理的にとらえ、筋道を立てて考え、統合的、発展的に考察し、処理する能力と態度を育てる。(下線：筆者)

「統合的・発展的に」という言葉について、中島(1981)は次のように述べている。

「統合的」と「発展的」とを並列的によみとらないで、「統合といった観点による発展的な考察」というようによみとることが望ましい。これは、「統合」ということを、数学の立場で発展を考える際に、それを限定する方向、または、価値観を表すものの、いわば代表として、ここで用いているからである。(下線：筆者)

「統合」「発展」という言葉の意味はそれぞれ、「いくつかのものを一つにまとめあわせること。」「物事が、より進んだ段階に移っていくこと。」(大辞林)である。新指導要領算数編(2017)の中に次のような記述がある。

「統合的に考察する」ことは、異なる複数の事柄をある観点から捉え、それらに共通点を見いだして一つのものとして捉え直すことであり、算数の学習で大切にすべきものである。

「発展的に考察する」とは、ものごとを固定的なもの、確定的なものと考えず、絶えず考察の範囲を広げていくことで新しい知識や理解を

得ようとすることである。(下線：筆者)

「統合」「発展」については、小学校指導書算数編(1969)に次のような記述がある。

算数科の学習では、絶えず、創造的な発展を図るとともに、一面では、創造したものをより高い、あるいは、より広い観点から統合してみられるようにする。さらに、これを次の飛躍への足場としていくなど、創造しつづけてやまないようにすることがだいじであり、このような能力と態度を伸ばすことが期待されているのである。(下線：筆者)

例えば、いろいろな数の計算の仕方を考える際、 $30 + 20 \rightarrow 300 + 200 \rightarrow 0.3 + 0.2 \rightarrow 3 \div 6 + 2 \div 6$ と数の範囲を広げて考えていくことも「発展的に」学習を進めることになる。それぞれの学習では、「10が(3+2)こ、100が(3+2)こ、0.1が(3+2)こ、 $1 \div 6$ が(3+2)こで計算できる。」と気付いていく。学習を進める中では、「1つにまとめあわせることはできないか。」という観点で学習することが大切な「見方・考え方」だということである。そして、学習を振り返ったとき、「全て3+2でできる。」
「10がいくつ、100がいくつ、0.1がいくつ、 $1 \div 6$ がいくつと考える(単位の考え)と簡単に計算できる。」と気付いたとき、「統合的に」考えたことになる。このように、算数科の学習は「発展的に」考えては「統合的に」考えていくという、学習を繰り返すことになる。「統合的・発展的に」という言葉は、新しい算数を創り「数学的な見方・考え方」を代表する重要なキーワードだと考える。

3. 「数学的活動」とは何か

(1) 「算数的活動」と「数学的活動」との違い

新しい算数科の目標の中に「数学的活動を通して」という言葉が使われている。「数学的活動」とは何か。

現行の算数科の目標の中では「算数的活動」という言葉が使われている。現行の小学校学習指導要領算数編によると「算数的活動」の定義は次の通りである。

児童が目的意識をもって主体的に取り組む算数にかかわりのある様々な活動

この算数的活動は、指導計画作成上の配慮事項にあるように、「基礎的・基本的な知識及び技能を確実に身に付けたり、思考力、判断力、表現力等を高めたり、算数を学ぶ楽しさや意義を実感したりするために、重要な役割を果たすもの」とされ、授業改善の方策の1つとなっている。現行の小学校学習指導要領では、算数的活動の一層の充実が求められ、「具体物を用いて数量や図形についての意味を理解する活動」「知識・技能を実際の場面で活用する活動」「問題解決の方法を考え説明する活動」など29の具体的な算数的活動の例も示されている。

一方、新しい算数科の目標の中の「数学的活動」は新指導要領算数編で次のように定義されている。

事象を数理的に捉え、数学の問題を見だし、問題を自立的、協働的に解決する過程を遂行すること。

また、「数学的活動」の例として、次のように下学年は4つ、上学年は3つの活動類型が示されている。

<第1学年～第3学年>

① 数量や図形を見だし、進んで関わる活動

<第1学年～第6学年>

② 日常の事象から見いだした問題を解決する活動

③ 算数の問題場面から見いだした問題を解決する活動

④ 数学的に表現し伝え合う活動

このように、「算数的活動」は「数学的活動」と言葉だけでなく、定義や具体例も変わっている。「算数的活動」は具体的な活動としてイメージできたのに対して、「数学的活動」はより抽象的になったと言える。上記の①や④は具体的な活動につながるが、②③は問題解決の過程を遂行すること、という意味であり、学習活動全体を指し示している。具体的な活動だけでなく、学びの過程が重視されたと考える。

(2)「数学的活動」のねらい

「算数的活動」を「数学的活動」に変えたのはなぜか。それは、小・中・高等学校教育を通じて資質・能力を育成していくために、学びの方策の中心である活動も統一したためと考えられる。新指導要領のもとでは、中学校の「数学的活動」の定義も小学校と同じになっている。

新しい「数学的活動」は、中・高にそろえたことから、内的な活動を重視しているようにみえるが、数量や図形概念や原理は抽象的なもので、小学生にとっては具体物を活用することを重視すべきである。これは、ピアジェ(1976)の唱える認知発達の段階、ブルナー(1970)のE I S理論からも明らかである。つまり、新しい「数学的活動」については、前述の(1)①に関わる「外的な数学的活動」をまずは重視すべきだと考える。でも、それに終わらず、(1)④に関わる算数の様々な表現体系を用いた言語活動の充実が必要である。その1つは、「数学的活動の内面化」である。行動的把握(E)→映像的把握(I)→記号的把握(S)と進む中で、言語化・記号化を果たしていくことである。もう1つは、様々な算数の表現体系を用いて「説明する・伝え合う・高め合う・学び合う」数学的活動を行うことである。

新しい「数学的活動」の役割については、現行の「算数的活動」と同様、「基礎的・基本的な知識及び技能を確実に身に付けたり、思考力、判断力、表現力等を高めたり、算数を学ぶ楽し

さや意義を実感したりするために、重要な役割を果たすもの」とされており、活動だけでなく、学びの過程を重視することで、より一層、資質・能力の育成につなげようというねらいが感じられる。

4.「深い学び」とは何か

(1)「深い学び」の意味

新指導要領では、「何ができるようになるか」、その力をつけるために「どのように学ぶか」が重視されている。「何ができるようになるか」に答えるのが育成を目指す資質・能力3つの柱(「知識・技能」「思考力・判断力・表現力等」「学びに向かう力・人間性」)の育成である。「どのように学ぶか」という学びの質の改善の方向性に答えるのが「主体的・対話的で深い学び」という授業改善の視点である。この3つの視点について答申では次のように述べている。

- ① 学ぶことに興味や関心を持ち、自己のキャリア形成の方向性と関連付けながら、見通しを持って粘り強く取り組み、自己の学習活動を振り返って次につなげる「主体的な学び」が実現できているか。
- ② 子供同士の協働、教職員や地域の人との対話、先哲の考え方を手掛かりに考えること等を通じ、自己の考えを広げ深める「対話的な学び」が実現できているか。
- ③ 習得・活用・探究という学びの過程の中で、各教科等の特質に応じた「見方・考え方」を働かせながら、知識を相互に関連付けてより深く理解したり、情報を精査して考えを形成したり、問題を見いだして解決策を考えたり、思いや考えを基に創造したりすることに向かう「深い学び」が実現できているか。(下線：筆者)

上記の下線部分は、筆者が3つの視点につながるキーワードと考える部分である。特に「深い学び」については、

- ・「見方・考え方」を働かせること
- ・知識を相互に関連付けること
- ・情報を鵜呑みにせず批判的に思考すること
- ・問題を見いだし課題意識をもつこと
- ・新たな「見方・考え方」を創造していくこと

が重視されていると読み取ることができる。「深い学び」の過程で「見方・考え方」を働かせ、「深い学び」を通して「見方・考え方」が更に豊かなものになることが期待されている。

(2)「深い学び」とはいえないとき

しかしながら、この「深い学び」とは具体的にどのような学びなのか未だ明らかにはなっていない。「深い学び」の意味を考えると、逆の「浅い学び」を想定してみたい。

- ・「見方・考え方」が働かない
- ・知識の相互の関連づけがない
- ・情報は精査せず受け入れる
- ・問題を見いださず課題意識もない
- ・新たな「見方・考え方」が創造されない

確かに、これでは「深い学び」とは言えそうにない。

授業場面を考えたとき、先生が新しい知識を教え込む授業、先生が一方向的にめあてを示す授業、授業の中で子どもの気付きがない授業、子どもが知識をつなげて考えない授業、話し合いの際、友達の考えを聞いて「いいです。」で終わってしまう授業では「深い学び」が期待できないということになる。

算数科の学習指導案を見ると、「めあてとまとめが合っている」ことを気にする方がいる。確かに、めあてとまとめがかけ離れていて、大きくずれている場合は、「子どもの意識の流れはどうつながっているのか。」と疑いたくなるのも分かる。しかし、「めあてとまとめが合っている」からといって「深い学び」と言えるのだろうか。こう考えてみてはどうだろう。「めあて」は学習

のきっかけであり、子どもがめあてをつかみ、めあての達成に向けて考え、話し合った結果、考えを振り返り新たなことに気付くことができたとする。この気付きをまとめにするのはどうだろう。

例えば、第1学年の「たし算(2)」で「 $8+3$ のけいさんのしかたをかながえせつめいしよう。」というめあてをつかんだとする。子どもたちは答えは10を超えるぞ、ブロックを動かして考えればよさそうだ、と結果や方法の見通しをもって学習に取り組む。ブロックを動かして考えると答えは11だと分かる。学習を振り返って「まず、8に2をくっつけて10をつくる。つぎに、10と1で11になる。」とまとめたとする。これは「深い学び」になっているのか。「どう考えたらうまく計算できたのか」と「見方・考え方」を振り返る視点が必要ではないか。つまり、「10のまとまりをつくと簡単に計算できる」という「見方・考え方」まで自覚できて初めて、「深い学び」と言えるのではないか。一見、めあてとまとめは合っていないように見えるが、実は子どもの中ではつながっている。めあてをつかんだ時にはきちんと自覚できていなかったことにはっきり気付けたとき、子どもの「見方・考え方」は豊かになった深まったといえるのではないか。逆にめあてからまとめが見通せているような浅い学びの授業に「深い学び」を期待することはできないのではないか。

1時間の授業を振り返り、「知識」でまとめを書くときがある。例えば、第6学年の「円の面積」で円の求積公式をつくりそれを振り返って、「円の面積＝半径×半径×円周率」と知識でまとめを書くことがある。これは、「深い学び」になっているのか。むしろ、「どのように考えると公式をつくることができたのか」「公式のよさは何か」「公式は何を意味しているか」と振り返る視点をもつことが大切だと考える。そうすると、「円の面積はそのままの形では求めることができなかつたが、長方形に直すと求めることができた」と既習事項を活用するよさに目を向けた

り、「円の面積は半径の長ささえ分かれば求めることができる。円の面積の公式は便利だ。」「円の面積は半径×半径の正方形の約3倍ということが分かった。」などと公式のよさや意味に目を向けることができるのではないか。これこそが、「見方・考え方」が深まった、「深い学び」と言えるのではないか。

5. 「数学的な見方・考え方」と「深い学び」のつながり

(1) 新しい算数科の授業デザイン

新指導要領算数編では、「深い学び」の鍵として「見方・考え方」を働かせることが重要であると述べられている。「数学的な見方・考え方」と「深い学び」はどのようにつながっているのか。

これまで述べたことから、「数学的な見方・考え方」と「深い学び」のつながりについて次のように考える。

「深い学び」とは、算数科の新しい数学的活動（問題解決の過程を遂行すること）の一部である。子どもが考えを振り返り「統合・発展」していく過程のことであり、そこで気付いた「数学的な見方・考え方」のよさを自覚していくことである。

中島（1981）は、数学的な考え方を育成するための学習指導について次のように述べている。

算数や数学で、子どもにとって新しい内容を指導しようとする際に、教師が既成のものを一方的に与えるのではなく、子どもが自分で必要を感じ、自らの課題として新しいことを考え出すように、教師が適切な発問や助言を通して仕向け、結果において、どの子どもも、いかにも自分で考え出したかのような感激をもつことができるようにする。（下線：筆者）

上記の下線のような学びができるよう、「教師

が適切な発問や助言」を行う必要がある。

新しい算数科の授業をデザインするとき、次の3点について留意したい。

- ① 子どもが働かせる「数学的な見方・考え方」は何か（単元を通して、本時で）
…本時までにもっている具体的な「数学的な見方・考え方」の想定→教材分析、実態把握へ
- ② 「数学的な見方・考え方」はどう深まるのか（単元を通して、本時で）
…子どもの具体的な姿を想定し、どんな見方・考え方がどんな見方・考え方に変わるのかの具体的なイメージをもつこと→単元構想、授業構想へ
- ③ 「数学的な見方・考え方」をどう育てるのか（単元を通して、本時で）
…数学的活動や発問や助言の工夫→主な指導方法の工夫へ

(2) 授業の実際 第3学年「三角形」

○ 単元の目標

図形の構成要素「辺」に着目し、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を次の通り育成することを目指す。

- ・ 二等辺三角形、正三角形の定義や性質を知り、コンパスを使って作図することができる。

【知識・技能】

- ・ 辺の長さに着目して三角形を分類して考えたり、いろいろな三角形から二等辺三角形や正三角形を弁別し、そのわけを定義をもとに説明したりすることができる。

【思考力・判断力・表現力】

- ・ 辺の長さに着目して三角形を分類・弁別しようとしたり、二等辺三角形や正三角形の性質を調べようとしたりする。

【学びに向かう力・人間性】

○ 単元計画（全7時間）

第一次 二等辺三角形と正三角形

- 第1時 ストローを使った三角形づくりと仲間分けによる学習の動機付けと二等辺三角形、正三角形の定義と弁別(本時)
- 第2時 コンパスを使った二等辺三角形や正三角形の作図
- 第3時 円や折り紙を使った二等辺三角形・正三角形づくりと身の回りの二等辺三角形、正三角形探し

第二次 角

- 第1時 角の定義と大小比較
- 第2時 二等辺三角形、正三角形の角の大きさ比べ
- 第3時 正三角形、二等辺三角形の敷き詰め

第三次 基本の確かめと自己評価(1時間)

○ 本単元での「数学的な見方・考え方」

図形の構成要素である「辺」「角」に着目して、二等辺三角形や正三角形を観察・構成する数学的活動を通して、二等辺三角形や正三角形の定義や性質を統合的・発展的に考えていくこと。

○ 本時(第1時)での「数学的な見方・考え方」

- ①子どもが働かせる「数学的な見方・考え方」
図形の構成要素「辺」に着目して図形を捉える見方・考え方
- ②「数学的な見方・考え方」はどう深まるのか
三角形「3本の直線で囲まれた形」→二等辺三角形「2つの辺の長さが等しい三角形」・正三角形「3つの辺の長さがみんな等しい三角形」

※ 2年生までに使っていた「同じ」という言葉に代わって「等しい」という言葉を使う。これにより、「長さが全く同じ」という意味をはっきりさせる。

※ 既習の図形「三角形」を見直し、「等しい辺の数」に着目して、その特別な形である「二等辺三角形」「正三角形」の意味を学ぶ学習を通して、図形の構成要素「辺」に着目して図形をとらえる見方・考え方を豊かにしていく。

③「数学的な見方・考え方」をどう育てるのか
「数学的な見方・考え方」を豊かにするために、次のような数学的活動を取り入れる。

- (ア) 三角形の定義を確かめる活動
- (イ) 三角形の定義に基づいていろいろな三角形をつくる操作活動
- (ウ) 「似ている」という気付きを手掛かりに「同じ仲間」の三角形について話し合う活動
- (エ) 辺の長さ(色)に目をつけて仲間分けする活動
- (オ) 仲間分けの仕方について話し合う活動
- (カ) 二等辺三角形、正三角形の定義を知り、ノートに書く活動
- (キ) 三角形を弁別する活動
- (ク) 本時の学習を振り返る活動

○ 授業の実際

(ア) 三角形の定義を確かめる活動

授業の導入で、4色のストロー(赤色6cm, 黄色8cm, 青色10cm, 緑色12cm)を組み合わせてできたスカイツリーの絵を見せ、気が付いたことを話し合った。

- T 何の絵か分かりますか。
- C ロケットみたい。
- C スカイツリーです。
- T どんな形でできていますか。
- C 三角形です。
- T 三角形ってどんな形だったかな。
- C 3つの辺でできています。
- C 3本の直線で囲まれた形です。
- C 同じです(賛成多数)。



こうして、2年生で学習した三角形の定義を確かめることができた。

(イ) 三角形の定義に基づいていろいろな三角形をつくる操作活動

4色のストロー(赤色6cm, 黄色8cm, 青色10cm, 緑色12cm)を使っていろいろな三角形をつ

くる活動を取り入れた。ストローには磁石がついており、黒板に貼ることができる。ストローとストローをつなぐモールを準備し、「3本で」つくること、「モールで」つなぐことを確認した。

T 三角形をつくった人は前の黒板に貼りましょう。

C (赤・赤・黄でつくった三角形を貼る。)

T 1つ貼れましたね。みんなは前に貼られたのとは違う三角形をどんどんつくって貼りましょう。

子どもは、黒板に貼られた三角形と手元の三角形を見比べて、いろいろな三角形をつくり、前の黒板にないことを確かめて黒板に貼っていた。全部で19種類つくることができるが、子どもたちは16種類の三角形をつくり、前に張り出すことができた。

C (黄・黄・赤の三角形を貼る。)

C (それと) 同じ三角形があります。

C いや、ないと思います。

C どれとどれが同じと言っているんですか。

C それとそれです。黄色と赤色の三角形です(指さす。)

T (黄・黄・赤の三角形と、赤・赤・黄の三角形を取り上げて、近くに並べて貼る。)

これとこれが同じと言っているんですね。

C 似ているけど、同じではありません。

C 似ているけど、違います。

T どこが似ていると言っているのかな。

C 黄色と赤色を使っているところです。

C 同じ色を2本使っているところです。

C 同じです(賛成多数)。

この活動は、授業時間の関係から、短時間学習として扱うことができると考える。

(ウ)「似ている」という気付きを手掛かりに「同じ仲間」の三角形について話し合う活動

子どもたちが似ている三角形があることに気付いてきたところで、次のように問いかけた。もし、子どもが気付いてこないときは、教師が意図的に2つの二等辺三角形を取り上げるつもりだった。

T 2つの三角形が似ている、と言っていたけど、よく見ると、この三角形の中に似ている三角形、同じ仲間の三角形はあるかな。例えば、この三角形(赤・赤・赤)と似ている三角形はありますか。

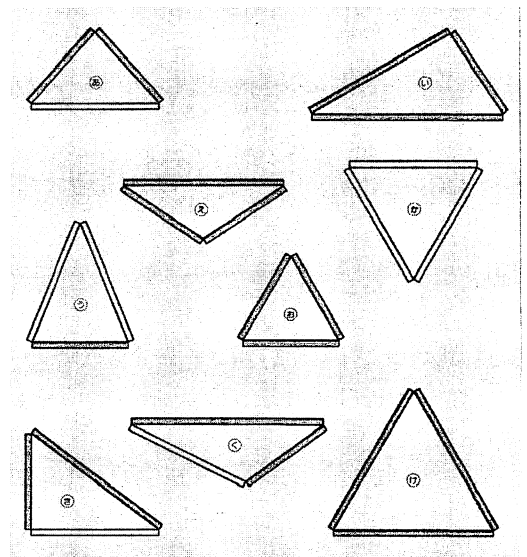
C はい。青色の三角形です(青・青・青の三角形を指さす。)

T どうして同じ仲間だと思うのですか。

C 同じ色を3本使っているからです。

(エ) 辺の長さ(色)に目をつけて仲間分けする活動

子どもが黒板に貼った16個の三角形は仲間分けには少し多いので、7個を外して9個に減らした。二等辺三角形、正三角形、一般三角形が3つずつ含まれるようにした。また、それぞれに㉔~㉓の記号をつけた。



T みんながつくってくれた外した三角形は、

また、後で使います。

辺の色をよく見ると、似ている三角形・同じ仲間の三角形があることに気付きましたね。辺の色は辺の長さを表しています。この9個の三角形の中で似ている三角形を同じ仲間を集めることはできそうですか。

C できそうです。

辺の色（長さ）に着目すると、同じ仲間の三角形がありそうなことに気付いたところで、本時のめあてを次のように決めた。

めあて

辺の長さに目をつけて、三角形を仲間分けしよう。

子どもたちには、掲示した三角形と同じ色の組み合わせでできた三角形をかいたカード9枚を配り、そのカードを操作して仲間分けする活動にした。仲間分けしたら、その仲間に名前をつけるよう声をかけた。

子どもたちは次のように仲間分けすることができた。

A児 「ぜんぶ同じ色の三角形」お・か・け
「ぜんぶちがう色の三角形」い・き・く
「2つ同じ色がある三角形」あ・う・え

B児 「辺の長さがぜんぶ同じ三角形」お・か・け
「辺の長さがぜんぶちがう三角形」い・き・く
「2つの辺の長さが同じ三角形」あ・う・え

C児 「6cm（赤）の辺が2つ以上ある三角形」あ・え・お
「8cm（黄）の辺が2つ以上ある三角形」う・か
「辺の長さがバラバラの三角形」い・き・く

「辺の長さが同じ三角形」け

D児 「10cmの辺（青）がある三角形」い・え・き・け

「8cmの辺（黄）がある三角形」あ・う・か・き・く

「同じ色が使われている三角形」お

（オ）仲間分けの仕方について話し合う活動

今回は、授業時間の関係で、A児とB児だけを取り上げて話し合った。

C児は確かに辺の長さに目をつけているが、特定の色が2つ以上あるか、という視点で仲間分けしている。㊸と㊹が2つの仲間に入ることになる。きちんと仲間分けできているとは言えない。

D児も確かに辺の長さに目をつけているが、特定の色に着目して仲間分けしている。㊸が2つの仲間に入っており、㊹と㊺は「同じ色が使われている三角形」の仲間にも入る。うまく仲間分けできているとは言えない。D児の考えでは「6cm（赤）の辺がある三角形」という視点も可能になる。㊸・㊻・㊼・㊽・㊾・㊿・㊿が同じ仲間になり、㊸・㊹が「同じ色が使われている三角形」ということで仲間になる。でも、㊿も「同じ色が使われている三角形」ということで矛盾が起きる。

C児・D児は確かに辺の長さに目をつけているが、仲間分けがきちんとできているか、という観点で話し合いをすれば、不十分であることに気付くことはできると考える。

（カ）二等辺三角形、正三角形の定義を知り、ノートに書く活動

A児、B児の考えを話し合い、二等辺三角形、正三角形の定義を次のようにまとめた。

2つの辺の長さが等しい三角形を二等辺三角形といいます。

3つの辺の長さがみんな等しい三角形を

正三角形といいます。

(キ) 三角形を弁別する活動

黒板から外しておいた7個の三角形を再登場させ、それぞれの三角形の名前を問い、そのわけを説明する活動を取り入れた。

意図的に指名された7名の子ども全員が二等辺三角形、正三角形を弁別し、そのわけを定義をもとに説明することができた。

例) 「(緑・緑・黄の三角形を見て) 二等辺三角形だと思います。緑が2本あるので、2つの辺の長さが等しい三角形だからです。」

(ク) 本時の学習を振り返る活動

授業の最後に、本時の学習を振り返る活動を取り入れた。

T 二等辺三角形や正三角形を見分けることができるようになりましたね。素晴らしいですね。三角形のどこを見たら、見分けることができるのですか。

C 辺の長さです。

C 同じ長さの辺がいくつあるかです。

C 等しい長さの辺が2つのときは二等辺三角形、3つのときは正三角形です。

T では、みんなが気付いた大切なことをまとめておきましょう。

二等辺三角形、正三角形を見分けるには、等しい長さの辺がいくつあるかを見ればよい。

こうして、図形の構成要素である辺に着目して学習を進め、授業の最後には、「等しい長さの辺がいくつあるか」という「数学的な見方・考え方」ができるようになったことを振り返ってまとめを行うことができた。

6. 終わりに

「数学的な考え方」の源流を辿ると、小学校令施行規則第4条(1900)の「思想ヲ精確ナラシムルヲ以テ要旨トス」に行き着いた。思想とはものの見方・考え方のことであり、今日の「数学的な見方・考え方」につながるものである。また、尋常小学算術(通称緑表紙)(1935～1943)の算術教育の目的は、「児童の数理思想を開発し、日常生活を数理的に正しくするように指導すること」であった。塩野(1934)は数理思想について、「数理を愛好し、これを追求するの感情を盛んならしめ、そうして自然現象、社会現象、精神現象、その他各現象の中に数理を見出し、これを解決し、進んでは数理的に正しく生活せんとする精神的態度を養うこと」と述べている。我が国では昔から子どもたちの「数学的な見方・考え方」の育成を目指してきたことが分かる。

今回の学習指導要領の改訂では、昭和43年版の小学校学習指導要領の目標の二重構造が取り入れられている。算数教育で大切にされてきた「数学的な考え方」が「数学的な見方・考え方」として復活強調されているように見える。「温故知新」「不易流行」という言葉がある。算数教育においても、これまでに先人が考え目指してきたことを知り、これからの教育に活かしていくことが重要だと考える。また、さまざまに言葉が変わっても、本質的に変わらないものを見つめ、大切にしていきたいと考える。

参考・引用文献

藤原政雄(1970), 数学的考えとその指導(小学校編), 明治図書

広岡亮蔵(1970), ブルーナー研究, 明治図書

佐藤俊太郎(1981), ピアジェを算数指導にどう生かすか, 明治図書

文部省(1982), 小学校算数指導資料 図形の指導

- 中村紀久二(1991), 文部省 学習指導書 第7巻,
大空社
- 片桐重男(2004), 新版 数学的な考え方とその
指導 第1巻
- 松宮哲夫(2007), 伝説の算数教科書<緑表紙>,
岩波書店
- 楠見孝ほか(2011), 批判的思考力を育む, 有斐
閣
- 吉川成夫・小島宏(2011), 小学校算数「数学的
な考え方」をどう育てるか, 教育出版
- 国立教育政策研究所 教育課程研究センター
(2011), 評価規準の作成, 評価方法等の工夫改
善のための参考資料(小学校 算数)
- 中島健三(2015), 復刻版 算数・数学教育と数
学的な考え方, 東洋館
- 清水静海・船越俊介ほか(2016), わくわく算数
3下, 啓林館
- 中央教育審議会(2016), 幼稚園, 小学校, 中学
校, 高等学校及び特別支援学校の学習指導要
領等の改善及び必要な方策等について(答申)
- 文部科学省(2017), 小学校学習指導要領
- 文部科学省(2017), 小学校学習指導要領解説算
数編
- 新算数教育研究会(2017), 新しい算数研究7月
号, 東洋館

(平成29年9月30日受理)