

算数的活動の中での省察による統計的な見方の育成
—算数的活動をする中で省察する「散らばり」に関する指導—

黒崎 東洋郎*

研究の要約

高度情報化の進展著しい社会にあつて、身の回りには統計的情報を表す様々な表やグラフの統計的表現が氾濫し、高度情報化に対応する力が求められている。算数科では、中学校へ移行していた資料の散らばりが取り上げられなど、統計的な見方・考え方の育成が叫ばれている。ところが、資料の整理と読みの指導では、表層的な表やグラフへの技術的な整理の仕方に終始している傾向がある。そこで、本研究では、第6学年の「資料の調べ方」の指導において、散らばりを捉えるプロセスにおいて、数直線に表す活動の振り返りが、最適な区間を決定する上で、帰納的に考察することに及ぼす効果を検討する。

Key-Words : 分類・整理、問題解決の中での省察、算数的活動

1 問題の所在

高度情報化の進展著しい社会の中で生活している私たちの身の回りには、高度に統計処理されたグラフや表などの統計的情報があふれている。統計的情報は、だれが、どんな目的で情報を収集し、どんな観点から分類・整理して統計的処理したものか、そのプロセスを認知しないまま、その情報を鵜呑みにさせるような指導の在り方には問題がある。

統計的な見方・考え方を育成するプロセスは、一般的に、問題解決型の授業によって行われる。問題解決型の授業は、「How to solve it」(Polya, 1954)の基本的な4段階の型(「理解」「計画」「実行」「検討」)を基にして進められる。統計的な知識・技能は教師が与え、教え込むことが可能であるが、統計的な見方・考え方は子ども自身が発達させるべき学力である。変動のパラダイムを踏まえ、学習指導要領(2008)では、

思考力・判断力・表現力重視の方向性が示され、その意図実現に向けて算数教育の質的な授業改革・改善が探究されている。こうした新しい算数教育では、従前の「数学的思考力」に、「数学的判断力」「数学的表現力」が付加されて「数学的な考え方」が質的に再定義され、新しい「数学的な考え方」を伸ばす授業が探究されている。

統計的な見方・考え方は重要な数学的な考え方であるが、その指導の問題点は、資料を分類・整理する知識・技能を習得させるスキルに特化している点にある。問題点を突き詰めると、問題解決型の統計指導では、「いかに問題を解くか」の「実行」の段階に重点がおかれ、「計画」や「検討」の段階に授業研究の重点が置かれていない点である。例えば、第6学年の「資料のちらばり」を分類・整理する場合、教師が完成した分類整理の観点を示し、その観点对応して効率よく分類・整理させる授業が多い。教師が決めた観点到って手際よく分類・

* 岡山大学教育学研究科

整理して統計処理できたとしても、本当に有効な統計処理の方法なのかどうかを検討しないため、身に付かず、生活で出会う簡単な問題にも活用することはできないと考える。

そこで、本実践的研究では、第6学年の「資料の調べ方」での「散らばり」の区間を決定する算数的活動の見直しを重視した授業研究を実践する。これは、数直線を使ってボール投げの記録をドットに打ち、この算数的活動を振り返って、「散らばり」を捉えるための最適な区間の取り方を帰納的に調べさせるようにするものである。すなわち、統計的に考察する度数分布表の前段階の最適な「散らばり」を創るという算数的活動を協働で振り返る活動(looking back on mathematical Activity)を取り入れる。そして、この協働的な振り返り活動が、適切な「散らばり」の区間を帰納的に思考し、判断する上での有効なストラテジーとなるかどうかを検証する。

2 振り返り活動

(1) 問題解決の中での振り返り

学習指導要領で「数学的思考力・判断力・表現力」が強調され、数学的な考え方を育成する質的な授業研究が進められている。ところが、算数・数学教育には、「何世紀にもわたって研究されて発達してきた数学の構造を生徒は学んで数学の問題は解決できても、日常生活の簡単な問題に学んだ数学的な構造を活用できない」と転移の課題があることを指摘されている(Freudental, 1987)。Freudentalは「数学的構造は、完成されたものではなく、創られるべき数学的構造である」と指摘している。この指

摘は、第6学年の「資料の調べ方」で言えば、「資料の散らばり」の統計的な構造は、完成されたものではなく、子ども自らが構成すべき数学的・統計的な構造であると指摘しているのである。しかしながら、1の「問題の所在」で指摘した通り、数学的、統計的構造を創る問題解決型授業のプロセスに問題がある。清水、山田(2008)は、Polyaの4つの問題解決のプロセスの「実行」の段階に目を奪われ、「検討する」段階を重要視しながらも、これに関する先行研究が余り行われていないと言っている。算数教育の研究雑誌『数量関係のリーディングス』(東洋館出版社、2012)にも、振り返りを重視した研究は乏しい。

学習指導要領の第1章 総則 2(4)指導計画の作成等に当たって配慮すべき事項には、「学習したことを振り返ったりする活動を計画的に取り入れるよう工夫すること」と、振り返りを強調している。この振り返りは、問題解決後の振り返りである。振り返りには、行為の中の振り返りと行為の後の振り返りがあるが、「資料の散らばり」の統計的な構造は、完成されたものではなく、子ども自らが構成すべき数学的・統計的な構造であると捉えるならば、重要な振り返りは前者である。子どもが「分類・整理する」という算数的活動を振り返らせ、統計的な見方・考え方を形成し、発展させていくプロセスにこそ振り返り活動の意義があると考ええる。

(2) 2つの振り返りとその機能

Polya(1954)は、「解答が得られてそれをきちんと書いてしまうと、他のことに気を取られて、意義深い部分を逃がしてしまう」と指摘する。また、別の角度から、「既に計

画を立てて実行した。解答も書き、各段階を検討した。その解が正しいことを信ずべき根拠をもって信じている。それにもかかわらず、誤りは常に可能であり、議論が長引く複雑な場合は特にそうであると断言し、振り返りの重要性を指摘している。そこで、振り返りにおいては、3つの事項の検討が大切であると言っている。

- ・結果が正しいかどうかを試すことができるか。議論が正しいかどうかを試すことができるか。
- ・同じ結果を違った仕方でも導くことができるか。
- ・結果や方法を、何かほかの問題に利用することができるか。

Polya の技術的・合理主義的アプローチの視点に立つ振り返りの機能には、下記の機能がある。

- ① 一層確かな知識・理解の習得機能
 - ② 問題解決力を深化・発展させる機能
- 他方、自己省察ではなく、生徒同士のグループ活動で社会相互作用的な振り返り（ドナルド・ショーン、1974）は、行為の中の振り返りは、為すことによって学ぶ（算数的活動）と思考（数学的思考）とは遊離しないとして、行動の中での省察の重要性を示唆している。この指摘は、具体的な算数的活動と数学的な思考とが遊離し易いと指摘してきたこれまでの算数教育に大きな反論を投げかけている。ショーンの提言では、「算数的活動の中での振り返りは数学的な思考と遊離するものではなく、算数的活動の内面化のプロセスそのものであり、数学的な思考と融合する」と指摘しており、大変興味深いものがある。とりわけ重要なことは、数理統計の構造を捉え、数学的な

考え方を発達させる場合も、社会的相互作用による批判的思考と合意形成である。社会的相互作用による省察には、次のような機能がある。

- ・他者の考えを理解し、多角的、批判的に思考・表現する力を育む機能
- ・質問、意見、反論する数学的コミュニケーションを通して、他者との協働による数学的な知を構成する力を育む機能
- ・「算数的活動、グループワーク、省察」という一連の実践的活動から、協働的な算数の学び方を育む機能

3 統計的な見方に基づく生成すべき統計的構造

(1) 分布の散らばりの直観的、感覚的な捉えを生成する

一般に、私たちのどんな活動分野をとっても蓋然的事象、非決定的事象が実に多いものである。にもかかわらず、算数では決定的事象を中心に取り扱い、蓋然的事象、非決定的事象を系統的に指導されてこなかった（杉岡司馬、1974）。今回の学習指導要領で、統計的な見方、考え方の育成が強化されたことは、望ましいことである。

第6学年の蓋然的事象であるソフトボール投げの記録を分類・整理する「資料の調べ方」では、一般に、平均値を用いることが多い。しかしながら、平均値は分布の位置を捉える数であり、平均値によって捉える分布には限界がある。同じ平均でも分布の様相が全く異なる場合がある。よって、「資料の調べ方」において創るべき統計的な構造は、資料を特徴付ける分布の「散らばり」である。分布の捉え方は、中学校「数

学」と違って算数科では、直観的、感覚的に捉えることを主眼としている。それは、分布の散らばりが著しく異なることにもよる。分布の散らばりは蓋然的事象であり、その散らばりの様相を捉える要素は「区間」である。散らばりを捉えるために必要な区間の指導は軽視され、蓋然的な事象なのにもかかわらず、決定的事象の如く取り扱ってしまっているという問題点を指摘することができる。

(2) 統計的な構造の生成

① 目的を生起させる場の工夫

統計調査は、調査内容を管理する専門家と数理統計の理論によって統計処理する専門家の協働で行われる。算数科の統計指導では、児童が両者の立場に立って行うことになる。ところが、現実の統計指導では、目的が軽視され、散らばりの指導では、度数分布表や柱状グラフに表す技術的な面に特化した指導が行われやすい傾向がある。例えば、「ソフトボール投げの平均を調べてみましょう」「散らばりを調べてみましょう」と課題が教師から提示され。このため、生成的に統計的な見方を生み出していく自律的な統計の学びに発展していかない要因になっている。

ア 記録の概観による目的の生起

統計指導の授業改善では、目的をもたせるための場の設定が不可欠である。

そのために、ソフトボール投げの記録を調べる必然性を生起させる場の設定として、2クラスの記録を提示する。そして、どちらの記録がよいか比べる必然性を生起させるとともに、どんなことを調べたらよいか児童自身に目的を発見させることが重要である。

C A組とB組では、どちらの成績がよいのかな？

C 先生、比べてみようよ。

T どんなことを調べたら比べられそうですか。

表1 A組のソフトボール投げの記録

	記録(m)	記録(m)	記録(m)		
①	14	⑪	19	⑲	32
②	24	⑫	25	⑳	28
③	29	⑬	40	㉑	29
④	14	⑭	33	㉒	18
⑤	38	⑮	23	㉓	17
⑥	22	⑯	37	㉔	20
⑦	33	⑰	26	㉕	21
⑧	24	⑱	24	㉖	29
⑨	36	㉀	23		
⑩	40	㉁	32		

表2 2組のソフトボール投げの記録

	記録(m)	記録(m)	記録(m)		
①	23	⑪	26	⑲	27
②	18	⑫	30	⑳	29
③	31	⑬	24	㉑	33
④	35	⑭	21	㉒	17
⑤	22	⑮	26	㉓	26
⑥	28	⑯	20	㉔	23
⑦	27	⑰	30		
⑧	19	⑱	18		
⑨	34	㉀	32		
⑩	33	㉁	28		

上記の2つのソフトボール投げの記録の表から引き出される目的は、下記の通りである。

- 誰が一番遠くまで投げたか(最高値)。それはどちらの組にいるか。
- 2つの組の平均は、それぞれ何mか(平均値)。平均で比べると、どちらの記録がよいのか。
- 何mくらいの記録の人が多いか(最頻値)。
- 記録は、何mから何mの間に散らばっているか(散らばり)。

図1 生成される目的意識

イ 反省的思考による真の課題発見

一般に、2つの資料を比べる場合は平

均値が用いられる。しかしながら、平均値は分布の位置を捉える数であり、平均値によって捉える分布には限界がある。A組の平均は26.8mで、B組の平均は26.2mである。B組の平均値がやや高い観はあるけれども、同じ平均であっても分布の様相が全く異なる場合がある。そこで、見いだした目的を振り返らせ、何としても記録の散らばりの様子を調べてみようとする本単元の本質的な目的を子ども自身に生成させることが重要である。そのためには、平均値が高いからA組が高いと言い切れるかと揺さぶりをかけ、

- ・何mくらいの記録の人が多いか
- ・記録は、何mから何mの間に散らばっているか

に注目させていく必要がある。この目的をもつ行為の中での振り返りを通して、何としても記録の散らばりの様子を調べてみようとする課題を子ども自身に発見させることが重要である。

T 平均値が高いからA組の方が記録がよいと言い切れますか。

C 確かに平均値がA組の方が高いので、記録がよさそうだけど、平均より遠くまで投げた人の多さは、平均では分かりません。

C 平均よりも低い記録もあるので、散らばりを調べてみる必要があります。

こうして、第6学年の「資料の調べ方」では、一般に、代表値として用いられる平均だけでは不十分であることを反省的に省察させ、「散らばり」を調べるという真の課題を生成させることが大切である。

4 算数的活動を振り返る中で帰納的に生

成する「散らばり」の統計的構造

(1) 散らばりを直観的に捉えさせる算数的活動の工夫

① 数直線の活用

算数科における統計指導の中で、分布・散らばりの位置付けは、直観的、感覚的に捉えさせることを主眼としている。なお、ここでいう直観は、分布の散らばりの本質を瞬時に捉える数学的な能力(前田隆一、1967)を意味している。分布の散らばりは蓋然的事象であり、その散らばりの様相を決定付けるのは最適な「区間」の設定である。ところが、散らばりを捉える区間は、蓋然的指導なのでとらえどころが子どもには困難である。前ページの表1、表2のソフトボール投げの記録をみても、散らばりを意識させることが困難である。だからといって、教科書のように5mの区間を押しつけて、分類整理させては、意味がない。

そこで、散らばりをメタ認知させるツールとして数直線を用いる。数直線上に記録をドットで表させ、視覚に訴えて直観的、感覚的に散らばりを捉えやすくする。

記録(m)	記録(m)	記録(m)
① 14	⑪ 19	⑲ 32
② 24	⑫ 25	⑳ 28
③ 29	⑬ 40	㉑ 29
④ 14	⑭ 33	㉒ 18
⑤ 38	⑮ 23	㉓ 17
⑥ 22	⑯ 37	㉔ 20
⑦ 33	⑰ 26	㉕ 21
⑧ 24	⑱ 24	㉖ 29
⑨ 36	⑲ 23	
⑩ 40	㉑ 32	



図2 A組の記録

記録(m)	記録(m)	記録(m)
23	26	27
18	30	29
31	24	33
35	21	17
22	26	26
28	20	23
27	30	
19	18	
34	32	
33	28	

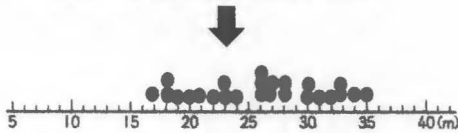


図3 B組の記録

② 区間の必要性

図2, 3の通り数直線上に記録をドットで表せば、分布の概要は表に比べて、分かりやすい。

- T A組とB組を比べて、どんなことが分かりますか。
- C A組は14mから40mの間、B組は17mから35mの間です。
- C A組に比べて、B組の方が集まっています。
- C A組の方が平均は高いけれど散らばっています。

ただし、問題は、数直線に記録を表すだけでは、B組と比べてA組は散らばっているという程度の漠然とした散らばりしか意識できない。A組、B組それぞれに、どんな特徴的な散らばりあるのかを直観的、感覚的につかませるためには、いろいろな区間を設定し、散らばりの様子の分かる最適な区間を帰納的に思考し、検討する活動を意識させることが重要である。

(2) 数直線を使って最適な区間を帰納的に考えて検討する

3 (1) で指摘したとおり、分布の散らばりは蓋然的事象であり、その散らばりの様

相を捉えるために必要な区間の指導は軽視され、区間は5mと決定的事象のように取り扱われているのは問題である。杉岡司馬(1974)は「もしも、傾向や規則性を帰納的に発見することを忘れ、表やグラフの指導だけに終始すれば精神は失われ、形骸だけが残る」と警鐘を鳴らしている。散らばりを捉える最適な「区間」は、子ども自らが構成していくべき統計的に散らばりの様相を捉える統計的な見方に係る要素である。

① 最適な「区間」を、数直線を使って帰納的に考える

散らばりを捉える最適な「区間」を、子ども自らが数直線を使っていろいろな区間を設定し、統計的に散らばりの様相を捉えやすい最適な区間を調べる算数的活動をさせる。散らばりの様子を捉える区間は、5mと決定しているわけではなく、3m、5m、7m、10m等、適宜区間を設けて、特徴的な散らばる様子が分かる最適な区間を帰納的に調べさせるようにする。

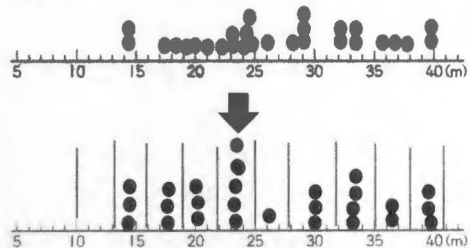


図3 3m区間

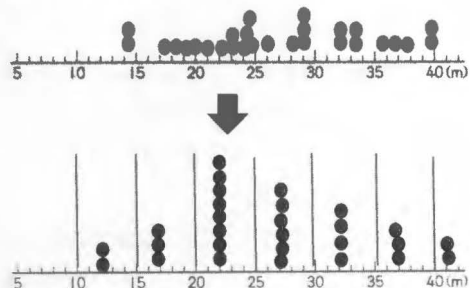


図4 5m区間

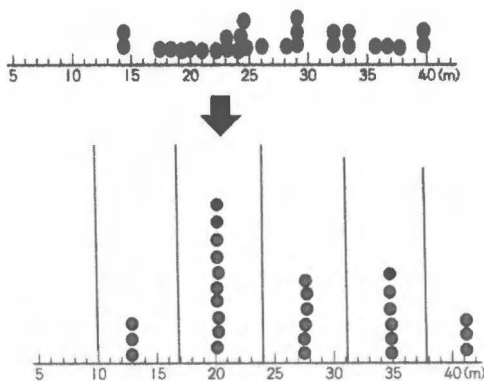


図5 7m区間

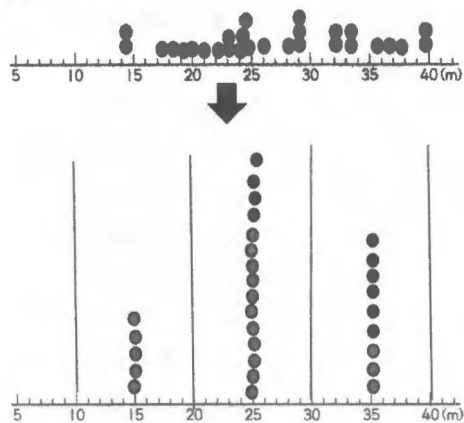


図6 10m区間

② 図を振り返って、最適な区間を検討する

個人的な算数的活動の中で最適な区間を調べることは物理的に困難である。そこで、小グループで協働的に数直線を使った最適な区間(図3~図6)を調べさせる。この算数的活動後は、小グループによるワークショップ型の振り返りにより、帰納的に最適な区間を発見させるようにする。すなわち、算数的活動をする中で省察させるようにすることが重要である。

教科書では、区間は決定的事象の如く、5mの区間を提示しているが、こうした指導では、分布の散らばりの様子が分かる区間

を、直観的、感覚的に発見させるようにする。

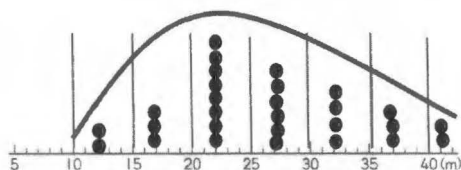
T グループで、数直線上にドットを打った図と比べて、3m、5m、7m、10m毎に区切った図は、散らばりの特徴が分かりますか。また、区切り方は、どの区切り方が良いかを話し合ってみましょう。

C 数直線上にドットを打った図と比べて、区切った方が、どの場合も散らばりが分かりやすいです。

C でも、どの区切り方が良いのかな。

C パットみて散らばりが分かりやすいのは、5mに区切った場合です。

C このように、散らばりの山が20mから25m、25mから30mの間にあることが分かります。



C 5mと7mに区切った場合は、平均よりも少し左に山があって、散らばりが似ています。

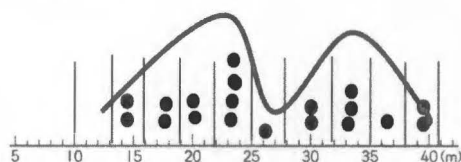
C でも、7mに区切った場合は、平均が26.8mあるのに、山が平均からずれているので、5mに区切った方が良いと思います。

C だったら、10mで区切った場合は、山が平均値に近い所にあるからいいのですか。

C 10mに区切るのには良いと考えることはできません。だって、数直線にドットを打った図では、すごく散らばっているのに、中央に集まりすぎているから

です。

- C 3mに区切る場合の方が、散らばりが分かりやすいと思います。理由は、山が2つあるからです。A組のソフトボール投げの記録には、平均より遠くに上げる人と、平均以下の人と大きく分かれるという特徴的な散らばりがあります。



(3) 省察

小グループで協働的に数直線を使った最適な区間(図3~図6)を調べさせ、小グループによるワークショップ型の振り返りにより、帰納的に最適な区間を発見させるようにした。蓋然的事象である資料の分布の特徴的な散らばりを小学校段階で捉えることは困難である。そこで、数直線を使ってドットで表した図を基にして、最適な区間を帰納的に考え、その算数的活動を小グループのワークショップ型で振り返らせることは、区間を直観的、感覚的に捉えさせる上で有効であるという示唆を得た。

5 今後の課題と展望

統計は、調査内容の専門家と数理統計の専門家の協力で行われる。統計的な見方・考え方を育成するためには、両者の視点に立って統計指導を行うことが大切である。

資料の散らばりを捉えることは、統計の見方・考え方の育成に直結する統計的調査の目的にかかわる大切なことである。従って、平均値だけでは、資料の特徴を言い尽

くせないことに気付かせ、自ら資料の散らばりを調べようとする目的をもたせることが重要である。しかしながら、本研究では自律的に散らばりを調べる目的をもつ過程の究明に至っていない。

「数学的構造は、完成されたものではなく、創られるべき数学的構造である(Freudental)」と指摘している。氏の意図実現に向けて、散らばりを捉える区間を子ども自らが最適な区間を、数直線を使って調べる算数的活動をコアにして設定させるようにした。記述統計では、帰納論理が最も重要であると言われている。散らばりの様子を捉える区間は、5mと決定しているわけではない。そこで、数直線を使って視覚に訴えて、直観的、感覚的に3m、5m、7m、10mのどの区間が散らばる様子をとらえる上で最適な区間なのかを帰納的に調べていかせた。指導の方略としては、算数的活動の中での振り返りを重視し、小グループによるワークショップ型(4, (2)②)の振り返りを行った。結果として、分布の散らばりの特徴を捉える最適な区間を帰納的に発見できるという示唆を得た。中学校「数学」では、こうした実質的な面よりも、分布を平均や標準偏差を考える統計的な方法に指導の重点が移るので、その移行の在り方を検討する必要がある。

参考文献

- 1 清水紀宏、山田篤史、「数学的問題解決における振り返り活動による解法の進展について」、全国数学教育学会誌、数学教育学研究、2010.
- 2 新算数教育研究会、「数量関係のリーディングス」、東洋館出版社、2012.
- 3 垣内賢信訳、G. Polya、「いかにして問題をとくか」丸善株式会社、1954.
- 4 柳沢昌一、三輪建二完訳、ドナルド・A・ショーン、「省察的实践とは何か」、鳳書房、2013
- 5 武田信子完訳、F・コルトハーヘン、「理論と実践をつなぐリアリスティック・アプローチ」、学文社、2013.
- 6 検定教科書、「わくわく算数6下」、啓林館、2011.

(平成26年9月30日受理)