

「動的な見方」を生かした図形の概念形成を図る指導の研究Ⅱ

—第6学年「対称図形」の指導実践を通して—

圓井大介*

研究の要約

前学習指導要領(1998)において、削除されていた図形領域の「合同」「対称図形」「拡大図・縮図」が、現学習指導要領(2008)では中学校から移行されてきた。

これらの単元は、「動的な見方」を生かして概念形成を図っていける最適な単元であり、現代化の時代を中心に、実践研究が進められていったが、黒崎(2012)が、「中学校数学に10年間移行し、その間、積み重ねてきた実践研究が洗い流された感は否めない」と述べているように、「動的な見方」の育成や「動的な見方」を生かした図形指導についての意識は非常に希薄になっている。

「動的な見方」は、「図形を連続的に変化させていく見方」であり、「本来動かない図形を意図的に動かして見る見方」とも言える。変化の激しい21世紀において、動かないものを意図的に動かす中で、変わること・変わらないことを見出す力は、「動的な見方」を生かすことで見出せる力であり、「動的な見方」の育成とその生かし方の指導は喫緊を要する。平成23年度に、「動的な見方」を生かせる最適な単元である「拡大図・縮図」における指導の在り方について提案をおこなった。今回の研究では、「対称図形」における「動的な見方」を生かした図形の概念形成を図る指導について提案していく。

Key-words : 「動的な見方」、「動的な操作」、「対称図形」、「概念形成」

1 はじめに

日本の図形指導は、辺や角を測ったり、辺・頂点・面の数を数えたり、図形と図形の間にある平行や垂直といった関係を調べたりするといった「静的」「要素的」な図形観での指導である。「静的」「要素的」な指導に終始していたのでは、図形に対しての見方が豊かにならないだけでなく、概念も確かに形成されたとはいえない。塩野(1961)は、算数科の図形指導の近代化のための一つが「動的な見方・考え方」の取り扱いであると述べている。同様に、前田(1979)も、従来の「静的な図形観」から転換し、新たに「動的な図形観」を導入していく必要性を示唆している。

この動的な図形観を取り入れ、「動的な見方」を育成していくことは現代化の時代に多く研究されてきていた。しかし、前学習指導要領(1998)で、「動的な見方」の育成に重要な単元である「合同」「対称図形」「拡大図・縮図」が削除された。黒崎(2012)が、「合同」「対称図形」「拡大図・縮図」が小学校の内容から削除され、再び算数科に取り入れられるまでの10年間の間で、積み重ねてきた実践研究が洗い流された感は否めない」と述べているように、「動的な見方」の育成については、非常に希薄になっているといえよう。近年、日本数学教育学会の全国大会等で「動的な見方」についての研究発表が少しずつ

* 岡山市立津島小学校

見られるようになってきたが、ここ10年前後で採用された教師は、算数を専門として研究しているが、「動的な見方」について知らない者も多く、「動的な見方」を生かして概念形成を図っていくために、どのような指導が必要であるかについて研究していく価値は、十分あると考えている。

2 「動的な見方」の先行研究

阿部・中島(1973)は、「動的な見方」は数学的に「合同変換」「相似変換」であり、算数科では、「変換」の考えより、「移動」の考えであると述べている。つまり、「ずらす(平行移動)」「回す(回転移動)」「裏返す(対称移動)」「伸ばす・縮める(相似変換)」である。黒崎(2012)は、目的意識をもって、「動的な操作」をおこない、豊かな「動的な操作」の経験が「動的な見方」を育成すると述べ、「動的な見方」につながる「動的な操作」の重要性を示唆している。また、圓井(2011)は、「動的な見方」を「図形を連続的に変化させていく見方」と述べている。これらから、「動的な見方」とは、図形の「移動」により念頭やイメージによって、「本来動かない図形を意図的に動かして見る見方」とも言える。しかし、「動的な見方」につながる「動的な操作」とつながらない「静的な操作」をはっきりと区別した「動的な見方」に関する研究は著者の調べた限りでは、見あたらない。

3 「静的な操作」と「動的な操作」の区別

従来からの図形の指導で見られる「紙で折って図形を作る」「紙に図形をかく」「図形の辺の長さや角の大きさを測る」「頂点・辺・面の数を数える」などといった操作は、図形を静的に見た上で操作しながら、図形を考察していく。このような操作は「静的な操作」であり、この「静的な操作」からは、「動的な見方」には繋がっていかない。

一方、図形を「ずらす」「回す」「裏返す」「伸ばす」といった操作は、動かない図形を動的なものとしてとらえた操作である。このような操作を「動的な操作」とし、「静的な操作」と区別している。この「動的な操作」をきっかけとして、動かないはずの図形を「動いているもの・動くもの」と認識

し、「動的な見方」に繋がっていく。

静的・分析的に図形をとらえることだけでなく、「ずらす」「回す」「裏返す」「伸ばす・縮める」といった「動的な操作」を通して、五感に訴え、「動的な見方」を強く意識させていくことがこれからの図形指導に必要であると考ええる。

4 研究の目的と方法

「動的な見方」を重視しながら図形概念形成を図っていくのに最適な単元として、「合同」「対称図形」「拡大図・縮図」がある。ここでは、第6学年の「対称図形」を取り上げ、どのような指導が概念形成に有効であるのかについて、「動的な見方」を重視しながら、実際の授業における児童の発言や記述したノート等を分析することで検証していく。

5 「対称図形」が中学校から移行されてきた意図

「対称図形」は前学習指導要領(1998)では、小学校の内容から削除されていたが、新学習指導要領(2008)では、中学校から移行という形で再び小学校の内容となった単元である。その理由として、次の3点があると考えている。

1つ目として、対称な図形は、敷き詰められた模様や図形として、日常生活において整った形や美しさとして見つけられる。また、自然物や記号、マーク、装飾品といった人工物など身の回りのいたるところで見つけることができる。このように、生活と深い関わりがあるため、自分の生活と関連づけていくことができるということである。

2つ目は、今まで学習してきた図形を「対称性」といった新しい観点から考察していくことで、小学校における図形についての理解を深めていくことができるといった利点があることである。

3つ目は、児童の空間認識力を高めていくための大変有効な教材であるということである。折ったり(裏返したり)、回したりといった図形の「対称移動」や「回転移動」による図形の連続的な変化である「動的な見方」を行うことにより、空間認識を育て、図形の見方を広げていくことが

できる。空間認識を高め、図形の見方を広げていくことは、小学校から中学校への接続をスムーズにつなげるためにも大変重要なことである。

このように小学校で学習するにあたって非常に意義のある「対称図形」の概念を確かなものにしていくためには、どのようにすればよいのかを「動的な見方」を重視した算数的活動を通して、探っていく。

6 一般的な対称図形の指導の問題点

教師が、「半分に折ったり、回してみよう」と問いかけ、気づいたことを発言させる授業が多い。しかし、これでは、図形の見方は育たない。ここに一つ大きな問題がある。その後も、辺や角の大きさを測ったり、辺と辺との関係を調べたりといった「静的な操作」を中心とし、そして、作図することに重きを置き、既存の知識体系の習得だけに目が向き、発見的・創造的な学習になっていないことにも問題があると考えている。

また、「動的な見方」は、動的な操作をきっかけに、強く意識され、次第に、操作を行わなくても、図形が動いているものと見る「動的な見方」が育成されるが、「静的な操作」と「動的な操作」を混同し、操作を行えば動적であると勘違いしている教員が多く、これではいつまでたっても「動的な見方」は育成されていかない。

7 対称図形の概念形成を確かなものにするための指導方法の提案

「線対称」と「点対称」を別々のものと捉えていくのではなく、図形の「対称性」と言う観点で捉えていけるようにする。 (第1次第1時)

第1次では、「線対称」な図形と「点対称」な図形を同時に扱い、「動的な操作」を伴いながら、「半分に折る(裏返す)とぴったり重なる形」「回すとぴったり重なる形」であることに気づき、「動的な見方」を意識して図形をとらえていくことで、線対称と点対称を同じ「対称図形」として見ていくことができるからである。このようなカリキュラム

ではなく、第1次「線対称」、第2次「点対称」というカリキュラムも考えられるが、これでは、線対称と点対称を別々のものとして捉えてしまい、線対称と点対称を同じ「対称性」という観点で捉えていくことができにくいと考えている。

発見的・創造的に図形の概念を形成していけるようにする。 (第1次第1時)

前田(1979)は、「知識は、その知識が形成され、発見されてきた思考過程についての理解が伴わないと、その本質的な意義がつかめず、十分にその知識を活用することができないものである」と述べている。しかし、対称図形の指導で、よく見られる指導として、「図形を半分に折るとどうなりますか」「図形を180°回すとどうなりますか」と問いかけ、「このような形を線対称と言います」「このような形を点対称と言います」と進めていく授業がよく見られる。これでは、知識を教え込む授業であり、知識が形成されてきた過程の理解が伴っていない。

そこで、身の回りにある、形から「整った形」の意味を見いだす算数的活動を取り入れる。それは、「非対称」の図形と「線対称」や「点対称」の図形を見比べ、「なぜ、線対称や点対称の図形が「整った形」に見えるのか」といった理由を考えていくことで、「整った形」は、「半分に折る(裏返す)とぴったり重なる形」「回すとぴったり重なる形」といった対称図形の本質を発見的・創造的に見出すことができ、概念形成の確かな理解につながっていく。

図形の「動的な操作」により、「動的な見方」を意識させていく。 (第1次第1時)

「動的な見方」ができるようにするために、まず、「動的な操作」により「整った形」の意味を見出していくようにする。「動的な操作」をどの児童も行いながら図形を考察できるようにするため、

考察する図形そのものを全員に与える。それに加えて、考察する図形と同じ大きさが描かれたワークシートを配布し、そのワークシートの上で、回したり、折ったり、裏返したりといった「動的な操作」を行うようにさせる。それは、図形の「対称」といった概念は、関係概念であり、図形と図形の間にある関係であるからで、対称性に気づきやすくなるだけでなく、「動的な操作」により、確かに「半分に折る(裏返す)とぴったり重なるな」「回すとぴったり重なるな」ということが、視覚的にも理解でき、念頭で動かないはずの図形を動かすといった「動的な見方」が強く意識し始める。

図形の「動的な見方」を使って、対応する点や対応する辺、そして、作図における重なる点や辺をイメージする。(第2次および第3次)

第1次第1時において、図形を「回す」「折る(裏返す)」といった「動的な操作」によって意識し始めた「動的な見方」を生かしながら、念頭で、「折る」とぴったり重なる点や辺(線)をイメージしながら見つけたり(第2次)、「回す」とぴったり重なる点や辺(線)をイメージしながら見つけたり(第3次)して、そのイメージを、再び「動的な操作」を行うことで確かめることで、「動的な見方」の精度を高める。

また、線対称の作図(第2次第3時)や点対称の作図(第3次第3時)の際に、「折ると、この点とぴったり重なるのは、この点にくるから・・・」「回すと、この点とぴったり重なるのはこの点になる(移動する)から・・・」と「動的な見方」を生かしながら、作図する図形の点や辺の移動をイメージしていくことで、対称図形の概念を深めていく。

8 指導の実際

① 単元名 「対称図形」(第6学年)

② 目 標

- 身の回りに整った形があることに興味をもち、図形の対称性に着目して図形を調べようすることができる。

○対称性に着目して、基本図形や正多角形を考察し、対称の軸の数や対称の中心を明らかにするとともに、その規則性を見出すことができる。

○線対称や点対称な形を理解し、作図することができる。

○2つに折って重ねたり、回して重ねたりすることを通して、線対称や点対称の意味や性質を理解することができる。

③ 単元計画(全11時間)

第1次 単元を貫くめあてをつかむ。(1時間)

第1時 「整った形」の特徴をとらえ、単元を貫く大きなめあてをつかむ。

第2次 線対称(3時間)

第1時 線対称の意味を理解する。

第2時 線対称の性質を理解する。

第3時 線対称のかき方を考える。

第3次 点対称(3時間)

第1時 点対称の意味を理解する。

第2時 点対称の性質を理解する。

第3時 点対称のかき方を考える。

第4次 正多角形と対称な図形(2時間)

第1時 基本図形や正多角形を対称性の観点から考察する。

第2時 身近な模様などを対称性の観点から考察する。

第5次 習熟と評価(2時間)

④単元について

ここまで学習してきた、基本的な平面図形について考察し理解を深めていくための新しい観点として「対称性」に着目し、「対称性」といった観点で図形を見直すことで、図形に対する見方や考え方を一層深めていく。

対称は整った形や美しい形として、日常生活でも数多く見つけられ、図画工作の中でも直観的に用いられている。また、低学年で図形を扱う際にも色板並べなどで「ずらす(平行移動)」「回す(回転移動)」「重ねる(合同変換)」などに関連する操作を行い、この単元における素地を

養っている。ここでは、「対称性」について、数学的に正しい意味を与えるとともに、「折る(裏返す)」といった「対称移動」や「回す」といった「回転移動」という「動的な見方」を取り入れて図形を考察する見方を育てることが重要なねらいである。

9 授業の実際

① 第1次第1時

整った形を直観的に考える。

「M」「星」「十字の形」「魚」「N」の形を提示する。

T この5つの図形の中で、「この形、整っているな」と思うのはどれ？

「M」「星」「十字の形」…ほぼ全員

「魚」…なし

「N」…約半数

T 魚以外は、整っているように思うんだね。なぜ、魚以外の形は整っているように思うのかな？

C …

T 分かるよっていう人？…(少数)

T 難しいなっていう人？…(多数)

T 多くの人が難しくなって思ってるんだね。じゃあ、今日のめあてはどうなるかな？

C 整った形に見える理由を考え、説明しようです。

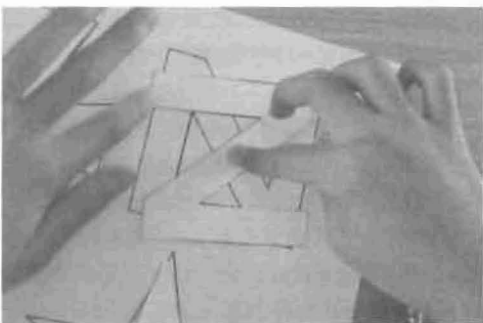
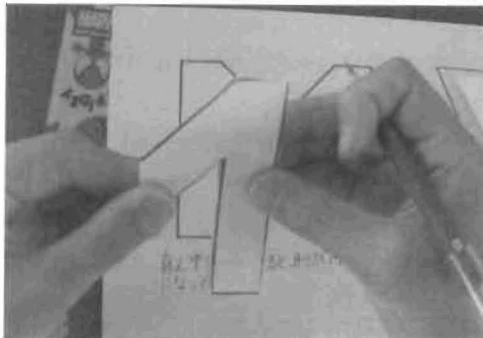
C 同じで、魚以外はなぜ、整った形に見えるのか説明しようです。

T みんなの手元に、同じ5つの形と、この5つの形が載っているワークシートを配ります。このワークシートと比べて、もとの形とどんなふうになっているのか考えてみましょう。

「動的な操作」を行い、整った形に見える理由を考えたとき、「動的な見方」を意識する。

5つの図形カードを同じ5つの形の描かれた

ワークシートの上で、半分に折ったり、回したり、裏返ししたりといった「動的な操作」を行いながら重ねて考えていくことで、「対称性」に気付かせるとともに、動かない図形を動いていると見る見方である「動的な見方」を意識させるようにした。



「動的な見方」を生かして、整った形に見える理由を説明し合う。

「動的な操作」により意識づけられた「動的な見方」を生かして、他者に説明し合いながら、「動的な操作」にももどっていくようにした。「動的

な見方」と「動的な操作」を双方向に行き来させることで、「動的な見方」を強化する。

T 自分の考えを隣の人と、ワークシートの上で図形カードを操作しながら説明しあいましょう。(隣の人と図形カードを操作しながら説明し合う。)

T 整った形に見える理由を、前にきて説明してください。

C 魚の形は、真ん中で、縦に折ると合同にならないからです。星の形は、縦半分に折ると同じ形になり、重なります。



T 同じ形になるってなんで分かるの？

C だって、重なります。

T 魚も重なるよ。(非対称の魚を折って、重ならせる。)

C 星の形は、縦に半分に折ると、ぴったり重なります。

C 重なるではなく、「ぴったり重なる」といえます。

C 魚は、重なるけどぴったりとは重なりません。

T 魚は、折ってもぴったり重ならない形なんだね。他にありますか。

C 星は半分に折るとぴったり重なります。

C 十字の形も、こう折るとぴったり重なり、合同な形になります。

T 本当にぴったり重なるか、みんなも自分のカードでやってみて。

C ぴったり重なるよ。

C 十字の形は、縦だけでなく、横に半分に折ってもぴったり重なります。

T みんなの考えは、半分に折るとぴったり重なるから、整っているということみたいだね。でも、Nは半分に折ってもぴったり重ならないよ。

C Nは、折ってもぴったり重ならないけど、回すとぴったり重なります。

C 似ていて、 180° 回すとぴったり重なります。

C ぼくも同じで、Nは 180° 回すと、始めとぴったり重なるので整った形とっていいと思います。

T 本当に、回すとぴったり重なるの？前にきてやってみせて。

C 180° 回すともとの形にぴったり重なります。

T みんなも同じように回してみても、本当にぴったり重なるか確かめてみて。

(各自、Nを回してぴったり重なるか確かめる。)

T 他の図形はどうですか？

C さっきの星は、半分に折るとぴったり重なるといったのにつけたして、確かに半分におってもぴったり重なるんだけど、広げて、何回、回してみても同じ形になります。



T 他の形はどうですか？

C Mは2つに折るとぴったり重なる形です。

C わたしも同じでMは、半分に折るとぴったり重なったので整った形です。

T 半分に折ってもぴったり重ならないよ。(対称の軸ではなく、横に半分に折る。)

C そうじゃなくて、このように縦に半分に折ります。

T どこで折ってもいいんじゃないの？

C 折る場所が決まっています。

T 残った十字の形は？

C 十字の形も、Mのように半分に折るとぴったり重なる形だけど、Nとか星のように回しても、ぴったり重なります。

T 十字の形は、さっき確かに2つに折るとぴったり重なったけど、本当に回してもぴったり重なるの？



- C 十字の形も回してもびったり重なる。
 T 回してもびったり重ならないよ。
 (対称の中心をずらして、回してみる)
 C そこで、回してもびったり重ならない。
 (前に出てきて、示し始める)
 縦と横の交わるこの部分を押さえて回さないと
 びったりと重ならない。
 T どこで回すか決まっているんだね。Nも回す
 場所は決まっているの？
 C 決まっている。
 C 中心で回さないといけない。
 T 魚は？
 C 回してもびったりは重ならない。
 C 折ってもびったりとは重なりません。
 C 魚は2つに折っても、回してもびったり重なら
 ない形です。
 T だから、みんなは始めに魚は整った形だと
 感じなかったんだね。
 T じゃあ、整った形ってどのような形って言え
 ばいいのかな？
 C 2つに折ったり回したりするとびったり重なる
 形
 C 同じで、回したり、半分に折ったりするとび
 たり重なる形です。
 C いいです。
 T 整った形とは、回したり、半分に折ったりする
 とびったり重なる形なんだね。

5つの図形から、一番整った形を考えさせる。

「整った形」が、回したり、半分に折ったりする
 とびったり重なる形であることを見出したところ
 で、これらの5つの図形の中で、一番整った形を
 筋道立てて説明させることで、理解の深化を
 図った。

- T 魚以外は整っているんだよね。じゃあ、魚以
 外の4つの形の中で、一番整った形ってどれ
 だと思う？
 C 十字の形だと思う。
 T なんで？

- C 2つに折っても、回してもびったり重なるから
 です。
 C 十字の形と星だと思う。
 C わたしも、十字の形と星だと思います。だっ
 て、2つとも2つに折ってもびったりだし、回し
 てもびったりだからです。
 C 「星」だと思います。「星」は、回してもびた
 たり重なるし、半分に折ってもびったり重なるか
 らです。「星」は「十字の形」より、回すとびた
 たり重なる回数が多いし、半分に折ってもびた
 たり重なる数が多いからです。
 C ああ、ほんとだ。
 C 「星」の方が、確かに回しても、半分に折っ
 てもびったり重なる数が多い。
 T この5つの中では「星」が一番整った形だと
 思うんだね。今日、みんなは、整った形の「2
 つに折るとびったり重なる形」と「回すとびた
 たり重なる形」について学習したけど、どっちが
 みんなは分かりやすかった？
 T 2つに折るとびったり重なる形だった人？
 (ほとんどの児童が挙手)
 T 回すとびったり重なる形だった人？(1名)
 T 2つに折るとびったり重なる形の方が考えや
 すかったんだね。みんなは、考えやすかった
 方と、そうでない方のどちらから勉強してい
 きたいですか？
 C 考えやすかった、2つに折るとびったり重
 なる形からがいいです。
 C 考えやすい方からがいい。
 C 同じです(全員賛成)
 T じゃあ、次の時間は2つに折るとびったり重
 なる形について勉強していきましょう。

② 第2次第1時

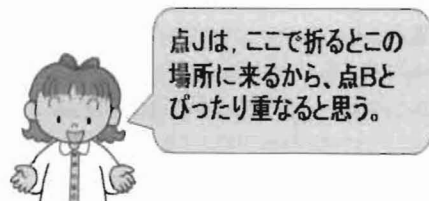
「動的な見方」を生かして考えたことを「動的な
 操作」で確認し、「動的な見方」の精度を高め
 る。

第1次で、「動的な操作」から「動的な見方」を
 意識し始めた。第2次や第3次では、第1次とは

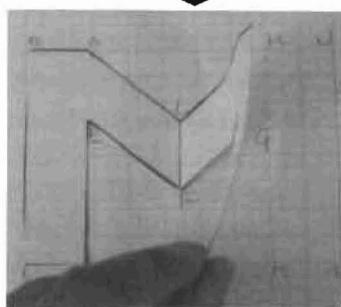
過程を逆にし、「動的な見方」から「動的な操作」と逆の過程を取り入れる。



2次からは、「動的な操作」と「動的な見方」を双方向に行き来することで、「動的な見方」を第1次よりも、もっと強く意識させ、また、自分の行った「動的な見方」の精度を高め、「動的な見方」を行うことに自信をもたせるようにしていった。



「動的な見方」を生かして、
ぴったり重なる点をイメージする。



やっぱり、イメージした
点と点が、ぴったり重
なったな。



「動的な操作」により、
おこなった「動的な見方」を確かめる。

10 省察

① 成果

図形そのもののカードともとの形が描かれたワークシートを配付することで、動くイメージが強く残ることから、動的な見方を意識しやすくなるという実感を強く持った。

また第2次以降において線対称・点对称の対応する点や辺を見つける場面や対称図形の性質を見いだす場面、そして作図の場面と、「動的な見方」を生かして、活動に入っていくことで、授業を重ねるごとに、「ここで折ると、点Jとぴったり重なるのは、点Jがここに来るから、点Bとぴったり重なると思う」という発言や、作図の際に「対称の軸をここにするとこの点はこの場所に移動するから、・・・」、「回転の中心がここなら、点Aはこのあたりにくるはずだ。」などと、動かないはずの図形を念頭で折ったり、回転させたりと言った「動的な見方」を行っている姿が多くの子に見られた。

「動的な見方」がどんなによい見方で、身につけていって欲しい見方であっても、見方を活用していかなければ身につかないと強く感じた。

② 課題

第1次第1時で、「折るとぴったり重なる」という観点は、ほぼ、全員の児童が見つめることができたが、「回すとぴったり重なる」といった観点は、3割程度しか見いだせなかった。児童にとって、「回すとぴったり重なる」ことを発見することは、それほど難しくはないと考える教師が多く、著者自身も「折るとぴったり重なる」という観点よりも、少し難しい程度ぐらいにしか考えていなかった。しかし、「回すとぴったり重なる」ということを発見することは、教師が考えている以上に、児童にとっては非常に難しい観点であることが分かった。教師と児童のギャップが非常に大きいのである。

この「回すとぴったり重なる」という点对称に繋がる観点をより多くの児童に発見させていくためには、扱う点对称の図形を今回のように「N」ではなく、「風車」や「プロペラ」といった、回るイメー

ジのある図形にすることが一つの改善策になるのではないかと考えている。児童に、図形を回したくなる気持ちにすることが必要ではないかと考えている。

ここで扱う図形をもっと吟味し、今回の省察で考えた「風車」や「プロペラ」といった回るイメージのある図形にすることで、児童がどのような反応をするのかを今後調べていき、より多くの児童が発見的・創造的に点対称に繋がる観点を見出せるように工夫していくことが今後の課題である。

【参考・引用文献】

- 1) 阿部浩一・中島健三ほか(1973),「図形概念の形成とその指導」, 明治図書
- 2) 黒崎東洋郎(2012),「第 37 回セミナー要項 動的な操作を生かした構成的な図形指導」, 新算数教育研究会, P22-26
- 3) 塩野直道(1961),「算数・数学教育論」, 新興出版社啓林館
- 4) 清水清海・船越俊介ほか(2012),「わくわく算数6上」, 新興出版社啓林館, P6-21
- 5) 前田隆一(1979),「算数教育論」, 金子書房
- 6) 圓井大介(2011),「動的な見方」を生かした図形の概念形成を図る指導の研究ー6年「拡大図・縮図」の授業実践を通してー」, 岡山大学算数・数学教育学会誌 バピルス 第 18 号, 岡山大学算数・数学教育学会, P11-18
- 7) 圓井大介(2013),「動的な見方」を生かした図形指導に関する研究ー6年「対称図形」の授業実践を通してー」, 日本数学教育学会誌 第 95 回大会特集号, 日本数学教育学会, P52
- 8) 文部科学省(1999),「小学校学習指導要領解説 算数編」, 東洋館出版社
- 9) 文部科学省(2008),「小学校学習指導要領解説 算数編」, 東洋館出版社
- 10) 文部省(1989),「小学校指導書 算数編」, 東洋館出版社
- 11) 文部省(1982),「小学校 算数 指導資料 図形の指導」, 大日本図書