岡山大学算数・数学教育学会誌
『パピルス』第1号（1994年）39頁～48頁

課題学習の教材開発とその実践（１）

赤 木 孝
岡山大学教育学部附属中学校
土 居 延 次
岡山県立蒜山高等学校

最近の中学生は，じっくりと考えようとしない傾向があり，自分の力で問題を解決しようとしない傾向があるように思われる。与えられた問題を、教えられた解決方法で解くことは何とかできても，自ら課題を見つけ出し，自らの見方や考え方で解こうとする生徒は少ないように思う。多くの原因が考えられるが、生徒一人一人に数学的な見方や考え方が十分身についてないことがその原因の１つと考えられる。したがって，数学的な見方や考え方の育成を通して，生徒一人一人にじっくりと考える力を養いたいと思いこの研究を進めた。

課題学習では，扱う教材が中心となることは言うまでもない。この研究では，「台形の面積の２等分に関する学習課題」を考え，その学習課題を教材開発した過程と，岡山大学教育学部附属中学校３年生での実践を紹介する。その結果，生徒一人一人が，学習課題の解決に主体的に取り組み，学ぶことに対する充実感や満足感が得られたように思われた。

１．はじめに

数学的な見方や考え方の育成を通して，考える力を養うことが課題学習の目的である。しかし，課題学習では何を課題とするかが，その学習成果を大きく左右するであろう。

課題学習にふさわしい課題の要件として，以下のようなものが考えられる。

① 生徒の興味・関心を引き意欲的に取り組めるものであること。
② 生徒の実態や能力に見合うものであること。
③ 数学的な見方や考え方の育成に有効であること。
④ 習熟の程度に応じて，多様な解決方法が考えられること。
⑤ 数学的な発展性を秘めていること。

そこで，課題学習の課題作成を実際に行って，作成過程の紹介とその課題を使っての授業の紹介をしたいと思いこの研究を進めた。課題作成のプロセスと課題学習の授業の進め方等参考になれば幸いと思っている。

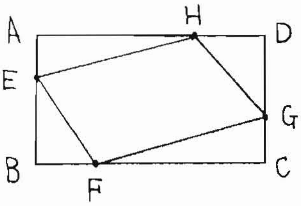
２．課題作成のプロセス

第７２回全国算数・数学研究大会（愛媛）の講習会において，筑波大学の能田伸彦氏の講習を受けた。

その中で，次のような問題が提示されていた。

(1) ［長方形の問題］

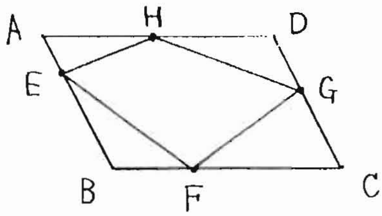
「下の長方形ＡＢＣＤにおいて，図のように各辺上に，点Ｅ，Ｆ，Ｇ，Ｈをとり，長方形の半分の面積が四角形ＥＦＧＨとなるように点Ｅ，Ｆ，Ｇ，Ｈの条件を求めよ。」



［長方形の問題］の 発展として［平行四辺形の問題］を考えてみた。

(2) ［平行四辺形の問題］

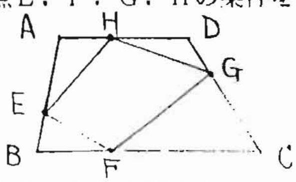
「下の平行四辺形ＡＢＣＤにおいて，図のように各辺上に，点Ｅ，Ｆ，Ｇ，Ｈをとり，平行四辺形の半分の面積が四角形ＥＦＧＨとなるように点Ｅ，Ｆ，Ｇ，Ｈの条件を求めよ。」



次に，［平行四辺形の問題］の発展として［台形の問題］を考えてみた。

(3) ［台形の問題］

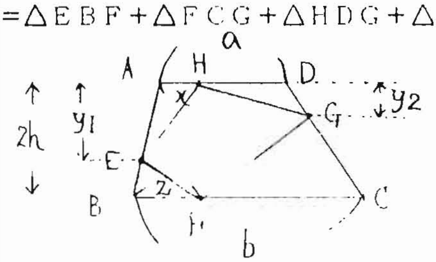
「下の台形ＡＢＣＤにおいて，図のように各辺上に，点Ｅ，Ｆ，Ｇ，Ｈをとり，台形ＡＢＣＤの半分の面積が四角形ＥＦＧＨとなるように点Ｅ，Ｆ，Ｇ，Ｈの条件を求めよ。」



この条件のもとで解くと，

台形ＡＢＣＤの面積の半分

＝△ＥＢＦ＋△ＦＣＧ＋△ＨＤＧ＋△ＡＥＨ

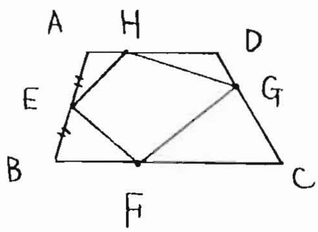


$(x-z)(y_1-y_2)+(a-b)(y_2-h)$
$=0$

となる。このままでは問題として不適切であるので，$y_2=h$ という条件（ＣＤの中点をＧ）を加えると$(x-z)(y_1-y_2)=0$となる。つまり，ＡＨ＝ＢＦまたは，点Ｅが辺ＡＢの中点になればよいことになる。そこで次のような問題を考えてみた。

３．実施課題

「下の図の台形ＡＢＣＤの辺ＡＢ上の中点をＥとし，辺ＢＣ，ＣＤ，ＤＡ上にそれぞれ点Ｆ，Ｇ，Ｈをとる。四角形ＥＦＧＨの面積が台形ＡＢＣＤの面積の半分になるのは，点Ｆ，Ｇ，Ｈをどのようにとったときか。」



4．指導の実際

(1) 授業形態等について

数学的な見方や考え方を高めるには，生徒一人一人が「学習課題」について，解決への自分自身の見方や考え方を持つことを重視しなければいけないと考えた。他人から教えられ理解して身につくこともあるが，自分自身の見方や考え方があって，それを小集団や学級集団で発表し合い，比較，検討，修正等の練り上げを行うことによって，生徒一人一人が数学的な見方や考え方を互いに高めていくのではないかと考えた。

① 「学習課題」の設定の段階

生徒一人一人に自分自身の見方や考え方を引き出させるように「学習課題」を設定した。今回の実践では，単元の学習目標と既習の学習内容を考えて「学習課題」を設定した。その設定の仕方は，可能な限り「…………から どういうことがわかるだろうか。」とか「…………を求めるにはどうしたらよいだろうか。」とか「…………をいろいろと考えてみよう。」などのような文末表現にし，生徒一人一人が自分自身の見方や考え方を持ちやすくなるように配慮した。

② 「学習課題」の自己追求の段階

生徒は一人一人思考の速さと方法が違うため，生徒一人一人に合った追求時間を確保する必要がある。ところが，自己追求の時間を確保すればする程，集団追求での時間が少なくなり練り上げを十分に行えないのが現状である。そこで，自己追求の時間と集団追求の時間の両方の時間を確保するために，「学習課題」の設定を前の授業の終わりに行い，自己追求を家庭学習にした。なお，家庭学習で生徒一人一人が「学習課題」の追求でどのような見方をし，どのように考えていったかを教師が見るためと，生徒自身に自分の見方や考え方をはっきりと意識させるために追求プリント（右図参照）を作成し，記入させた。

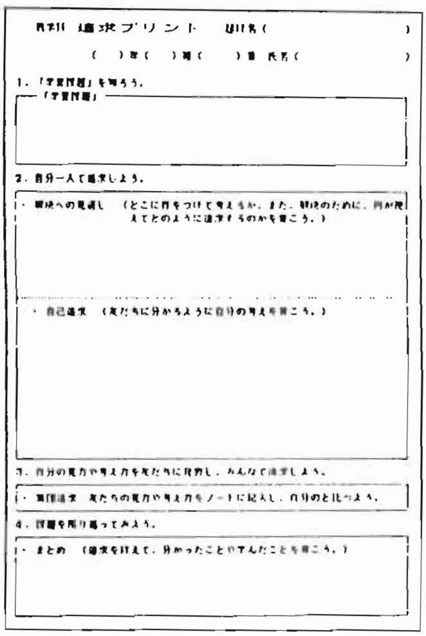
③ 「学習課題」の集団追求の段階

まず，小集団（４人～６人）で生徒一人一人が見つけた見方や考え方を互いに発表し合い，分かりにくかったところや疑問に思ったところなどを自由に話し合わせた。そして，話し合い，追求させた内容を小黒板にまとめさせた。次に，学級集団でそれぞれの小集団で話し合った見方や考え方を出し合い比較，検討，修正等を行って練り上げ，それぞれの見方や考え方のよさが感じとれるようにした。なお，小集団での話し合いの仕方，学級集団での練り上げの仕方等は例で示して指導し，それぞれの活動が活発に行えるようにした。

④ まとめの段階

生徒一人一人に数学的な見方や考え方を意識させ，本時の学習を振り返らせるようにした。

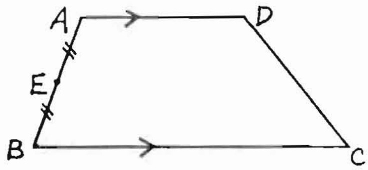
このような授業を継続的に行っていけば，「学習課題」の解決を通して数学的な見方や考え方を意識し，そのよさを知るようになる。この結果，主体的に物事の解決に取り組もうとする意欲が高まり，新たな「学習課題」に立ち向かった時に数学的な見方や考え方が有効に働き，解決への見通しを持ちやすくなるであろうと考えた。



(2) 指導事例

「学習課題」

下の図のように，台形ＡＢＣＤの辺ＡＢの中点をＥとし，辺ＢＣ，ＣＤ，ＤＡ上にそれぞれ点Ｆ，Ｇ，Ｈをとります。四角形ＥＦＧＨの面積が台形ＡＢＣＤの面積の半分になるのは，点Ｆ，Ｇ，Ｈをどのようにとったときですか。いろいろな方法で点のとり方を求めてみよう。



(3) 学習指導案

第３学年Ａ組　　数学科　学習指導案

平成５年９月２４日（金）第１限　３Ａ教室
指導者　赤　木　　孝

題　材　　台形の面積の半分　（課題学習）

指導の方針

o　「学習課題」を解決しようとする意欲を持続し，見通しを持って粘り強く追求するのに大きな力になるのは，単に数学的な知識や技能のみならず，数学的な見方や考え方であると考えた。数学的な見方や考え方を高める学習を積み重ねさせることによって，生徒が数学的な見方や考え方を意識し，そのよさに気つき，それを次の学習に生かしていこうという意欲や次の学習で積極的に活用しようとする態度を身につけることをねらっている。

o　第１学年では，直観的な取り扱いや操作的な活動を重視し，図形や空間についての理解を深めさせたが，第２学年では，論証を取り入れ，図形の性質や関係を演繹的な推論に基づいて考察させる。第３学年では，図形領域は学習していないが，関数領域を終わった段階で，今までの学習したことを使って解決できる台形の面積に関する課題学習を行った。授業で提示した「学習課題」は，一見易しそうであるが，考えを進めていくとなかなか難しい問題であることに気づく。しかし，生徒が見つけた見方や考え方を大切にし，それを数学的な見方や考え方に高めていきたい。

o　この学級の生徒の中には，数と式の計算はよくできるが図形になると苦手意識を持っており「学習課題」を粘り強く追求できない生徒が見られる。また，集団追求の段階で，自分の考えや意見を主体的に発表する生徒が限られている。そこで，小集団での話し合いが活発に行われるように小集団の構成を工夫するなどして，生徒一人一人が主体的に「学習課題」に取り組むように心がけたい。

o　学習においては，次の４つに指導のポイントを置き，特に，話し合い等の協同的活動を通して，生徒の数学的な見方や考え方を高めたい。

・　生徒一人一人が自分自身の見方や考え方を持つように「学習課題」を設定する。
・　追求プリントを使って，生徒一人一人に自分自身の見方や考え方を持たせる。
・　生徒が見つけた見方や考え方を，小集団や学級集団で練り上げさせる。
・　数学的な見方や考え方を意識させ，解決の過程を振り返らせる。

目　　標

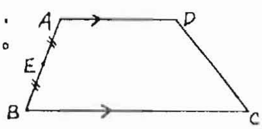
o　既習の図形の基本的な性質を使って，「学習課題」の解決に対して自分の見方や考え方を持つことができるようにさせる。

o　興味・関心を持って意欲的に「学習課題」を追求させ，話し合い等の協同的活動を通して，数学的な見方や考え方を高めさせる。

計　画

台形の面積の半分…………1時間（本時）

本　時　案	
目　標	o　台形の面積の半分の面積を持つ四角形を，自分の見方や考え方で追求することができる。 o　「学習課題」について，いろいろな方法を小集団や学級集団で練り上げることと練り上げることができ，数学的な見方や考え方のよさに気づくことができる。

学　習　活　動	指　導　上　の　留　意　点	備考
1．本時の「学習課題」の確認をする。	1．前時に示した「学習課題」を確認させる。 o　数学係の司会により，当番の生徒に発表させる。	OHP TP （生徒自作）
「学習課題」 右の図のように，台形ＡＢＣＤの辺ＡＢの中点をＥとし，辺ＢＣ，ＣＤ，ＤＡ上にそれぞれ点Ｆ，Ｇ，Ｈをとります。四角形ＥＦＧＨの面積が台形ＡＢＣＤの面積の半分になるのは，点Ｆ，Ｇ，Ｈをどのようにとったときですか。いろいろな方法で点のとり方を求めてみよう。  		
2．小集団で「学習課題」の解決について話し合い，追求する。 (1)　各自が考えてきたことを記入した追求プリントを互いに読み合う。 (2)　生徒一人一人が追求プリントを基に，自分の見方や考え方を説明する。 (3)　友たちの説明で疑問に思ったこと等を出し合って，話し合う。 (4)　追求した内容を小黒板にまとめる。	2．小集団での話し合いが活発に行われるようにする。 予想される考え ①　補助線を引いて，２つの三角形に分けて求める方法 ②　三角形と平行四辺形とに分けて求める方法 ③　平行線の性質を使って求める方法 ④　求める方法 ⑤　三角形を２等分する直線，等積変形の考えを使う方法　など o　生徒一人一人の見方や考え方を大切にしたい。 o　小集団でいろいろ話し合いながら自由に小黒板にまとめさせる。	追求プリント 小黒板等
3．学級集団で「学習課題」の解決について話し合い，追求する。 (1)　いくつかの小集団の発表を聞く。 (2)　発表内容について疑問に思ったこと等を出し合い，比較，検討，修正等を行って練り上げる。	3．学級集団での話し合いが活発に行われるようにする。 o　次のような視点から練り上げる。 ・　発表内容が分かるか。 ・　疑問に思うことはないか。 ・　同じ見方や考え方はないか。 ・　補足説明はないか。 ・　それぞれの見方や考え方のよさに気づいたか。	
4．まとめをする。	4．本時を振り返らせ，まとめをさせる。 o　数学的な見方や考え方を意識させる。 ・　補助線を引いて，２つの三角形や三角形と平行四辺形とに分割する見方や考え方を意識させたい ・　特別な図形からの類推の見方や考え方を意識させたい。 ・統合的な見方や考え方等を意識させたい。 o　各自でまとめをさせ，追求プリントに記入させる。	
5．次時の予告を聞く。		

② 授業の結果

《追求フリントに記入された事例》

生徒A

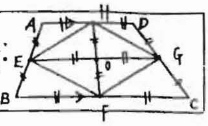
数学科 追求プリント　　題材名（台形の面積の半分）

（３）年（　）組（　）番 氏名（　　　　　　）

1．「学習課題」を知ろう。

「学習課題」

右の図のように，台形ＡＢＣＤの辺ＡＢの中点をＥとし，辺ＢＣ，ＣＤ，ＤＡ上にそれぞれ点Ｆ，Ｇ，Ｈをとります。四角形ＥＦＧＨの面積が台形ＡＢＣＤの面積の半分になるのは，点Ｆ，Ｇ，Ｈをどのようにとったときですか。いろいろな方法で点のとり方を求めてみよう。



2．自分一人で追求しよう。

・解決への見通し（どこに目をつけて考えるか，また，解決のために，何が使えてどのように追求するのかを書こう。）

点F.G.Hを，それぞれの辺のどのあたりにとればよいか。

・自己追求（友だちに分かるように自分の考えを書こう。）

まず，点F.G.Hをそれぞれの辺の中点へとる。

次に，点E.F.G.Hを直線で結ぶ。

点EはABの中点であるので，AE＝BE，……①

四角形HEFGの対角線の交点をOとすると

HO＝FOとなる，……②

①，②から 平行線間の距離が等しいので，台形ABFHの面積が，半分になる。

四角形AEOH＝四角形EBFO……③

①，②，③と同じように，四角形HFCDも半分になり，

四角形HOGD＝四角形OFCGとなる。……④

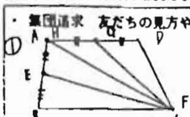
③，④において，四角形AEOHを対にあげると，点E，Hがそれぞれの中点なので，△AEH＝△OEHとなる。……⑤

⑤より，四角形EFGH＝$\frac{1}{2}$台形ABCDとなる。

3．自分の見方や考え方を友だちに発表し，みんなで追求しよう。

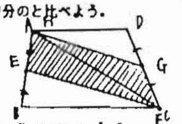
・集団追求 友だちの見方や考え方を記入し，自分のと比べよう。

①

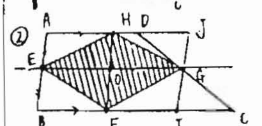


CD上にGがなくては…

よって



②



AB // HF // JI

AD // EG // BC

△GIC ≡ △GJD

△EOH＝$\frac{1}{2}$□AEOH

△EOF＝$\frac{1}{2}$□BEOF

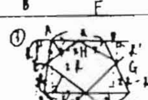
△GOH＝$\frac{1}{2}$□HOGJ

△GOF＝$\frac{1}{2}$□OFIG

よって

四角形EFGHは$\frac{1}{2}$台形ABCD

③



台形ABCD＝[illegible]

(a＋b)×2x÷$\frac{1}{2}$ [illegible]

[illegible]

[illegible] △EAH＋△EBF＋△GFC＋△GDH

$\frac{1}{2}$ [illegible]

∴ Ⓐ＝ [illegible] ＝0 ｝2をかけると

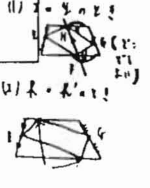
x−y＝A とおくと

(x−y)(k−k')＝0

x−y＝0 または k−k'＝0

x＝y または k＝k'

(1) x＝y のとき



(2) k＝k' のとき！

4．課題を振り返ってみよう。

・まとめ（追求を終えて，分かったことや学んだことを書こう。）

1つのとり方だけでなく，いろいろなやり方があることが分かった。

楽しかった。

生徒Aについての評価

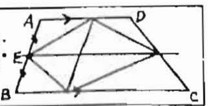
生徒Aは，数学の知識，理解の面で従来の評価でいくと，下位グループに属する生徒である。しかし，自己追求で記入している内容や小集団で話し合っている様子を見ると，記入内容はまちがっているが，興味・関心を持って一生懸命に自分の力で考えた所，また，小集団で自分の考えを堂々と発表した所を認め褒めた。まちがいは，小集団の中でも指摘されたが，この学習課題に対する前向きな姿勢を評価した。

生徒B

1．「学習課題」を知ろう。

「学習課題」

右の図のように，台形ＡＢＣＤの辺ＡＢの中点をＥとし，辺ＢＣ，ＣＤ，ＤＡ上にそれぞれ点Ｆ，Ｇ，Ｈをとります。四角形ＥＦＧＨの面積が台形ＡＢＣＤの面積の半分になるのは，点Ｆ，Ｇ，Ｈをどのようにとったときですか。いろいろな方法で点のとり方を求めてみよう。



2．自分一人で追求しよう。

・解決への見通し（どこに目をつけて考えるか，また，解決のために，何が使えてどのように追求するのかを書こう。）

平行線を引いて，平行四辺形をつくって考える。

・自己追求（友だちに分かるように自分の考えを書こう。）

AB // HF // JI

AD // EG // BC

△GIC ≡ △GJD

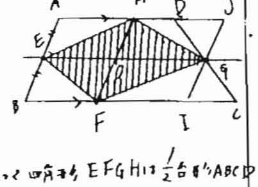
△EOH＝$\frac{1}{2}$▱AEOH

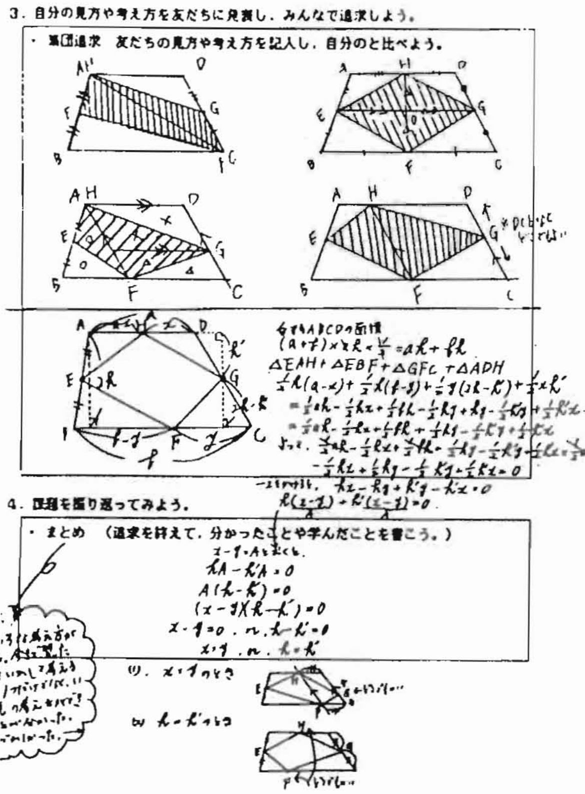
△EOF＝$\frac{1}{2}$▱BEOF

△GOH＝$\frac{1}{2}$▱HOGJ

△GOF＝$\frac{1}{2}$▱OFIG

よって四角形EFGHは$\frac{1}{2}$台形ABCD





生徒Bについての評価

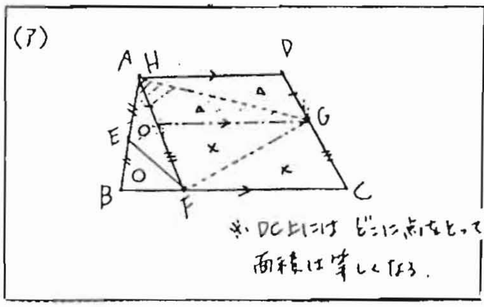
生徒Bは，新しい課題を解決するのに既習の学習事項を柔軟に生かすことのできる生徒である。しかし，自分の見方や考え方を小集団の中で，積極的に発表することは少なかった。この学習の自己追求で記入している内容を見ると，表現力はやや乏しいが，2年生で学習した平行四辺形の性質を生かそうとする姿勢は十分うかがわれる。小集団での話し合いでも，中心的存在として積極的に参加し，新たな疑問等を出した所を認め褒めた。

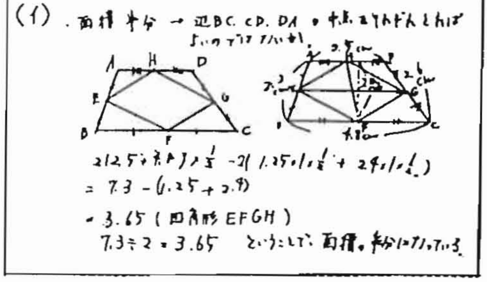
《自己追求で追求プリントに記入された主な例》

① 解決への見通し

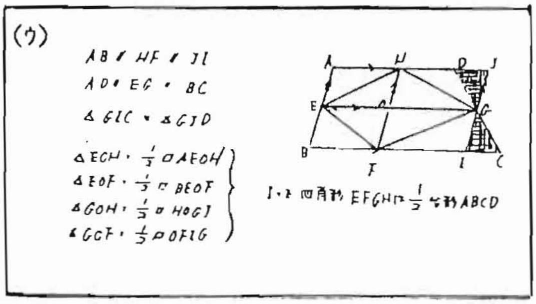
・どうすれば半分の面積になるかを考えてみる。
・今までに習った，平行線の性質や等積変形の考えを使ってみる。
・今までに習った平行四辺形の性質を思い出す。
・台形を，三角形と平行四辺形に分けて考える。
・台形を，2つの三角形に分けて考える。
・問題の条件であるAD∥BC，AE＝EBに目をつける。
・平行四辺形をつくってみる。
・中点が関係している。中点連結定理が使えないだろうか。
・すべての辺の中点を結ぶと，面積は半分になるのではないか。
・どうやって分けると面積は半分になるかを考える。

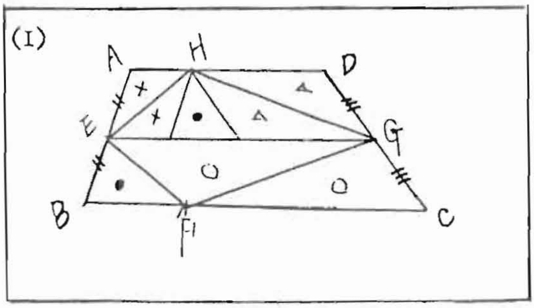
② 自己追求

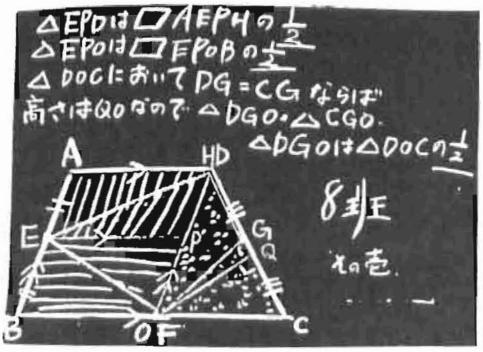


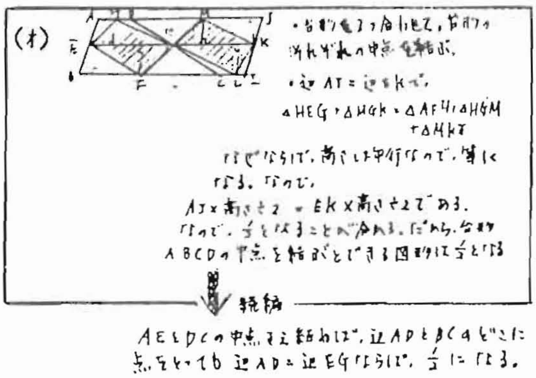


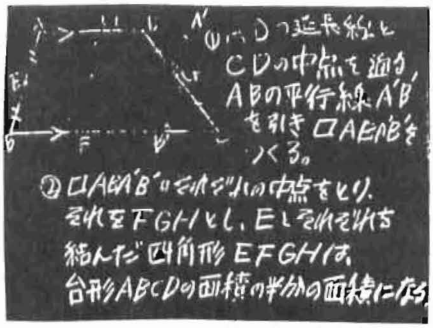
《小集団の追求で小黒板に記入された主な例》

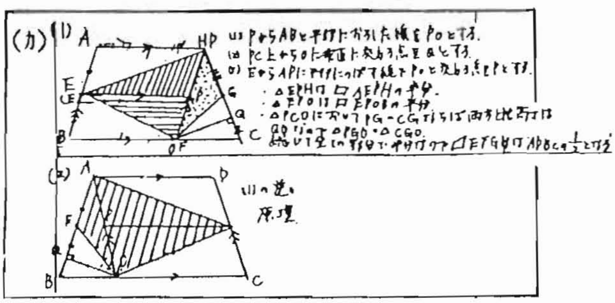


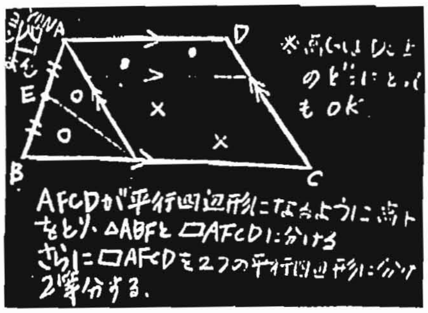












《集団追求で，新たな課題になったこと》

・各班でまとめられたものは，すべて台形の面積を２等分しているが共通なところはないだろうか。
・文字を使って台形の面積などを表して，説明できないだろうか。

《まとめの段階で，学んだことについて追求プリントに記入された主な例》

・台形の面積を２等分するには，大きく分けて２つのやり方があることが分かった。
・図形の問題が式を使ってできるとは知らなかった。
・文字でも表されることが分かり，証明できてよかったと思う。
・自分の考えがきちんと証明できなかったが計算してみると，自分の考えも間違っていないことが分かって，とてもうれしかった。
・計算で解けるというのがすごいと思った。何でもやればできるような気持ちがすると同時に不思議に思った。
・いろいろな図形のやり方があって，とても楽しかった。
・いろいろな方法があって，びっくりした。自己追求のところがうまくかけなかったが一応自分では分かっているつもりである。
・式にしてみると，本当にパズルを解くように答えが出てきたのがすばらしい。何通りもあって整理しきれなかったものが，できたのが不思議のように感じる。数学的なよさが分かった。
・いろいろな見方や考え方があることが分かった。私は，考えても分からなかったのだけれど，平行四辺形の性質を使ったりして，今まで習ったことで工夫すればできるのだなと思った。これからは，よ～く考えてみようと思った。
・分かった。
・１つの図形を，２つの図形としてみることが解決の見通しになることが分かった。いろいろな見方や考え方があることも分かった。式によっても答えが見つかることから答えが１通りではないところに，数学のおもしろさがあると思った。
・難しい「学習課題」であった。
・計算（式）で出すのは，難しい。

《考察》

この学習課題については，簡単なようでなかなか難しいと思っていたが，生徒は興味を持って取り組んでいた。学習課題を提示したとき，ある生徒から「各辺の端に点をとってはいけないですか。」と質問を受け，「よろしい。」と教師が応えたため少し生徒は考え易くなったようである。あるクラスでは，３９名中授業までに考えてきた生徒が３７名で解決への見通しが持てて自分の考えを持てた生徒が３０名いた。１つでも自分の考えを持つことができていたのには，驚かされた。

小集団や学級集団での話し合いでも，活発に出し合い，それを整理して大きく２通りにまとめていくことができた。文字を使っての説明を気づいた生徒は，１人もいなかったが教師が紹介してやると生徒は驚きの顔をしていた。

生徒の習熟度によって，いろいろな点の取り方，まとめ方ができるのがこの学習課題のおもしろいところだと思いました。

《生徒の感想》

授業を肯定的に受けとめた生徒（○印）と授業を否定的に受けとめた生徒（●印）の主なものを紹介します。

① 「学習課題」の自己追求を家庭学習にしたことをどう思いますか。

○ 家でやるほうが考える時間が長くとれ，おちついた環境の中でゆっくりとしかも深く考えられよかった。
○ 授業をする前から学習課題がつかめて分かりやすかった。
○ 教科書や参考書などを見て考えられるし時間も多く使えるからいいと思った。
○ 自分一人の考えがもてるからよかった。
● 少し面倒であった。
● よかったと思うが，よく分からない時があり困った。

② 小集団での話し合いはどうでしたか。

○ 友だちの考えがよく分かったし，よく分からない所もすぐ質問できるのでやりやすかった。
○ 自分の考えを発表しやすく，他の人へ伝えやすい所が大変よかった。
○ 一人一人で発表していたらごちゃごちゃになるので，４人で話し合ってまとめるのはとてもよかった。
○ 異なる意見が出されて，いろいろと考える範囲が広がり，おもしろかった。
○ 学級全体で話し合う前に，小集団で追求プリントを回して見たり，意見を出し合ったりして，小黒板にまとめたりしておもしろかった。
● 話し合いによって内容が深まるけど，いらない話もしてしまう。

③ 学級集団での話し合いはどうでしたか。

○ いろいろな見方や考え方が分かり，自分の見方や考え方がより深まった。
○ みんなで意見をまとめていくと，それぞれの班の考えがはっきりとよく分かった。
○ 各班ごとにまとめ方も説明の仕方も違いそれを見たり聞いたりしていると，見方や考え方が広がってよかった。
○ 班のそれぞれ違った意見を統一して新たなことを知るのがよかった。
○ 他の班との意見を比較して学習できるから分かりやすい。
● 班にはなかった考えがあって，新しい見方や考え方があることが分かったがのみこめない所もあった。
● 時間がなくなり，多くの人が意見を言えなかった。

④ これまでの授業と比較してどう思いましたか。

○ 一人一人だと発表をいやがる人もいるけれど，小黒板にかいて出すとみんな意見が出せるのでよかった。
○ 仲間といっしょにできることや小黒板にかいて意見を表すのが楽しい。積極的に取り組める。
○ 自分で追求したのをみんなで話し合ってどしどしおもしろい意見が出てきて，いかにすれば良いのか勉強になった。
○ まとめることができるようになって整理できるようになってよかった。
○ 家で時間をとって自分自身で深く考えられるので，いろいろな考えなどが浮かんできて数学が楽しくなった。
● 少しうるさくなるのが難点である。授業に集中できない時があった。
● 普通の授業の方だと先生がきちんとまとめてくださるので，普通の授業の方が分かりやすい。
● 自分で考える所が多いので苦労した。

（平成６年３月２７日受理）