

中国・四国算数数学教育研究大会に参加して ～数量関係における創造性の基礎を培う指導の工夫～

林 田 実

岡山県新見市立菅生中学校

18年間中学校で、数学を生徒達に教えてきた。「自分なりに課題と成果をまとめる必要があるのでは…」と思いながらも、気持の整理ができなかった。そんな時、平成12年度第33回中国・四国算数数学教育研究(広島)大会(以後広島大会とよぶ。)の第4分科会(数量関係)で発表する機会を与えられた。このことを岡山大学算数・数学教育学会誌に報告させて頂くことにした。

ところで、孔子は「克己為人」・西郷隆盛は「敬天愛人」・長崎の永井博士は「如己愛人」という言葉を述べられた。私の尊敬する方から「克己愛人」という言葉について教えられた。この言葉は、私の生き方にかなり影響を与えている。

21世紀を生きる児童・生徒に「敬算愛学」という言葉を贈りたいと思う。「敬算愛学」とは、『数理(数学の理論・数学的思考)を敬い、学ぶことを好き(愛する)になろう。』という意味にとらえて頂きたい。

1. はじめに

「数学嫌い」が大きな社会問題となってきた。学習内容の「数量関係」は「数学好き」との相関が高く、深める学習に適した内容といえる。そして、実際の例を用いて指導することが大切であると思われる。「数学の勉強が楽しい。」「数学は生活する上で必要だ。」と思える指導を心がけていきたい。

【資料1 参照】

【資料1】

《参考文献》

『岡山大学算数・数学教育学会誌「パピルス」

第7号 2000年(平成12年)』

数学が好きになる要因の分析(中学校編)

第3回国際数学科教育調査を用いて

〔岡山理科大学 洲脇史朗先生の報告より〕

[要約]

第3回国際数学科教育調査を基に「数学に

おいて次のようなことがわかったので報告する。

- ①深く探求する学習には比例が適している。
- ②宿題や小テストは行った方がよい。
- ③数学が楽しい。あるいは、数学がやさしいと思えるように指導する。
- ④数学が生活で大切だと思えるように指導する。
- ⑤数学を使う仕事がしたいと思えるように指導する。
- ⑥良い成績を取りたい理由がはっきりするように指導する。
- ⑦若い教師の比率を多くする。
- ⑧生徒が説明をする機会を多くする。
- ⑨指導方法の決定に教育課程指導書(日本では学習指導要領解説)を用いる。
- ⑩宿題を評価する。

中学校における「数学が好きになる要因」を要約して、中学校数学教育へ次のような提言をしたい。

1. 一般に、学習の「高いレベル」を要求すると学力は向上するが「数学嫌い」も多くなる。しかし、シンガポールの例が示すように、高いレベルを維持したまま「数学好き」にすることも、行政の教育方針や教師の熱意で可能である。
2. 「宿題」や「小テスト」は、程度に配慮は必要であるが、多いほど「数学好き」になる。教師は生徒に遠慮せず、指導力を発揮すべきである。
3. 学習内容の「比例」が「数学好き」との相関が高く、深める学習に適した内容と言えるので、実際の例を用いて指導することが大切である。
4. 学習内容に「推論」を多くすることは「数学嫌い」を増やすことになり、教科書等の「内容を覚えさせる」ことは「数学好き」を増やすことになる。「推論」は避けて通れないものであるから、今まで以上に推論を扱う題材を吟味し、指導法を改善していく必要がある。
5. 「数学の勉強が楽しい」、「数学はやさしい」、「数学は生活で大切だ」、「数学を使う仕事がしたい」と思えることが「数学好き」につながっている。本気でそう思える指導を心掛けていかなければならない。
6. 「良い成績を取りたい理由」がはっきりしているほど「数学好き」になる。その中で「親を喜ばすため」と言う理由で日本が一番低い。繁栄の陰で忘れかけた家族愛を今一度取り戻していく必要がある。
7. 数学ではなく「理科の成績が大切」と思っている生徒の方に「数学好き」が多い。「数学の成績が大切」と思う生徒の多くは、数学と受験とが切り離せないのであろう。もしそうだとすれば、受験から離れて数学の重要性を説いていく必要がある。

8. 「教師の年齢」と「数学好き」との間には負の相関がある。少子化で教員の採用が激減しているが、若い教師の安定した確保が必要である。
9. 「自分の解答に対して理由が言える」ほど「数学好き」になる傾向がある。間違いを恐れず、生徒が自分の考えを発表する機会を増やしていく必要がある。
10. 教師が指導方法の決定を「学習指導要領解説で行う」ほど「数学好き」が多い。安易に教科書だけに頼らないで、指導書をもっと活用する必要がある。
11. 評価方法のうち「宿題を評価する」のは生徒に強い支持を得ている。宿題はいろいろな意味で教師と生徒を結ぶ絆であるので、課して評価する必要がある。

2. 研究のねらい

戦後型の教育から21世紀型の教育へ、画一型の教育から自由型の教育へという流れから、平成8年7月の中央教育審議会第一次答申において、これからの学校教育の在り方が提言された。

[ゆとり]の中で自ら学び自ら考える力など[生きる力]の育成を基本とし、教育内容の厳選と基礎・基本の徹底、個性を生かす教育、豊かな人間性とたくましい体をはぐくむ教育、総合的な学習の時間を設けること、完全学校週5日制を導入することなどがそれぞれある。

それをうけて、平成10年7月に教育課程審議会が改善の基本方針として、

- (ア) 基礎的・基本的な知識を基にして多面的にもものを見る力や論理的に考える力など創造性の基礎を培う態度の育成
 - (イ) 実生活における様々な事象との関連を考慮しつつ、ゆとりをもって、主体的に、学ぶことの楽しさや充実感を味わう学習
- を重視して、内容の改善を図った。

中学校数学科の目標の改善として、

①自ら学び自ら考える力の育成

②数学的活動の充実

があげられている。つまり、

○数学教育の新しい方向として、主体的な学習の必要性を強調している。

○主体的な学習とは、数学的活動を通して、創造性の基礎を培う学習である。また、実生活と関連した学習であり、楽しさを味わう学習でもある。

○数学的活動とは、実生活との関連を図り、事象を数理的に考察し、数学的な見方や考え方を用いて問題を解決するための活動である。観察、操作、実験など具体的な活動（外的な活動）と、ものごとの関係やきまりを見いだしたり、得られた結果の意味をよく考えたりする活動（内的な活動）の二面性をもつ。

○創造性の基礎を培うとは、多面的にものを見る力の育成と論理的に考える力の育成である。

という4つの視点から、研究主題として

『数量関係において、具体的な活動を通して、得られた結果の意味を多面的・論理的に考える指導法の研究』
～創造性の基礎を培う指導の工夫～

とした。そして、研究仮説として

【数量関係において、数学的活動を取り入れると、関数への関心・意欲を高め、創造性の基礎を培うことができる。】

とした。

3. 研究の実際；

(1) 距離センサーを使った実験（各学年）

①グラフ電卓、距離センサー装置の使い方
(1年：1時間、2・3年：2時間)

- ・機器の説明、スイッチを入れる。切る。
- ・四則計算、ルートの計算、素因数分解、因数分解、方程式を解く。
- ・グラフをかく。
- ・距離センサーを使って、実際に動く。

②人間の動いた様子をグラフとして考察する。(各学年2時間)

◀資料2：授業案の1例を示す▶

(2) いろいろな「傾き」について調べる。
(屋根・のり面の「傾き」の基準)等

①3年選択数学と各学年の数量関係の授業において「傾き」の理解を深めるために

- ・個数、長さのイメージは、具体的にすぐうかぶ。(1つの量としてとらえる。)
- ・しかし、割合、百分率、速さのイメージは、想像しにくい面がある。

(算数から数学が分からなくなる原因・つまづきと関連しているのではと思われる。)

それはなぜなのか、原因を考察してみると「2つの量と量が関係して1つの量を決めているから、生徒にはわかりにくい。」のではないのかと思う。

*「傾き」の考え方：

一次関数 $y = ax + b$ のグラフは直線で、この直線上の2点の座標を $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ とすると、 $y_2 - y_1 / x_2 - x_1$ はつねに一定の値 a に等しい。この a をこの直線の傾きという。

つまり、 x の増加量と y の増加量という2つの量から傾きが決定されているので生徒には、わかりにくい面がある。

だから、「傾き」について、正確に理解させ、イメージ化させるために、いろいろな「傾き」について調べさせてみる。

生徒が理解、イメージ化できると、グラフを正確に書くことはもちろんのこと、変化の割合の考え方を深め、さらに「傾き」の意味

を多面的・論理的に考えることができると思う。

②3年選択数学の研究発表と実験結果の発表について（発表者：生徒）

〔研究発表〕屋根・のり面の傾きについて（内容）

- * 屋根の傾きには、きまりがあるのではないのか。
- * のり面の傾きには、きまりがあるのではないのか。

（発表）

菅生の地域の屋根の傾きと千屋地域・岡山市内の家の屋根の傾きには、それぞれ違いがあります。菅生の地域を歩き、屋根の写真を5枚とり、ひとつの屋根の斜めの線を1枚の紙に写し取るという作業を5つの屋根について行い、傾きを比べたのですが、少しですが違いがあることがわかりました。1階と2階の屋根の傾きについても違いがあることがわかりました。

（注意）最初は、斜めの線が長いものが急で傾きが大きいと間違った考え方をした生徒もいたが、討論の結果、角度等でも表せるが、傾きというのは、水平にどれだけいったら高さはどのようになっているか、というものにした。

【生徒の追求の仕方】

屋根の傾きのきまりについて、はっきりさせたいため新見市のある工務店の方に聞きました。

『雪の多さとかで屋根の傾きは、違います。雪の多い地域では急な傾きになっています。傾きのきまりについてですが、10メートル水平にいくと4.5から5.5メートル上がるように作られており、その家の人（施主）と大工の棟梁とが相談して決めます。』

道路の安全を高めているのり面の「傾き」

の基準については、きまりがあります。今、研究中ですが、阿新地方振興局の方の話では、山の土・岩の種類によって標準のり面の傾き（勾配）が決められています。

〔実験結果の発表〕道の傾きに関して

：自転車でどこまで下れるか。

（内容）皆さんは、自転車でこがずにどこまで行けるとおもいますか。

- ・ 出発地点を菅生公民館前とし、下の方に下っていきます。
- ・ スピードが出すぎていたり、危険な箇所はブレーキをかけます。

（発表）私たちは、夏休みに実験をしてみました。A君が、公民館前から出発し、安全に気をつけて、自転車をこがないで熊谷方面に出発しました。その結果、岩山駅まで行けました。竜頭のあたりと熊谷の信号機のある所で自転車を止めましたが、できる限り正確に測定したつもりです。

- ・ 走行距離は、公民館から岩山駅まで7.8キロメートルとなりました。
- ・ 標高差は、菅生公民館近くの菅生小学校の標高が510メートル、岩山駅付近にある塩城小学校の標高が278メートルなので、 $510 - 278 = 232$ より約232メートルとなります。

【生徒の追求】

もっとわかりやすくいうと、7.8キロメートルつまり7,800メートル進むと232メートル下っているということですから。

このことは、1メートル進むと3センチメートル下っているという値とほぼ同じです。10メートル進むと30センチメートル、100メートル進むと3メートル下がっていることと同じになるのです。

4. おわりに

○研究仮説【数量関係において、数学的活動を取り入れると、関数への関心・意欲を高め、創造性の基礎を培うことができる】
 に対しての評価として

数量関係において、数学的活動を取り入れると、小学校で直観的に取り扱われてきた内容が、中学校では、多面的な考えと論理によって裏付けられる。

このことは、生徒にとって「数学はやさしい。」ことにつながり、「探求する学習は楽しい。」と思えることになり、関数への関心・意欲を高めることができた。

数学的活動から得られた結果を基礎・基本的数学理論をもとに、多面的にもものを見ることと論理的根拠に基づく数学理論の積み重ねにより、創造性の基礎を培う学習に影響を与える。

そして、さらに自らの既に学んだ知識（学習内容）を再構成して、取り組める場を学習過程の中に設定し、学習活動を体験することにより、さらに数学理論を体系的に構成していくことができる。それは、創造性の基礎を培う段階から発展して創造力を養うことになると考えられる。

◎成果

(その1)

問題1. 次の()の中にどんな数字が入るか、考えてみよう。どうしてそう考えたのか発表しよう。

【1】 2. 3. 5. 8. ().

【2】 2. 3. 5. 8. ()

(その2) 4つの4の計算について

$$\cdot 4 \quad 4 \quad 4 \quad 4 = 0$$

(= 1 から 9 までの計算)

$$\cdot 4 \quad 4 \quad 4 \quad 4 = 10 \text{ について}$$

考える。

(その3) 底面積と側面積と表面積について

(その4) ナンバースケルトン

簡単な推理と注意力で解く面白パズルです。計算はしないので数学アレルギーの人も大丈夫。5ケタのナンバーの百の位が全部7なので、すぐに書き込めますね。

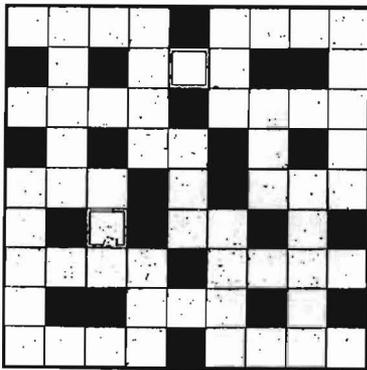
〔問題〕二重枠のところに入った数字（2つあります）の合計はいくつになるでしょうか。

〔ルール〕

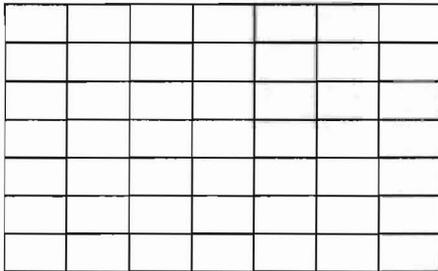
- ①下のリストにあるナンバーを全部、盤面に入れます。
- ②数字は1マスに1つずつ入れます。
- ③ナンバーの入る方向は左→右、上→下のどちらかです。

リスト

| | | |
|-----|--------|-------|
| 2ケタ | 45, | 76, |
| 3ケタ | 178, | 654, |
| | 214, | 687, |
| | 245, | 718, |
| | 474, | 824, |
| | 515, | |
| 4ケタ | 1475, | 5657, |
| | 2162, | 6842, |
| | 2227, | 7712, |
| | 4176, | 7845, |
| | 5488, | 8127, |
| 5ケタ | 16712, | |
| | 24758, | |
| | 88761, | |
| | 88782, | |



(その5) 魔方陣について



(その6) 重心について

三角形の重心から四角形の重心を
求める。

(その7) 無理数：ルート2，πについて

(その8) トポロジーの考え方で扇形の
面積を求める。また，球の表面積
から体積を求める。

(その9) $2^3 \times 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$

を利用して，
 $2^{1/2} \times 2^{1/2} = 2$ より
 $2^{1/2} = \text{ルート} 2$ を導く。

○課題として

(1) 評価のあり方について

①生徒の位置づけの評価をする。
 (集団・相対評価1. 2. 3. 4. 5段階)
 : テストのみを重視するのではない，
 生徒が相互評価したりする研究の
 必要性

②到達度評価は，基礎基本から徹底して
 行う。
 : 時間の確保，観点別の絶対評価のあ
 り方の研究の必要性

③プロセスを重視した，点とかでない記
 述式の個人内評価をする。

数量関係において，具体的な活動を行
 う時，活動が班活動となる。「他の人た
 ちと関わりながら」試行錯誤を繰り返
 しながら，自分の考えに偏ることなく，他
 の人の考えを取り入れ，よりよく課題を
 解決するようになる。

: プロセスの評価，個人内評価のあ
 り方の研究の必要性 (ポートフォリ
 オ評価)

(2) 生徒へのアプローチの仕方

さらなる指導法の研究と指導力を身につけ
 ること。

上のような研究を通し，生徒達は以前より
 創造性の基礎である多面的にもものを見る
 ことやそれを論理的に考えようとするなど主
 体的に取り組む面が見られた。そして，失敗
 ・試行錯誤を繰り返しながら，徐々にではある
 が柔軟な考え方が「自ら自分自身で」「他の
 人たちと関わりながら」できるようになった。

また，柔軟な考え方だけでなく，精神的に
 強くなったような気がした。竹が風にな
 びいて“しなっ”も，また鞭のように“も
 どる”ように，強さと柔軟性(生きる力)
 の育成に深く関係していると確信した。

《資料2》

【授業案の1例】

- (1) 題材 変化と対応 (新訂 数学1年 啓林館)
(場所 菅生中学校 視聴覚教室)
(学級 菅生中学校 第1学年11名 (男子10名, 女子1名))

(2) 研究主題と題材との関わり

研究主題『数量関係において、具体的な活動を通して、得られた結果の意味を多面的・論理的に考える指導法の研究』～創造性の基礎を培う指導の工夫～を受けて、1年生の「変化と対応」では、体験的な学習から関数的な見方や考え方を育てることをめざしたいと考える。

(3) 指導の方針

関数については、小学校では、式表示やグラフまで扱っているが、具体的な量についての考察が中心であり、変化や対応については中学1年で扱う。また、変域も有理数全体まで拡張されている。中学2年では、比例の拡張として一次関数を学習する。ここで身につけた見方は今後さらに発展し、さまざまな関数概念の形成の基盤となるものである。

本授業ではグラフ電卓プラスCBL・距離センサーを用いて、人間の動いたようすをグラフとして考察する授業実践を行う。簡単な装置をセットし、その前を歩くと、横軸に時間、縦軸に距離のグラフができるというものである。この授業を通して、創造性の基礎(多面的にもものを見る力・論理的に考える力)を育てるとともに、関心・意欲の伸長をめざしたい。

ともすれば数学の学習では日常現象から遊離し、計算の技能や知識の理解が中心となる指導になってしまう。そこで、身近な事象の中に数学が密接に関係している場面を設定し、その中にある性質を数学的に考察していくことや、自分の考えを論理的に表現することの大切さを再確認させたい。

(4) 目標

- 具体的な事象の中から関数を取り出し、それをみようとする。
- 興味・関心を持って意欲的に関数の中の数理を追求し、学級全体で練り上げを通して、数学的な見方や考え方を高める。
- 自分がとらえようとするものがらを、よりとらえやすいことごとらえかえる関数の考えを理解する。
- 関数をグラフで表すことの有用さを感じ、一般的な問題に対してもグラフを用いて表現できる。

(5) 指導計画

| | | | |
|-----|-------|-----------------|-----|
| 第1次 | 変化と対応 | §1 ともなって変わる量・・・ | 3時間 |
| | | §2 比例・・・ | 3時間 |
| | | §3 比例のグラフ・・・ | 3時間 |
| | | §4 反比例とそのグラフ・・・ | 3時間 |
| | | 問題・・・ | 1時間 |

(6) 本時の学習指導

- ① 題材 ともなって変わる量 (本時はその第3時)
- ② 目標 ○興味関心をもって、実現象のなかから関数関係を見つけ、理解する。
○関数の中の数理を実現象に沿って追求することができる。
- ③ 準備物 グラフ電卓プラスCBL, 距離センサー, OHP, プリント, 小黒板 等

(7) 指導過程

| 学習のねらいと発問 | 学 習 活 動 | 評価・配慮事項 |
|--|---|---|
| <p>[導 入]</p> <p>○「人間発電機」をしよう。</p> <p>[展 開]</p> <p>○課題を設定し把握する。</p> <p>○「歩き方」の実験をしよう。</p> <p>○課題を解決し、発表・比較・検討する。</p> <p>[整 理]</p> | <p>・全員で手をつないで握手で信号を送る。X人の時Y秒かかるとする時、XとYの間の関係について考える。</p> <p>☆人間の動いた様子は、横軸を時間(秒)縦軸を距離(m)とすると、どのようなグラフになるか考える。</p> <p>☆実験装置の使い方を理解する。</p> <p>・指導者が実際に歩いてみせてできるグラフの説明を聞く。</p> <p>☆各班1名(3名)が適当に実際に動いてみる。</p> <p>☆各班で歩きたいグラフを決める。</p> <p>・各班で工夫し、協力して取り組む。</p> <p>☆各班で歩き方を相談する。</p> <p>☆できた班から前に出て歩く。</p> <p>・失敗した班に対して、他の生徒は助言し、すべての班が考える。</p> <p>☆自分たちの歩いた様子とグラフの様子の関係を考え、気づいたことを発表する。</p> <p>・横軸が時間、縦軸が距離であることを確認する。</p> <p>・全体で練り上げる。</p> <p>「離れると、グラフはY軸の正の方向に動く。」</p> <p>「一人で歩いたグラフは、つながっている。」</p> <p>「止まっている時、水平になる。」</p> <p>☆発展問題を考える。</p> <p>・グラフがS字形になるように歩けるか考える。</p> | <p>○和やかな雰囲気作りをする。</p> <p>○単調なゲームなのであまり時間をかけないようにする。</p> <p>[興味・関心]</p> <p>○課題を明確にする。</p> <p>[興味・関心]</p> <p>[意欲]</p> <p>○工夫・協力できるよう援助する。</p> <p>○試行錯誤を大切にさせる。</p> <p>○相談の様子を机間巡視して、評価・援助する。</p> <p>○機器の操作は生徒の手に委ねる。</p> <p>[興味・関心]</p> <p>[知識・理解]</p> <p>・グラフの意味がわかっているか。</p> <p>[見方・考え方]</p> <p>・グラフの概形と歩き方が予想できたか。</p> <p>○関数の基礎概念である1対1対応について理解させる。</p> |

| | |
|---------|---------------------------------------|
| ○本時のまとめ | ☆実現象の中から関数関係を見つけ、数理を追求することのおもしろさを感じる。 |
|---------|---------------------------------------|

(8) 評価の視点

○楽しく、積極的に取り組んでいたか。

○関数関係について理解できたか。

〔評価について〕

①生徒の位置づけの評価をする。(集団・相対評価1. 2. 3. 4. 5段階)

②到達度評価は、基礎基本から徹底する。(観点別の絶対評価)

③プロセスを重視した、点とかでない記述式の個人内評価をする。

〔評価プリント〕

この授業を評価しよう。()年 ()番 氏名 ()

(4段階評価とする。: 4が一番よい。)

| 項目 | 自分の評価 | 班の評価 |
|----------------------------------|---|---------|
| 1. 授業内容を理解していましたか。 | 1・2・3・4 | 1・2・3・4 |
| 2. 積極的に取り組みましたか。 | 1・2・3・4 | 1・2・3・4 |
| 3. 授業内容を理解できましたか。 | 1・2・3・4 | 1・2・3・4 |
| 4. 授業で一番印象に残ったのは誰ですか。 | * 5人の生徒の名前が記入された。 | |
| 5. 4でそれは、どんなところですか。(どのような意見ですか。) | <ul style="list-style-type: none"> ・わかりやすく、たくさん発表していたから。 ・積極的に発表し、みんなの意見をうまくまとめていた。 ・平らな部分の意見と考え方 ・つながっていないときのグラフの動きとその意見 | |
| 6. 感想 | <ul style="list-style-type: none"> ・実験をして数学のことをやることはいつもと違って、わかりやすく、とても楽しかった。等 (省略) | |
| 《先生から》 | | |

(9) 人間の動いた様子とグラフを関連させ考察する。

- ・歩き方(歩く速さ)でいろいろなグラフになる。
- ・離れば、右に上がっていく。
- ・止まっていると水平になる。
- ・傾きの違いについての認識が明確化(右上がり, 右下がり)できた。
- ・平らな部分の明確化ができた。
- ・一人で歩いたグラフはつながっていることがわかった。
- ・途中でつながっていない場合の発見ができた。
- ・1対1対応の関数の考え方を引き出したいと思ったが不十分であった。