

感動のある算数の教材開発 — 「魔法陣」を題材として —

— 第2学年 「かずのまほう」 —

森金 永二*

研究の要約

算数嫌いの児童・生徒の増加が懸念されはじめてから久しい。教師が指導力を伸ばし適切な算数的活動が行われ、数学的な考え方や計算力、知識・技能が子どもに身に付けば、学ぶ喜びを感じ算数嫌いは減っていくであろう。

しかし、教師の指導力向上のために教材研究をする中で、今扱われている算数科の題材を見たとき、子どもにとって魅力的な内容かどうか私は疑問を感じた。数量や図形の世界には「不思議だ」「美しい」と直感的に感じ取る感動や論理的に思考を進めて対象にかかわるおもしろさがあると考えた。

そこで、子どもにとって不思議さやおもしろさを感じ取ることができ、2年生ながら試行錯誤的に論理を展開できるような授業が構成できないかと考え、「魔法陣」を題材として「数の並びの中にある不思議さ」を感じ取る学習を工夫した。

1 教材開発の視点と方法

(1) 算数科における感動とは？

算数科における感動とは何であろうか。一般的には、問題が解決できた時の喜びや得も言われぬ図形の美しさなどがあげられよう。私はこの他にも、「不思議だ!」と直感的に感じる感覚や人類が長年に渡って創り上げてきた学問体系としての魅力も感じている。また、論理的に考えを進めるおもしろさも感動につながるのではないかと考えている。

算数・数学の世界には、教科書には取り上げられていないような数に関する不思議な問題やおもしろいパズルがある。それらは、知的好奇心をくすぐったり、豊かな数的感覚を養ったり、思考の論理性を深めたりするなどの効果があると考えられる。また、それらは歴史的に見ても古く、世界各国に存在し、多くの人々に親しまれている。

*岡山大学教育学部附属小学校

私は世に広くあるおもしろい問題やパズルの中でどうか工夫すれば算数の授業が成立し、かつ、子どもに感動を与えることができるのではないかと考え、2年生にふさわしくなるよう題材を吟味し授業実践を進めていった。

(2) 題材「魔法陣」について

様々な文献・書籍を調べていくうちに、「魔法陣」に出会った。「魔法陣」とは、下図のように、縦、横、斜めに加えても和が等しくなるように並べたものです。(1から9までの整数を並べて、この場合の和は15)

4	9	2
3	5	7
8	1	6

西洋では魔よけのお守りとして使われたり、中国では4000年も前に治水工事をしていたときに現れた神亀の背中に図のような文様が刻まれたりという伝説が残っている。

(3) 指導の工夫

この「魔法陣」を1時間だけスポット的に取り扱い指導したのでは、「不思議さ」は味わえたとしても子どもに何を身に付けさせたいのか明確にはならない。また、2年生にとって複数の要素を含んだ数の穴埋め問題は初めて出会う問題形式であるので指導の工夫が必要であると考えた。

①問題とその配列の工夫

「1から9までの数字を縦、横、斜めの和が15になるように9つのマスに入れて並べなさい」という問題をいきなり出しても、2年生にとっては題意をつかみにくく解決もできないであろう。もちろん「不思議さ」などは味わえない。

そこで、段階的に題意をとらえられ、難度も上がっていくように問題を工夫したり、その配列を工夫したりした。

まず、あてはめ方が少なく、比較的並び方を見つけやすい問題1を設定した。

問題1

○の中に1～6までの数を入れてたす。
○—○—○がどれも9になるようにならべましょう。

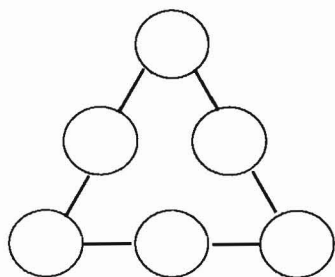


図1

この問題は、あつかう数が1から6までで和

が9になるたし算なので2年生の計算力で十分できる。あてはめ方も魔法陣ほど多くなく、導入問題として適切である。

この問題では、「9を越えるので2回足されるはしっこに小さい数を入れなければならない」と論理的に考えたり、「3つのたし算を使えば計算できる」と既習事項を活用させたりして考えを進めさせたい。

次に、問題2として○の数を増やし和も17と大きくした。

この問題では、問題1と同様に「はしっこに入れないといけない数」を考え、「後いくつで17になるから」と逆思考で問題を解いたりして考えを進めさせたい。

問題2

○の中に1～9までの数を入れてたす。
○—○—○—○がどれも17になるようにならべましょう。

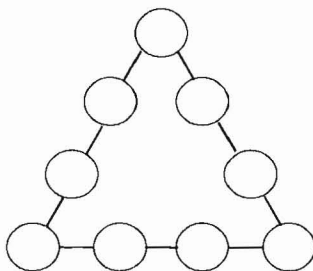


図2

最後に問題3として、魔法陣を設定した。魔法陣では9つのマスの中に数字をあてはめていくが、同様の形式にするために図3のように○を3つずつ並べて線をつないだ。

この問題では、縦、横、斜めのどの和も15にならなければならない。あてはめ方も問題1や2に比べて多くなっている。しかし、問題1、問題2を経験している子どもは4回も使われる真ん中の○の重要性に気付く。「真ん中に入る数は大きくても小さくても15にはならない」と考えると「5を入れてみると後は10になる組み合わせを見つけたい」と論理的に

考えていく。試行錯誤的に10になる組み合わせを並べていくと、「7, 8, 9は足してはいけないのでばらばらに並べる」ということにも気付いていく。

問題3

○の中に1～9までの数を入れてたす。
○-○-○がどれも15になるようになら
べましょう。

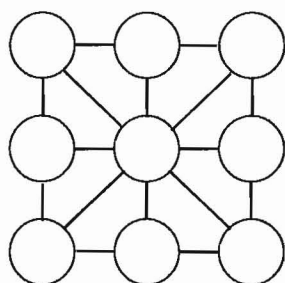


図3

以上のように2年生の力に合うよう工夫し、問題の難度を徐々に上げていく配列を工夫をした。

② 試行錯誤的に論理を展開する発問

①の配列で問題を進めていくと、問題1が問題2の根拠になったり、問題1や2の経験が問題3の気づきになったりしている。

各問題で、指導者が根拠になることを明らかにして、論理的な子どもの気づきが生まれるよう発問していかなくてはならない。

問題1では、「2回使うはしっこが重要だ」ということに気付くような発問を設定しなければならぬ。

問題2では、3につなげるためにも1と同様にはしっこに意識づける発問が必要である。また、すばやく計算するためには10の組み合わせを作る重要性にも気付かせてやりたい。

問題3では、授業の導入部分で真ん中が重要であること、真ん中には5が入ることに気付かせたい。

児童が論理的に思考を進められるような発問

も感動に必要である。

③ グループ活動の工夫

この単元では毎時間、小さなホワイトボードに図とマグネットがついた数字を用意し、4人組で考えるようにした。その際、司会役を決め、どの子にも自分の考える並べ方を発言できるように配慮した。

自分一人では考えるのに困難さを感じる児童もいる。一緒に並べ方を考え達成することができたと感じれば感動も味わえるのではないかと考えた。

2 単元構成－2年「かずのまほう」－

(1) 単元の目標・評価規準

○問題の条件にあてはまるように○の中に入る数を進んで考えようとする。

(関心・意欲・態度)

○問題の条件に合うように数の並べ方を筋道立てて考えることができる。

(数学的な考え方)

○3口や4口のたし算ができる。

(表現・処理)

○整数はある数とある数に分解したり、ある数に合成できることを理解している。

(知識・理解)

(2) 単元計画

1時 ○の中に1～6まで数を入れてたし、どれも9になる。

2時 ○の中に1～9まで数を入れてたし、どれも17になる。

3時 ○の中に1～9まで数を入れてたし、どれも15になる。

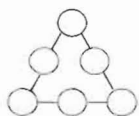
4時 自由勉強で不思議な数の並びを見つけよう(課外)

3 指導の実際

(1) 第1時

①本時の目標

試行錯誤的に○の中に1から6までの数を並べ、どの辺も9になるような並べ方を考えることができる。(数学的な考え方)



②本時の展開

問題から、本時のめあてをもつ

◎ ○の中にどんな数が入るか問いかけ、いくつかの場合を取り上げて、題意がとらえられるように問題場面について話し合う。はしっこに入る数が重要であることを話し合ったり、今まで3口のたし算をしたことがあることも想起させたりしながら、本時のめあてがもてるようにする。

T みなさん、この図を見ましょう。

(図1を提示する)

C 三角だ!

C ○が6つある!

C これって算数?

T 算数だよ。今日はどんな問題だろうね。

(問題文を板書)

読んでみましょう。

(みんなで読む)

C うわあ!なんかおもしろそう!

C わかった!わかった!

C できるできる!

T 本当。ここには何が入るの。

(口々に)

C 1。

C 3。

C 6。

T そう?適当に言ってるの?

C ちがうちがう!わかるよ。

T 何がわかるの。

C こことこことここは1と3と5で9。

T じゃあ、こことここは何。

C 2と2で・・・。

T それじゃあ、2を2回使っているね。

別の考えはないかな。

C 4と2と3で9だ。そして、3と1と5でここも9になった。

C それじゃあ、最後に6が入って9にはならないよ。

T 適当に入れていくのではだめみたいだね。

どこから考えていくのがいいのかな。どこが大切かな。

C はしっこが大切です。

T どうしてかな。

C はしっこは2回足されるからです。

T どういうことかな。

C はしっこはこのたし算でもこのたし算にも使われるから。

T そうか。こっちの計算でも使われてあっちの計算でも使われているね。

C 2回使われるから大事です。

T なるほど。納得ですか。

(納得している表情)

T では、3つのたし算もできますか。

C 1年生の時にしているから大丈夫です。

(みんなうなづく)

T じゃあ、今日の大事なことがめあてになるね。めあては?

C はしっこの数をよく考えて並べよう。

C 3つのたし算もまちがえないようにしよう。

T では、2人の意見を足してめあてにするよ。

(めあてを板書)

この後、ホワイトボードと話し合いのマニュアルを配布し、4人組で考えていくことを知らせた。

T では、はしっこには何が入りそうか考えながら4人で並べていきましょう。

4人組で並べ方を考える

◎ 4人組に机を配置した後話し合いのマニュアルを配布し、司会を決めて順番に発言ができるよう指導した。

T では、順番に話し合いながら数を並べていきましょう。

(机間指導中)



写真1 班で並び方を考えている

C はしっこから考えていくから・・・。

C はしっこに6を入れてみようよ。

C それだと9を越えるよ。

C どうして？

C $9 - 6$ は3でしょ。1と2がここことここに入って9になるでしょ。この列はいんだけれど、他の列が9を越えちゃうよ。

T 9を越えないようにするには、どんな数を入れればいいかな。

C 小さい1や2や3を入れる！

(上記のようなやりとりをして並べていった)



写真2 並べられた班の児童

条件に合う並べ方を話し合う

◎ ほとんどの班が並べられた後、「はしっこには何を入れたか」「その根拠は何か」「はしっこ以外の数はどのようにきまったか」発問し、論理的に考えが進められるようにした。

T では、どのような並び方になったか発表しましょう。まず、めあてにもあるようにはしっこが大切だったね。はしっこには何を入れましたか。

C はしっこは3つあるんだけど、1、2、3、を入れました。

T どうですか。

(実際に前に出て数を入れている)

C いいと思います。



写真3 はしっこに数を入れる児童

T どうして1、2、3を入れたの。

C 6や5や4をはしっこに入れると9を越えてしまうからです。

C いいです。

T 前に出て並べてみてくれる。

C はしっこに4、5、6を入れると4と5で9や5と6で11になって9を越えてしまいます。

T なるほど。本当にそうになってしまいますね。じゃあ、はしっこが1、2、3だとするとこの続きはどうなりますか。

C 1と2の間には6、2と3の間には4、3

と1の間には5が入ります。

- T それは、どのように考えたのですか。
- C 1と2で3。9-3は6だからです。
- C 計算すれば簡単にできます。
- T たし算で求めるはずなのにひき算を使ったの？
- C たしていてもいいんだけど、9になるっていうことから逆に考えるとひき算になります。
- C ○は1つの列に3つだからはしっこが決まると間の数も決まっちゃう。
- T なるほど。みなさん納得ですか。
(みんなうなづく)

和が10や11の場合も考えてまとめとする

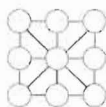
- ◎ 9の場合と同様に考えて、和が10や11の時もできないか投げかけ、本時のまとめとする。
- T この問題は和が9というのが条件でしたが、10の時もできますか。
- C できるできる！
- C やってみたい！
(以下省略)

第2時は上記の第1時と同じように展開していったので省略する。

(2) 第3時

①本時の目標

試行錯誤的に○の中に1から9までの数を並べ、どの辺も15になるような並べ方を見つけることができる。(数学的な考え方)



②本時の展開

問題から、本時のめあてをもつ

- ◎ 問題1や2をどのようにして考えたのか振り返った後、問題3の問題文だけ提示する。題

意がつかめた後、問題3の図を提示し、その複雑さに直感的に気付くようにする。問題1や2のように考えていくと問題3でも重要なマスがあり、たしざんに使う回数が多いマスはどこが尋ねることで中心のマスに目が向くようにする。中心のマスが大切だと気づき始めた頃に本時のめあてを設定するようにする。

- T 今日の問題はこんな問題だよ。
(問題文だけ板書)
- C きのとと同じだよ。
- C ちょっと違うよ。15だからきのとより小さい。
- C マスが出ていないからわからないよ。どんなのだろう？
- T マスはこれです。
(図を貼る)
- C ええ！むずかしそう！
- C こんなのできない！
- C できるできる！
- T きのと比べると複雑だねえ。どこが15になればいいの。
(児童が前に出て指さす)
- T そうか。たくさん15にならないといけないね。むずかしそうだね。前の問題と同じように大事なマスがあるかな。
- C はしっこの4つです。
- C もっと大切なところがあります。真ん中です。
- C そう。真ん中の方が大事です。
- T どうして。
- C はしっこは3回足すけど、真ん中は4回だからです。
- T それじゃあ、確かめてみよう。・・・本当だね。では、真ん中が大切そうだね。どんな数が入りそう。
- C 9です。
- C それじゃあ、大きすぎると思います。だって、9と1と5や9と2と4はいいけど、後は15を越えちゃうよ。
- T そうだね。

- C 1でもこんどは小さすぎます。
 T では・・・。
 C だいたい真ん中の5ぐらいがいいんじゃないかな。
 C そうかもしれない。
 T じゃあ、今日の大事なことがめあてになるね。めあては？
 C 真ん中の数をよく考えて並べよう。
 C 3つのたし算もまちがえないようにしよう。
 T では、2人の意見を足してめあてにするよ。
 (めあてを板書)
 この後、問題1や2と同様にホワイトボードと話し合いのマニュアルを配布し、4人組で考えていくことを知らせた。
 T では、まず真ん中には何が入りそうか考えながら4人で並べていきましょう。

4人組で並べ方を考える

- ◎ 4人組に机を配置した後話し合いのマニュアルを配布し、司会を決めて順番に発言ができるよう指導した。
 T では、順番に話し合いながら数を並べていきましょう。
 (机間指導中)



写真4 班で並び方を考えている

- C 真ん中はやっぱり5から考えてみよう。
 C 後は10だから1と9を入れましょう。
 C 15になったね。

- C 他に10になるには・・・？
 C 8と2があるよ。
 C 7と3もそうだ。
 (上記のようなやりとりをしながら並べていった)



写真5 並べられた班の児童

条件に合う並べ方を話し合う

- ◎ ほとんどの班が並べられた後、「真ん中には何を入れたか」「その根拠は何か」「真ん中以外の数はどのようにきまったか」発問し、論理的に考えが進められるようにした。
 T では、どのような並び方になったか発表しましょう。まず、めあてにもあるように真ん中が大切だったね。真ん中には何を入れましたか。
 C 真ん中は足すのに4回も使われるから大切なんだけど、1や9では大きすぎたり小さすぎたので5をいれました。
 C その後はいいことを見つけたよ。
 T どんなことですか。
 C $15 - 5$ は10だから後は10になるペアを見つけていったの。
 T やってみてくれる。
 (実際に前に出て数を入れている)
 C いいと思います。
 C 10のペアを見つけたんだけど、その後上手く並べるのに苦労しました。

- T どんな困ったことがあったの。
- C 7と8と9を上手く入れないと15を越えてしまいました。
- C 7と8と9が足されないように入れないとけません。
- T そうか。大きい数の入れ方にも注意しないとイケないんだね。
- T では、もう1回前に出てやってくれませんか。

(中略)

問題1, 2, 3と考えて、感じたことや思ったことを話し合いまとめとする

- ◎ 今まで3問数を並べる問題を解決してみてもおもしろかったことや不思議だと思ったことはないか投げかけ、本時のまとめとする。
- T 3つの問題を今まで解いてきましたが、どんなことがおもしろかったですか。
- C 問題の通りに並べられたことです。
- C 最後の問題は本当に出きるのか不思議だったけどできてよかった。
- T 実はこんな並び方はみんなの生活の中にもあるんだよ。たとえばね、プッシュホンのボタンや電卓の数字を見てごらん。
- (以下省略)

4. 授業実践研究の考察と課題

本実践では、2の(3)指導の工夫で挙げた次の観点で考察する。

(1) 問題とその配列の工夫

魔法陣の問題へつなぐ問題1や2がなかったら、2年生には難しい内容であっただろう。低学年の児童が題意をとらえるには、操作や例が必要である。魔法陣だけをトピック的に扱うのであればもう少し上学年で扱うとよいと考える。

(2) 試行錯誤的に論理を展開する発問

ある程度の予想をもとに論理を進めていくことは低学年からでもできる。本実践のように具

体的に数を動かしながら試行錯誤的に考える活動は2年生にあっていただけと考える。ここにはこの数は入りえないと条件を整備して考えている児童もいたので論理的に考えるおもしろさも味わえていたのではないかと考える。

(3) グループ活動の工夫

2年生にとってやや難しい問題であったが、グループで取り組んだために全部の班が解決できた。4人で考えたり話し合いを進める活動は1つの答えを導くという目的達成のために有効であったのではないかと考える。

参考文献

- (1) 文部省「小学校学習指導要領解説」算数編 平成11年
- (2) 小中学校教育課程実施状況調査報告書 国立教育政策研究所教育課程センター 平成15年
- (3) PISA (OECD生徒の学習達成度調査) 2003年調査, 2003.
- (4) クラウディア・ザスラフスキー, 「世界の算数ゲーム」ワニブックス, 2004.
- (5) 片野 善一郎, 「雑学 数の事典」日本実業出版社, 2004.
- (6) 沖田 浩「面白くってやめられない数学パズル」中経出版, 2007.
- (7) 雅 孝司「面白くってやめられない直感パズル」中経出版, 2007.

(平成19年9月28日受理)