

スパイラル方式の算数・数学教育カリキュラムに関する一考察 分数概念形成におけるスパイラル方式の課題

黒崎東洋郎¹ 高橋敏雄²

研究の要約

知識基盤社会化、グローバル化に対応して、確かな学力の形成を目指して学習指導要領の改訂が行われた。算数・数学の標準指導時数が増やされ、スパイラル方式が復活し、スパイラル方式の算数・数学のカリキュラムに改訂された。分数概念の形成において、スパイラル方式で第2学年から分数の導入指導が始まる。スパイラル方式は一般的には望ましいと思われるが、分割分数、量としての分数、数としての分数として逐次内面化する必要があるが、その過程は簡単ではない。そこで、喫緊の課題について考察する。

Key-words : カリキュラム、スパイラル、分割分数、量分数、数としての分数

1 「ゆとり」か「学力」かの学力論争

学習指導要領の改訂の度に、「ゆとり」か「学力」かの論争が繰り返されてきた。昭和26年の学習指導要領の「生活単元学習」ではゆとり重視の教育が行われた。ゆとり重視の「生活単元」重視の算数・数学教育は、這い回る教育と批判された。

昭和33年の改訂の「経験主義教育」では、算数・数学の基礎・基本を重視する教育に改訂された。基礎・基本を重視する算数・数学教育も、ソビエトが人類史上初めての人工衛星の打ち上げに成功すると、「スプートニックショック」から算数・数学教育の現代化が叫ばれるようになった。

日本もその影響を受けて、昭和43年の改訂では「算数・教育の現代化が図られ、戦後で最も「学力」を重視した算数・数学教育へと方向転換された。現代的な算数・数学の内容として「集合」「トポロジー」等が取り上げられるなど、算数・数学の専門性を重視する教育が行われるようになった。ところが、急激な現代化重視の算数・数学教育を推進したため、抽象度の高い数量や図形概念・原理や論理を理解することができないで「つまづき」を起こしている子どもが多いことがクロ

ーズアップされ社会問題となった。

昭和52年の改訂では急激な現代化を反省して、基礎・基本を重視する算数・数学教育に逆戻りした。

平成元年の改訂では、日本経済の高度成長に伴い、変動の激しい21世紀の社会を主体的に対応するため、「新学力観」として「生きる力」が初めて登場した。中央教育審議会答申(1997)では、「生きる力」とは

「自分で課題を見付け、自ら学び、自ら考え、主体的に判断し、行動し、よりよく問題解決する資質・能力」と定義されている。

平成10年の改訂では、学校における「いじめ」「不登校」など、生徒指導上の問題が社会問題化し、学校教育の完全週5日制への切り替えもあって、「ゆとり教育」へと改訂された。このゆとり教育では、算数・数学の標準指導時数が従前よりも14%、指導内容は30%縮減と大幅に削減された。指導内容の割に指導時数の縮減率が低いのは、ゆとり教育を推進するためという理由であったが、理由になっていないと思った。それは、数量や図形に関する作業的・体験的活動重視の「算数的活動」「数学的活動」を重視する方針が出された。

1 岡山大学大学院教育学研究科

2 中国学園大学子ども学科

算数的活動や数学的活動のある授業を実施するためには、活動する時間を確保する必要があるため、指導内容のように30%縮減とはならないという考えがあった。

指導内容30%縮減は、学力低下を危惧する大きな波紋を生み出した。西村和雄等が「分数のできない大学生」を出版し、平成13年の教育課程実施状況調査では、算数・数学の学力の低下傾向が数値的にも明確になった。そのため、文部科学省は「ゆとり教育」の学習指導要領の完全実施の直前に「2002年アピール、学びのすすめ」を示し、少数指導や放課後学習を推奨した。これを機に、学力論争が過熱化し、TIMSS調査やPISA調査といった各種アセスメントの結果に注目が集まり、算数・数学への関心・意欲の低下から刈谷剛彦等が「理数教育の危機」を唱えた。

平成20年告示の学習指導要領では、変動する知識基盤社会化、グローバル化に主体的に対応するため、思考力・判断力・表現力を育成することが重要であり、その基盤となる基礎的・基本的な知識・技能の習得の時間数の不足や学び直しの必要性が指摘された。そして、理数教育の充実の観点から、標準指導時数が増やされ、スパイラル方式の基礎・基本の習得教育の重視の方向性が示された。

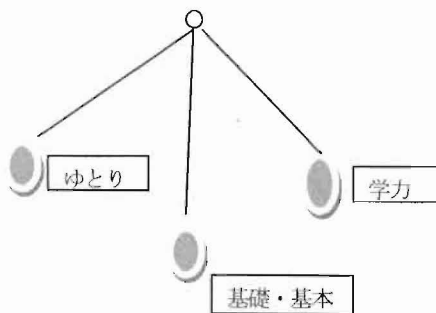


図1 学力の振り子論争

2 「ゆとり」と「学力」の間で学力観が揺れ動く理由

一般に、「ゆとり」と「学力」のどちらが大

切かと言って、両者を対立軸で論議することが多い。「ゆとり」は学習者の立場を尊重するものであり、これを軽視すれば算数・数学教育の現代化と同じ失敗を繰り返すことが危惧される。算数・数学の意欲が低下し、自分に自信が持てない子どもの層が増えている（内閣府、平成12年調査、「自分に自信がある」：小学生47.4%、中学生29.0%）。こうした状況の下では、ゆとり教育よりも学力重視だと言い切れない。一方、知識基盤社会化、グローバル化の進展著しい変動の社会、競争主義社会を主体的に生きるためには、確かな学力を身につけることは不可欠であり、ゆとり教育の方を重視すべきであるとも言えない。

こうした変動の激しい社会的背景の下、図1のように学力観が振り子のごとく揺れ動いている。これは、算数教育のパラダイムを見定めることがいかに難しいかを示している。いかなる変動の激しい時代にあっても、学習者である子どもの立場を尊重しつつ、その時代の社会のニーズに合った確かな学力の育成を行うことがいつの時代でも重要であることは間違いない。

3 算数・数学教育で本当に育成すべき学力 ロジャーは

「変動の激しい時代にあって、静的な知識を身につけることは意味がない」と言っている。同様に、ハッシュバックも、「学校で身に付けた知識・技能をすべて忘れて去ってあとに残るのが本当の学力だ」と言っている。両者とも算数で学ぶべき本当の「学力」の質を問うている。

フロイデンタールは

「学校教育において、子どもたちは習った数学の知識・技能を使って数学の問題を解くことはできる。しかし、数学の問題は解けても、日常生活にある問題が、簡単な数学を使えば解ける問題を解決できない」

と言って、今日の算数・数学教育の問題点を指摘している。フロイデンタールの指摘は、PISA調査の数学リテラシーで算数・数学を社会に利用できないという結果及び全国学力状況調査で算数・数学の知識・技能の習得はできていても、学習や生活に活用できないという課題と一致している。

算数・数学教育で重視すべき学力は、何と言っても思考力である。パスカルがパンセの中で「人間は考える葦である」と言っている。他の動物と違って人間は思考力をもっていると言っている。言語活動の充実の観点から新しい学習指導要領では、数学的な思考力・判断力・表現力を重視する方向が示されている。そして、数学的思考力、数学的な判断力、数学的な表現力を三者一体的に捉える必要があると言っている。一般に、こうした考えは、それぞれを独立的な数学的な学力の要素で捉えた上での基本的な考えとなる。人間は問題に直面した場合、問題解決に向けてまず、思考する。次に、いろいろ考えた結果、どのよう行動すべきかを判断し、問題解決の方策を決定する。最後に、他者や社会に自分の考えを説明していく。数学的な思考力、判断力、表現力の間には、この順序で進む時系列的、過程的構造があり、そのコアをなすのが数学的な思考力である。

4 活用力育成不十分の要因

PISA調査、全国学力調査等各種アセスメントが、数学的な思考力・判断力・表現力が十分育成されていないという結果報告をしている。

その要因を、中央教育審議会答申(2008)では、従前の学習指導要領で総合的な学習の時間が新設にともない、必修教科の算数・数学の指導時数の削減したため、標準指導時数が不足して十分な算数・数学教育ができなかったためと結論付けている。短絡的な結論である。ゆとり教育では、変動の社会に対応するため、ミニマムエッセンシャルな知識を習得し、それを活用する思考力を育成すれば問題がないという考

えの下、ゆとり教育が推進された。30%の指導内容を縮減するためにスパイラルを廃止し、教える知識を少なくし、ゆとりをもってしっかり考えさせる思考力重視の教育を実施してきた。しかし、全国学力状況調査のB問題の結果が示す通り、数学的な思考力の育成は進まなかった。新しい学習指導要領では、習得と探究を活用でつなく新しい教育が推奨され、数学的な思考力・判断力・表現力の育成が強調されている。

私は、なぜ、思考力が育成できなかったのか要因を分析しないまま、単に標準指導時数を増やし、スパイラルを復活させれば済む問題ではないと考える。スパイラルカリキュラムの算数教育にどのように取り組むべきかが喫緊の課題であると考えている。

5 スパイラルカリキュラムの功罪

(1) スパイラル廃止の算数・数学教育のカリキュラムと成績下位層の増加

平成10年告示の「ゆとり教育」では、30%の指導内容が縮減された。算数・数学の指導内容を大幅に縮減できたのは、スパイラル廃止を実施したからである。指導内容を30%縮減したことは、算数・数学嫌いの児童・生徒には、好ましいと考える人もいた。しかしながら、算数・数学嫌いの児童・生徒のためにならなかった。なぜなら、PISA調査(2006)等では下位層の増加を指摘しているからである。学習指導要領が30%縮減し、算数的活動・数学的活動を通して意欲を喚起し、基礎・基本を確実に習得させることを期した改訂であった。

しかし、ゆとり教育では、皮肉にも、最低基準である数量や図形概念・原理等を習得できていない下位層の子どもや自分の考え記述し、説明できない子どもが増えたのである。

下位層増加の要因は、

- ・履修主義の算数・数学教育
- ・スパイラル廃止
- ・指導時数の削減

等が考えられる。私は、履修主義教育やスパイ

ラル廃止の要因が大きいと考えている。

(2) スパイラル方式のカリキュラムの メリットとデメリット

算数・数学教育のカリキュラムがスパイラル構造になっている場合とそうでない場合の違いを分析・比較する。

例えば、平成元・20年告示の学習指導要領における分数指導のカリキュラムと平成10年告示の学習指導要領における分数指導のカリキュラムを比較する。前者はスパイラル方式のカリキュラムであり、後者はそうっていない。

表 1 分数指導のカリキュラム

	平成元年	平成10年	平成20年
第2学年			・簡単な分数
第3学年	・1以下の量分数の表記(端や等分したおおきさ) ・簡単な分数の加減		・1以下の量分数の表記(端や等分したおおきさ) ・簡単な分数の加減
第4学年	・1を超える分数の表記(仮分数等) ・1を超える同分母分数の加減	・分数表記 ・同分母分数の加減	・1を超える分数の表記(仮分数等) ・1を超える同分母分数の加減
第5学年	・商分数 ・異分母数の加減	・商分数	・商分数 ・異分母数の加減
第6学年	・分数の乗除計算	・異分母分数の加減 ・分数の加減乗除	・分数の乗除計算

表1の通り、分数指導のカリキュラムを比較

すると、平成元年告示の学習指導要領では、第3学年から順次、分数の概念や分数の計算の意味及び計算の仕方はスパイラルに指導されてきている。ところが、平成10年告示の学習指導要領では、分数の概念は第4学年で集中指導し、分数の計算の意味と仕方は第6学年で集中指導するものになっていた。

分数の意味や計算の仕方が分かっていない、理解していない下位層の子どもが増えた最大の要因は、スパイラル廃止のカリキュラムにあると考えられる。例えば、分数の概念指導は、第3学年では1未満の分数を測定と関連付けて端数や等分した大きさを分数で表し、1を超える分数は第4学年で繰り返し、発展的に指導されてきた。このスパイラル方式の分数指導のよさは、第3学年で分数の意味が十分理解できていなかった子どもに学び直しの機会が与えられる点である。

簡単な同分母分数の加減計算は、計算の習熟に目を奪われやすいが、指導の目的は、計算指導にあるのではなく、分数の数構成の理解に主眼を置くものである。これに関しても平成10年告示の学習指導要領では第4学年に特化して指導するものになっていたが、平成元年のスパイラル方式の学習指導要領では、第3年から第4学年に繰り返し発展的に指導するカリキュラムになっていた。算数の苦手な下位層の子どもには、学び直しの機会があるスパイラル方式が最適であると思われる。理解力に優れ、進んでいる児童には、学び直しを必要としないので、スパイラル方式廃止の分数カリキュラムで指導された方が最適であると考えられる。学習指導内容を30%縮減したゆとり教育では、学習指導要領は最低基準という方針が示された。公教育ではどの子どもにも確かな学力を形成することが重要であり、下位層が増える状況は改善すべきである。ゆとり教育は、本当はゆとりを保証しないで、第6学年で分数の四則計算を一気に指導するカリキュラムであった。異分母分数の加減計算・分数の乗除計算の意味及び計

算の仕方について集中指導する。こうしたスパイラル廃止の算数・数学のカリキュラムは、進んでいる子どもには指導効率のよいカリキュラムである。

しかし、遅れがちな子どもには、理解しなければならない学習内容が多く、つまずいても学び直しの機会もなく学習が先に進められる。その結果、確実に分数の計算の意味や計算の仕方を十分に習得できない子どもが増えたものと思われる。

表2 スパイラルのメリット・デメリット

	進んだ子ども	遅れがちな子ども
スパイラルカリキュラム	能力があるのに、同じ指導内容が繰り返されるので意欲がなくなる。	繰り返し学習により、基礎・基本の徹底を図りやすい。
集中型カリキュラム	能力を発揮して学術的な考えを伸ばすことができる。	一度つまずくと学び直しができず、基礎・基本が習得できない。

6 新スパイラル方式の分数概念の指導カリキュラムとその特徴

平成20年告示の学習指導要領では、新しいスパイラル方式の算数・数学のカリキュラムになった。分数については、以下のスパイラル方式の分数概念指導のカリキュラムによって行われることになった。

表3 分数概念の指導のカリキュラム

学年	指導事項
第2学年	A (1) オ 1/2, 1/4など簡単な分数について知ること。
第3学年	A (6) 分数の意味や表し方について理解できるようにすること。 ア 等分した大きさや端数の大きさを表すのに分数を用いること。また、分数の表し方について知ること イ 分数は、単位分数のいくつかで

	表せることを知ること 〔算数的活動〕 イ 小数や分数を具体物、図、数直線を用いて表し、大きさを比べる活動
第4学年	A(6) 分数についての意味を深めるとともに、(以下省略) ア 簡単な場合について、大きさの等しい分数があることに着目する。
第5学年	A (4) 分数についての理解を深めるとともに、(以下省略) ア 整数及び小数を分数の形に直したり、分数を小数で表したりすること イ 整数の除法の結果は、分数を用いると常に1つの数として表すことができることを理解すること ウ 1つの分数の分子及び分母に同じ数を乗除してできる分数は、元の分数と同じ大きさを表すことを理解すること エ 分数の相当及び大小について考え、大小の比べ方をまとめること

平成20年告示のスパイラル方式の学習指導要領は、平成元年告示の学習指導要領に戻した観があるが、同じではなく、類似点と相違点がある。平成元年告示の学習指導要領との類似しているスパイラルは、次の点である。

- ・第3学年で1未満の分数を取り扱い、1以上は第4学年で取り扱うこと。
- ・大きさの等しい分数については、第4学年で簡単な場合を取り扱い、第5学年で一般化すること。

一方、平成元年告示の学習指導要領との相違点は、次の2点である。

- ・第2学年で簡単な分数を取り扱うこと
- ・第3学年で「単位分数の幾つ分」を強調していること

7 新スパイラル方式の分数指導のカリキュラムの研究課題

(1) 第2学年の「簡単な分数」

平成20年告示の学習指導要領では第2学

年から分数を取り扱うようになった。

A 数と計算、(1)

オ $1/2$ 、 $1/4$ など簡単な分数について知ること。

ゆとり教育の平成10年告示の学習指導要領では第4学年から分数を取り扱う場合に比べると、かなり早期の分数の導入である。

① 第2学年の分数指導の位置づけ

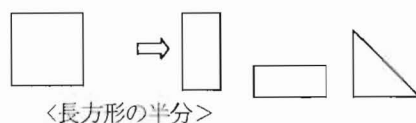
第2学年で取り扱う「簡単な分数」の位置づけについては、小学校学習指導要領解説、算数編には「分数についての基礎となる素地的な学習活動を行い、分数の意味を実感的に理解できるようにする」ことがねらいとなっている。すなわち、前半には、分数の素地指導がねらいであるとし、後半には分数の意味の実感的理解がねらいであると示している。

② 記号化、抽象化へ急ぎ過ぎの分数指導

分数の素地的経験とは、具体物を「半分」にして2等分の大きさを作る活動、さらに、それを半分にして4等分の大きさを作る活動がこれに当たる。等分した大きさを作る活動は、分数の素地経験として不可欠な活動である。3等分する基礎操作は、難しいとして第3学年に位置づけたものと思われる。従って、2等分した大きさや4等分した大きさは、等分する活動の中でも特殊である。問題は、特殊な場合にもかかわらず、これらについて $1/2$ 、 $1/4$ と2つの整数の組で表記することになっている点である。「分数の意味について実感的理解させること」をねらいにして取り上げているが、「分数の意味」とは何かが問われる。第2学年の分数は、いわゆる「分割分数」を取り扱う。具体物を半分にして半分の大きさを作り、「2つに等分した1つ分」を「二分の一」といい、それを「 $1/2$ 」と記号的に表現しても、数としての分数を理解したことにはならない。それは、具体物の $1/2$ であって、数としての分数の意味ではないからである。特殊な事例で分数表記することを求めるのは、記号化を急ぎすぎていると考える。ヴィゴツキーは、言葉や記号で思

考すること以前の重要な思考段階として「道具的思考」を指摘している。ヴィゴツキーの理論を適用すれば、具体物で半分の大きさを作り、2等分すること、さらに、半分の半分を作り、4等分の大きさを作る活動そのものに、重要な思考活動があると考えられる。分数を理解するための素地的なメタ認知活動としては、正方形、長方形の紙で半分、半分の半分作りをすることが重要であるが、第2学年の子どもには、大人が考えているほど簡単な思考活動ではない。

<正方形の半分作り>



<長方形の半分>

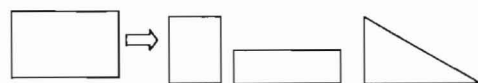


図2 2等分する算数的活動

対角線を折り目にして半分を作ることに着想することは実験授業の結果、たやすいことではないことが分かっている。

中原は、ブルーナーの記号的把握段階を、言葉で行う場合と記号を使う場合は乖離していると考え、両者を区別している。中原の理論に従って考えると、分数表現するという場合、次の2つがある。

第1段階 言葉で口頭表現

第2段階 数や記号をつかって表現

ここでは、第1段階の言葉を使って口頭で分数表現するよさを指導することを想定して、以下論述する。

子どもに、2等分した大きさを「半分」と表現するのと「同じように2つに分けた1つ分」という言い方の、どちらが分かりやすいかと調査した。結果は、「半分」という言葉を使った表現の方がよいという子どもが多い。

「半分の半分」の場合も同じである。8等分を取り扱った段階で、「半分の半分の半分」とい

うよりも「8つに同じように分けた1つ分の方が「簡単」とやっと少数の子どもが分数的表現のよさに気づく様相を見せた。

記号を使って $1/2$ 、 $1/4$ という分数表現するようになってきているが、どのように指導すれば実感的理解が生まれるのだろうか。その指導は簡単ではないと思う。

N=34

	「半分」という言葉を使った表現がよい	同じように幾つかに分けた1つ分と表現した方がよい
2等分した大きさ	34 (人)	0 (人)
4等分した大きさ	34	0
8等分した大きさ	28	6

「半分」「半分の半分」など2等分、4等分した大きさの発展として3等分する場合がある。3等分は第3学年で取り扱う。「半分」「半分の半分」、さらに「半分の半分の半分」という言葉を使った表現よりも、「同じように幾つに分けた1つ分」という分数に結びつく表現は、3等分した大きさを取り扱うことで実感的に分かるものとする。それは、3等分した大きさは、「半分」という言葉を使って表現できないという危機的場面にたたせ、分数表現のよさを実感的に理解させることのできる最適な場面だからである。

抽象的な分数概念の形成においては、一般にブルーナーの「行動的把握」「映像的把握」「記号的把握」の理論によって指導される。

○「行動的把握」の段階

具体物の「半分」「半分の半分」をつくる活動を通して2等分、4等分した大きさを行動的に理解する段階

○「映像的把握」の段階

具体物の図、テープ図等をみて映像的に2等分、4等分した大きさを理解する段階

○「記号的把握」

言葉で「同じように幾つかの分けた1つ分」と口頭で表現し、さらに、2つの整数の組で $1/2$ 、 $1/4$ と数字で表して記号的に分数を理解する段階。

第2学年の簡単な分数の意図は「分数の素地的な経験」である。「半分」「半分の半分」を作るなどの等分する活動を分数指導の素地的な活動として位置づけることは妥当性、適時性があると考えられる。しかしながら、2つの整数の組で $1/2$ 、 $1/4$ と表現する指導は記号化、抽象化を急ぎ過ぎの観がある。

(2) 分割分数と量分数のギャップをどのように橋渡しするのか

第2学年で取り扱う分数は、分割分数である。任意の基準量の等分した大きさを分数で表す。

例えば、どんな大きさのリンゴであっても2等分した大きさは、リンゴの大小にかかわらず、 $1/2$ なのである。従前は、基準量が任意の場合、その大きさが異なるのに同じ $1/2$ で表すと混乱するという水道方式の人たちからの批判があり、取り扱いをやめた経緯がある。

それなのに、なぜか新しい指導要領では分割分数を取り扱うことが復活し、しかも、2つの整数の組で抽象的、記号的に分数表記させるようになった。問題は、抽象的、記号的に表記させることだけではない、分割分数から量分数へどのように移行指導すればよいかも、大きな課題である。

第3学年では復活した分割分数を発展させて、量分数を取り扱う。量分数は、1m、1Lといった普遍量を基準量として、それを等分した大きさを表すものである。量分数は、基準量が普遍なものとし、基準量を1と捉えさせること亟が重要である。



図3 分割分数と量分数のギャップ

図3のギャップを解消するため、分割分数から量としての分数へ、どのように移行指導すればよいかを実証的に検証することが大切であると考えられる。

(3) 量分数から数としての分数への移行

第3学年では、量分数から数としての分数に発展的に移行する。

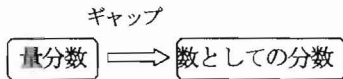


図4 量分数と数としての分数のギャップ

例えば、 $2/3m$ という分数は、次のような捉え方がある。

- $1m$ を3等分した大きさの2つ
- $1/3m$ の2つ分

前者は、量分数であり、下記の学習指導要領のアの指導事項に関する取り扱いである。

ア 等分した大きさや端数の大きさを表すのに分数を用いること。また、分数の表し方について知ること

後者は数としての分数であり、今回とりたてて指導事項として示されたイの内容である。

イ 分数は、単位分数のいくつ分かで表せることを知ること

第3学年で1を超える分数を取り扱ってよいと考える人がいる。この取り扱いは、量分数から数としての分数へ移行できていなければ、この学習は成立しない。 $4/3m$ という大きさは、量分数の概念のカテゴリーでは説明がつかないからである。すなわち、 $1m$ を3等分した場合、「1つ分」「2つ分」「3つ分」は存在しても、「4つ分」は存在しないからである。このように量分数から数としての分数へ移行する過程は遠い道のりがある。

どのように量分数から数としての分数へ移行すればよいかを実証的に取り組んだ研究はほとんど見当たらない。

8 結語

算数・数学教育のカリキュラムがスパイラル

方式に変更された。スパイラル方式の算数教育のカリキュラムは、一般に、繰り返し学習が行われるため、下位層の子どもの分数概念の形成に有効に機能するものと考えられる。

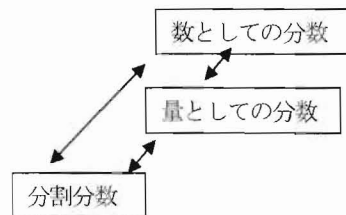
ここで注意すべきことは、単に、スパイラルを同じ指導内容を繰り返し指導すると考えている人がある。誤解である。スパイラルは、同じ内容を取り扱うのではなく、既習事項を基礎にして進化・発展的に数学的思考させなければ意味がないのである。

第2学年で簡単な分数といって $1/2$ 、 $1/4$ といった表記まで取り扱うようになっていくが、下記の3つの段階のうちの第1段階の指導であり、第3学年では、量としての分数へ進化発展するように指導する必要がある。

- 第1段階 分割分数
- 第2段階 量としての分数
- 第3段階 数としての分数

図5 分数概念の形成段階

分数の概念形成において、上記の3つのステップを単純に直線的に移行し、進化するものではないと考える。相互に往復しながら次の段階に移行するもの考える。



どのような過程を通してこの3つの段階を漸次移行して数としての分数概念を形成していくのかを実証的に研究することが、分数概念の形成の研究課題であると考えられる。

<参考文献>

- 1 文部科学省、「小学校学習指導要領解説算数編」、平成元年・11年・20年。
- 2 文部省、「小学校指導書、算数編」、1978, 1989.
- 3 正田実他、「算数・数学教育の理論と実践」、現代教育社、2003.
- 4 新算数教育研究会編集、算数授業の新展開講座、算数教育の基礎理論1990.
- 5 山口満、現代カリキュラム研究、学文社、2005.
- 6 飯島康夫、算数・数学教育の研究のすすめかた、東洋館出版社1985.