岡山大学算数・数学教育学会誌
『パピルス』第18号（2011年）41頁～51頁

数学的な思考・表現形式を活かした授業づくりの研究

－３年あまりのあるわり算の実践を通して－

山野　定寿※

研究の要約

算数科改訂の基本方針では、問題を解決したり、判断や推論したりする過程で重要な働きをするものとして、帰納的な考え、類推的な考え、演繹的な考えの３つの思考形式があげられている。

本稿はその３つの数学的思考・表現形式を児童に養うことを目的とし、規則発見の授業モデルをまず提案する。次に授業実践を通して、数量についての規則（本研究では、除数＞あまり）を発見し、その規則を使えば未知の計算の正誤も判断できる良さを味合わせる授業づくりの一規範を示すとともに規則発見の授業モデルの有効性を示すものである。

キーワード　　帰納的な考え　類推的な考え　演繹的な考え　規則発見の授業モデル

1　算数科改訂の基本方針

学習指導要領(2008)第１節算数科の目標の解説では、「算数科においては，問題を解決したり，判断したり，推論したりする過程において，見通しをもち筋道を立てて考えたり表現したりする力を高めていくことを重要なねらいとしている。こうしたねらいは他教科等においても目指しているところであるが，特に算数科の中では，帰納的に考えたり，演繹的に考えたりするなどの場面が数多く現れる。さらに算数の内容のもつ系統性や客観性から見ても，上記のねらいに最も大きな貢献ができると考えられる。」（下線は筆者による）と述べられ、特に帰納的な考え、類推的な考え、演繹的な考えの３つの推論の育成が算数科で求められている。

また、３つの推論について解説では、帰納的考えを「幾つかの具体例を調べて共通性を見つける」考え、類推的考えを「類似の場面から推測する」考え、演繹的考えを「ある前提を基にして説明していく」考えと分かりやすく規定している。

※真庭市立美川小学校

2　推論の規定をふまえた授業モデルの試案

（1）３つの推論の規定

学習指導要領で規定された推論について、もう少し詳しく規定する。そして、本稿の３つの推論は次の規定によるものとする。

①類推(Analogy)

特定の事物に基づく情報を、他の特定の事物へ適用する際、特定の事物間の何らかの類似に基づいて適用する認知過程

②帰納(Induction)

個別的・特殊的な事例から一般的・普遍的な規則・法則を見出そうとするボトムアップな推論方法。類推も帰納の一部であるが、本稿では類推と区別するために狭義の帰納であ

る枚挙的帰納法(Enumerative induction)を帰納とする。

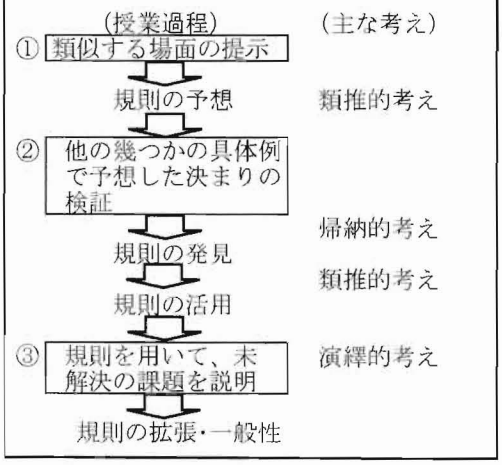
③演繹（Deduction）

一般的・普遍的な前提から、より個別的・特殊的な結論を得るトップダウン的な推論方法

（２）規則発見の授業モデル

３つの推論について２－（１）の規定を基に、数学的規則を発見する授業過程のモデルを考えてみると、図１のようなモデルが構成できる。

図１　規則発見の授業モデルの試案



①類似する場面の提示

授業の導入に当たる部分である。類似する２つの場面が提示され、ひょっとするとこんな規則があるのではないだろうか、と類似性を基に直観的に予想する部分である。類似する場面は既習事項と未習事項、未習事項同士が考えられる。規則を予想する際、児童が働かせる主な考えは類推的な考えである。

②他の幾つかの具体例で予想した規則の検証

授業の自力解決と練り上げに当たる部分である。児童は類推的に予想した規則が、他の場面でもよいかどうか確かめる。働かせる主な考えは帰納的な考えである。しかし、帰納的に導いた規則は常に正しいとは言い切れない。どうしてそうなのか理由を明確に出来てこそ、規則として認めることができるのである。反省的に具体物や図、言葉、式を用い児童に説明させる必要がある。

③規則を用いて、未解決の課題を説明

理由がはっきりした規則を用いて、未解決の問題を分析的に説明させる、授業では活用・発展的な部分に当たるところである。

もちろん、理由がはっきりした規則が未解決の問題で使えそうかどうか判断する考えは類推的考えではあるが、児童が働かせる主な考えは演繹的考えである。この活動により、理由がはっきりした規則は拡張され、徐々に一般化されていくと考えられる。

３　数学的理解の２軸過程モデルとの類似性

（１）数学的理解の２軸過程モデル

小山(2010)は「①数学的理解はどのような水準によって深化するか。②ある水準においてどのように数学的思考が展開するか。」の研究を通して、２軸過程モデル(Two-axes Process Model)を構築している。そのモデルの横軸(horizontal axis)には、②の研究を基に３つの数学的思考（直観的思考⇄反省的思考⇄分析的思考）を位置づけ、３つの思考

表１　３つの数学的思考

★直観的思考(intuitive thinking)
　学習者である児童が具体物あるいは概念や性質などの数学的対象を操作する直観的な活動における思考

★反省的思考(reflective thinking)
　学習者である児童が自らの活動や操作に注意を向け、その操作や操作の結果を意識化し、図や言葉によって表現することを目的とする思考

★分析的思考(analytical thinking)
　学習者である児童が表現したものをより洗練して数学的に表現したり、他の例で確かめたり、それらのつながりを分析したりすることによって、統合を図ることを目的とする思考

引用「数学的理解の過程モデルの研究」
小山正孝著　聖文新社 2010　P230

の相互作用的関係によって、数学的理解の水準が上昇することを述べている。

小山が規定する３つの思考は表１の通りであり、一部割愛し引用する。

小山はこの横軸の思考を１～３時間程度の授業に適用することを想定している。

この理論は規範性において、式の規則を発見する授業のモデルづくりにも大きな示唆を与えるが、かなり一般化されているので、指導者はこの理論を単元や内容に応じてより具体化し、単元や内容に応じて具体化する必要があると考える。

（２）２軸過程モデルの横軸の具体化

先に述べた推論の規定をふまえた規則を発見する授業モデルの試案は、図２の通り、小山の規定する３つの思考をより具体化したものであるととらえられる。

図２　数学的思考の具体化

小山の数学的思考	具体化モデルの試案
直観的思考	①２つ以上の資料から類似性を直観的にとらえ、規則を類推する。
反省的思考	②他の幾つかの具体例で予想した規則の帰納的に検証する。
分析的思考	③規則を用いて、演繹的に未解決の課題を説明する。

式や表、グラフ等を見て規則を予想する類推的な活動は、具体的な数学的対象を操作する直観的な思考が前提である。また、類推的に予想した規則が、他の場面でもよいかどうか幾つか具体例を調べたり確かめたりし、その理由を考える帰納的な活動は、操作の結果を意識化し、図や言葉によって表現する反省的思考である。さらに、理由がはっきりした規則を用いて、未解決の問題を説明させる演繹的な活動は、他の例で確かめた規則の統合を図る分析的思考であると考えられる。

したがって、規則を発見する授業過程のモデルによって、児童の数学的理解の水準は上昇すると考えられる。

４　規則を発見する授業過程のモデルに即した授業の構想

（１）除数と余りの大きさの規則

授業過程モデルで取り上げる題材は、「２つの整数ａ、ｂに対して、ａ＝ｂ×ｑ＋ｒ　０≦ｒ＜ｂとなる整数の組ｑ、ｒが唯一存在する」という算術の基本定理である。

そこで、２つの数ｂ・ｒの大きさの関係を類推しながら規則を予想し、他の幾つかの具体例で規則「ｂ＞ｒ」を帰納する。そして、その規則を演繹的に使って計算の正誤を判断する、という過程を通して、思考形式の基本である類推・帰納・演繹の数学的考え方を児童に養おうと考えた。

（２）導入の場面

まず導入についてである。図３の授業プリントの通り、入れ物に飴を入れておく。これを４人で等しく分ける場面を設定した。飴の数は変数で、○をプレイスホルダーとして

○ ÷４

と立式させる。

図３　問題提示

（3）表を基にあまりの数を類推する

図４の通り、まず○が８個～２３個の表を提示する。

余りである□にどんな数が入るか、飴が８個から１９個までの余りを見て、予想させる。０.１.２.３が繰り返し表れることから、規則を類推的に考えさせる。

次に、５人で等しく分けた場合の表（図５）を見せ、余りである□にどんな数が入るかを、４人で等しく分けた場合の類似性を基に、直感を働かせ類推させ、予想される規則を決めさせる。

また、５人で等しく分けた場合を考えさせることで、除数が他の数の場合はどうかと児童が自然に思うよう、次の活動である帰納的活動の布石を打つ。

（4）他の数の場合を調べたり、理由を考えたりして規則を帰納する

類推的にとらえた規則が、他のどんな除数でも当てはまるか、他の除数で調べたり、理由を教具を用いて具体的に考えたり、図や言葉を用いて反省的に考えさせる活動が、図６での帰納的活動である。

ここでは除数を６や７、８等にして調べてみたいと考える児童が予想されたので、図７のようなワークプリントを用意し作業に要する時間の短縮を図ることにした。

図４　類推的活動

図５　類推的活動

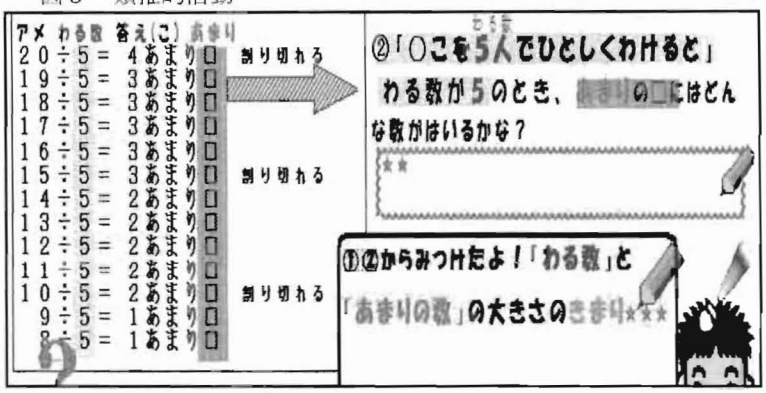
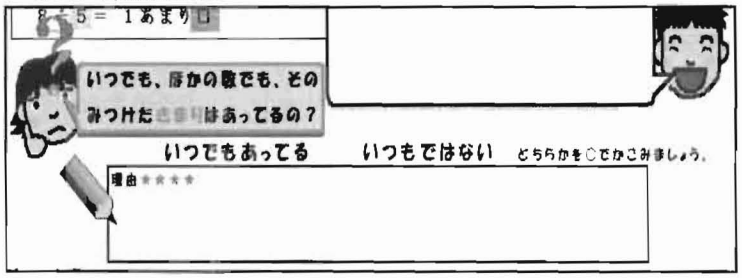


図６　帰納的活動



教具としては、写真１のような関係図に発展する教具を開発し、児童一人ひとりに具体的に操作させることにした。この教具を使って、これまでかけ

算やわり算、あまりのあるわり算で児童は具体的な操作活動を行ってきている。

★（　）人でわけたとき

アメ（こ）	わる数（人）		答え
8	÷	＝	あまり
9	÷	＝	あまり
10	÷	＝	あまり
11	÷	＝	あまり
12	÷	＝	あまり
13	÷	＝	あまり
14	÷	＝	あまり
15	÷	＝	あまり
16	÷	＝	あまり
17	÷	＝	あまり
18	÷	＝	あまり
19	÷	＝	あまり
20	÷	＝	あまり
21	÷	＝	あまり
22	÷	＝	あまり
23	÷	＝	あまり
24	÷	＝	あまり

（　）でわると、　は

★　は、　正しい　正しくない

図７　ワークプリント

（５）演繹的に見つけた規則を用いて、未解決の課題を説明する

みつけた規則を用い図７の通り、５１÷６＝７あまり９の正誤を判断し説明する演繹的活動である。

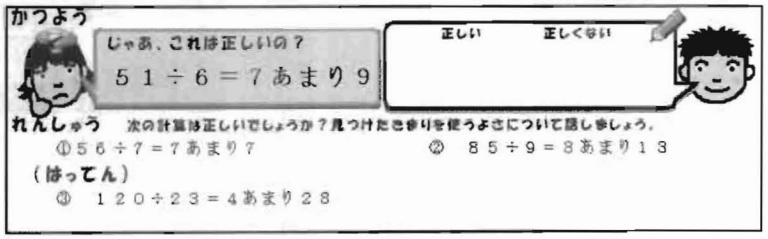


図８　演繹的活動

除数の６と余りの９に注目し、除数＜余りだからこの式の解は誤りであると、児童が判断するのである。

さらに発展問題として未習の３位数÷２位数である、　１２０÷２３＝４あまり２８の正誤も演繹的に判断し説明する。

まず除数と余りに注目し、次に除数と余りを比較し、最後に　除数＜余り　であるから、式の解が誤答であることを分析的に判断できるようにするのである。

このような授業構想をまとめた指導案を最後のページに資料として示す。この授業は2008 年度の岡山県授業改革委員として真庭市に公開した授業である。

５　授業の実際

（１）導入の場面

問題を提示した後、写真２の本当にアメが入った入れ物を見せる。

T　この入れ物の中にアメが入っています。このアメを何人で分けるの？

C　４人です。（Ｃｎ　いいです。）

T　一人分は何個？

C　ええ。入れ物に何個あるかわからん。

T　何個ぐらいは言っていると思う？

Ｃｎ（口々に予想を言う。）

T　入れ物の中のアメを○個と考えたら、どんな式になるかな？

C　一人分を求めるのはわり算ですね。だから、○÷４だと思います。（Ｃｎ　いいです。）

（２）表を基にあまりの数を類推する

図４の表を提示して、余りの□に入る数を類推させる。

写真３　表のきまり

Ｔ　余りの□にはどんな数が入るか計算しなくても予想できた人？

Ｃ　ぼくは、０，１，２，３だと思います。理由は、この下を見ると、全部０，１，２，３ですね。だから、０，１，２，３だと思いました。

Ｃ　詳しくして、私も０，１，２，３だと思います。Ａ君が行ったように８÷４から１９÷４まで０，１，２，３、０，１，２，３となっていますね。だから、０，１，２，３だと思いました。どうですか。

Ｃｎいいです。

計算で求めた児童もいたが、「計算しなくても」と指示を出したので、表から規則を類推するようになった。

この後、５人で分けた場合の余りの規則を考えさせることで、除数＞余りを類推的に予想させた。

（３）他の数の場合を調べたり、理由を考えたりして規則を帰納する

写真４　帰納的なきまりの説明

Ｔ　調べた結果を教えて？

Ｃ　私は７で割ってみました。そうすると余りは0,1,2,3,4,5,6でした。

Ｔ　で、予想はあっていましたか？

Ｃ　あっていました。

Ｃ　ぼくは、６で割ってみました。そうすると余りは0,1,2,3,4,5でした。だから予想はあっていると思いました。

他に８や９で割ってみた例が発表され、どれも予想が当たっていることを帰納的に確かめた。

Ｔ　どうして割る数＞余りなのかなあ？たまたま９までがそうなっているんじゃあないの？理由をはっきりさせて。

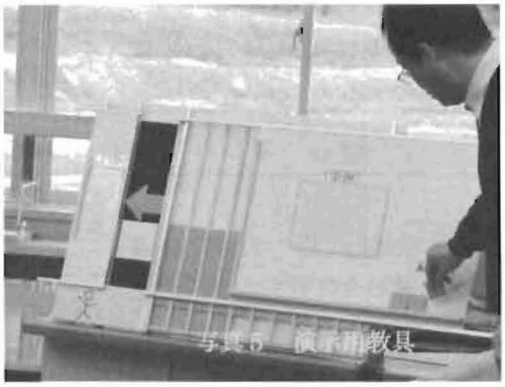


写真５　演示用教具

（理由を説明できる児童が現れなかったため、写真５の演示用教具を具体的に操作しながら発問をより具体的な発問に修正した。）

Ｔ　どうして４で割ると余りが４にならないの？５で割ると５にならないの？　６で割ると６にならないの？割る数と余りはどうして一緒にならないの？６で割る時

写真６　具体的活動

余りが６にならない理由を考えて。

児童は各自、教具を用い（写真６）具体的に解決し、説明の方法を考え、ホワイトボードに説明を書いていった。（写真７の１～３）

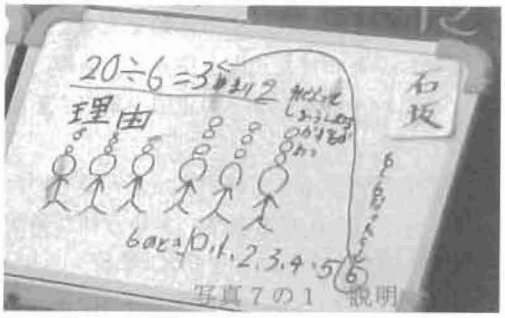


写真７の１　説明

写真７の２　説明

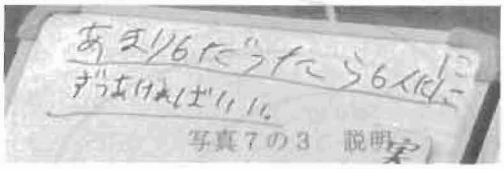


写真７の３　説明

Ｔ　どうして、６でわると余りが６にならないのかなあ？（演示用教具に余り６をおきながら）

Ｃ　私はこれ（演示用教具）で説明します。まず、６人分けますね。だから（６つ戸を開く。）こうなりますね。すると、あまりの６個は（１つずつ配る）こう配れますね。だから、６にはならないと思います。

Ｃ　（写真７の１）ぼくは図にしてみました。もし余りが６になったら、もう１つずつあげれますね。だから答えは１増え、

２０÷６＝３あまり２　になって、答えは１増えるんだと思います。

（この児童の説明に２０÷６＝２あまり８　と言う式がないので理解しにくい。）

Ｃ　賛成で、（写真７の２）６余るなら６人いたら、図のように、１つずつ、

Ｃ　あれ、４人しかおらんが。

Ｔ　確かに４人だよ。赤ペンで直してみて。

Ｃ　こんなふうに６人にもう１つずつあげれますね。だから、６にはならないと思います。

（説明が続く）

Ｔ　じゃあ、５で割った時余りが５にならないのは？

Ｃ　もう１つずつ分けられるから。

Ｔ　じゃあ、７で割った時余りが７にならないのは？

Ｃ　もう１つずつ分けられるから。

Ｔ　だからきまりは？

Ｃｎ　割る数は余りより大きい。

（４）演繹的に見つけた規則を用いて、未解決の課題を説明する

Ｔ　５１÷６＝７あまり９　の計算は正しいの？

Ｔ　（少し戸惑う児童に）何と何を比べる？

Ｃ　割る数と余り。分かった。

Ｔ　正しいですか？

Ｃ　割る数より余りが大きいですね。だから違うと思います。

Ｃ　９余ったら、６人にもう１個配れますね。だから、この計算は違うと思います。

Ｔ　そうだね。「割る数は余りより大きい」というきまりを使うと、わざわざ、

Ｃｎ　計算しなくてもいい。

Ｔ　練習①②③をやって。

Ｔ　練習①は？（５６÷７＝７あまり７）

Ｃ　割る数より余りが大きいですね。だから違うと思います。

Ｔ　練習②は？（８５÷９＝８あまり１３）

Ｃ　割る数より余りが大きいですね。だから違うと思います。

Ｔ　みんなが４年になったらする計算だけど

（１２０÷２３＝４あまり２８）

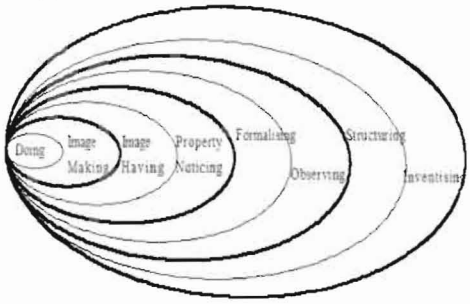
C　割る数より余りが大きいから違うと思います。

T　実はそうなんです。４年生で詳しく勉強して下さい。

6　授業の省察

（1）児童の思考形式の様相のマッピング

図９　Pirie＆Kirenの超越的再帰モデル



Pirie ＆ Kiren(1989)が提案した超越的再帰モデルは、児童の数学的な思考水準を観察するのに有効である。(図９)

本時の授業で写真７の１の説明を書いた児童は、缶に入ったアメを提示され４人で等しく分ける場面のイメージづくり(Image Making ①)を行った。そして、その結果を整理した表を観察しイメージを所有(Image Having ②)し、余りが０．１．２．３であるという性質認知(Property Noticing ③)を類推的に行った。さらに、除数が５の場合では、４の場合を基に、余りにどんな性質があるかという性質認知(Property Noticing ④)を類推的に行った。この一連の活動が本時の類推的思考形式による活動である。

次に写真７の１の児童は２つの余り性質から、規則（除数＞余り）を帰納的に予想し、その予想が他の場合も当てはまるかどうか、帰納的に除数が６や７、８、９の場合を計算という初源的認識(Primitive Knowing ⑤　前が Doing)に立ち返り確かめたり、教具を用いて理由を考えたりした。そして、その規則が正しいと言う性質認知(Property Noticing ⑥)を再び行った。そして、図や言葉、式を用い、児童は理由を説明し、「除数＞余り」であることを確かめた。この一連の活動が本時の帰納的思考形式による活動である。

最後に、見つけた規則を使って、演繹的に５１÷６＝７あまり９　の正誤を説明する活動を行った。

規則を活用することに戸惑った児童もいたが、「何と何を比べるの？」という補助発問により、除数と余りに目を向け「除数＞余り」という持っているイメージ(Image Having)を使って、この式の解が間違いであることを判断し説明する活動を行った。そして、改めて規則の認知(Property Noticing ⑦)を行った。

これらの活動を Pirie ＆ Kiren(1989)が提案した超越的再帰モデル上にマッピングすると図 10 のようになる。

Pirie＆Kirenの超越的再帰モデルによるマッピング
図 10

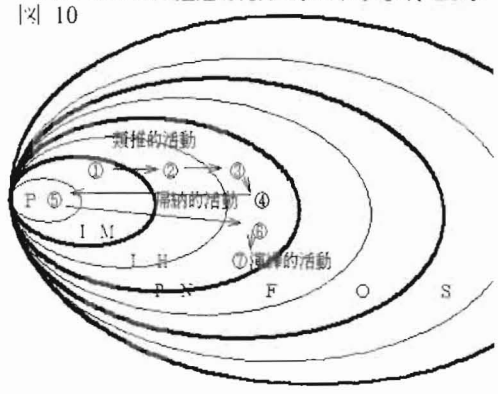
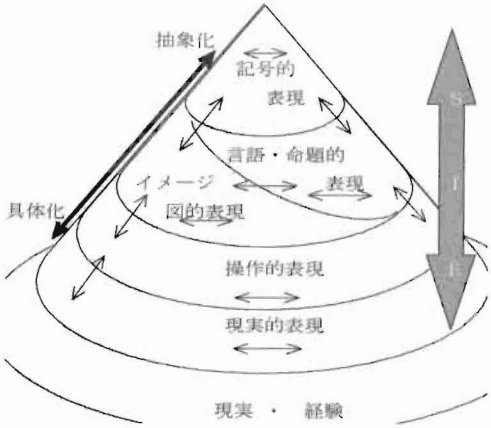


写真７の１の児童は初源的認識(Primitive Knowing　以前が Doing) から性質認知(Property Noticing)の間を「推論の規定をふまえた授業モデル」にしたがって何度も超越的に、また再帰的に行き来した。そして、見つけた規則についての認識を深めるとともに、児童にとって自己制御力となるメタ認知的知識として「除数＞余り」を理解し、本時で未解決である式の正誤の判断に役立てられるようなっていった。

（2）児童の表現形式の様相のマッピング

図 11　表現体系の試案



2008 年の学習指導要領では、思考と表現とは表裏一体である、ととらえられている。そこで表現についてもマッピングを試みる。

図 11 は中原(1995)の表現体系を参考にした筆者の表現体系試案(2009)である。児童が概念を形成するには、現実の問題場面を取り出し、それを数学的に具体的に操作する。そして、その活動のイメージを基に図にしたり、短い言葉で言語・命題的に表現したりする。そして、算数の言葉である記号で表現することで概念の形成を一端完了すると考えている図である。しかし、必要に応じては、下の表現に戻って考えることや同じ表現内でも抽象度が低くく、より分かりやすい表現に戻ることを矢印で示している。

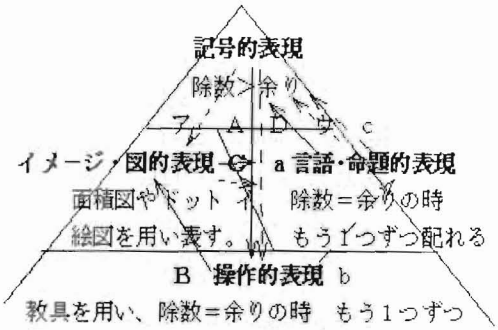
また、下から順に Bruner(1966)の認知形成過程に習って、E(Enactive Representation) I (Iconic Representation) S (Symbolic Representation)原理の順に認知形成が行われるようにしている。

本時における帰納的な自力解決の活動を、先の超越的再帰モデル上のマッピングと同様に、この表現体系試案上にマッピングしてみた。(図 12)

すると３通りのパターンが見られた。

１つめは帰納的に見つけた「除数＞余り」の理由を教具を用い、６人で分けた場合余りが６になると、６人に１個ずつ配れることを

図 12 表現体系に基づくマッピング



操作的に解決し、それを図に表現して言葉で表す児童である。写真７の１の児童がこのパターンである。図 12 ではA→B→C→Dで ⟶ で表している。

２つめが写真７の２の児童のパターンである。具体的な操作活動はせず、図を基に操作を行い、言葉で「６こあまるなら、６人いたら、もう１個ずつあげれる。」と表現している。図 12 ではア→イ→ウで ⇢ で表している。

３つめが写真７の３の児童のパターンである。教具を用い、６人で分けた場合、余りが６になると、６人に１個ずつ配れることを操作的に解決し、それを図に表現することなく、言葉だけで表す児童である。図 12 ではａ→ｂ→ｃで ⇢ で表している。

このように自力解決の活動である帰納的に規則を見つけ理由を説明する活動は、児童に多様な表現を個の思考の仕方に応じて促すことが分かった。

（３）「推論の規定をふまえた授業モデル」の有効性について

本時の一事例だけでは、推論の規定をふまえた「規則発見の授業モデル」の有効性を一般化することはできない。今後、規則発見の多くの事例を基に帰納的・演繹的にモデルを検証し修正する必要がある。

しかし、本時の事例における児童の思考と

表現の様相を２つのマッピングで示した通り、「規則発見の授業モデル」にしたがった授業の実践では、３つの推論を児童に促すことにより、児童の思考はゆさぶられる。そして、その不均衡な状態を調整し均衡化するために、より現実的な思考水準や表現活動に再帰的に一端戻らせることが分かった。

本稿の再帰的事例としては、思考については性質認知(Property Noticing)から初源的認識(Primitive Knowing) まで、表現については記号的表現から操作的表現、記号的表現から図的表現などに、考え説明するために、児童が自ら判断し戻らせているところである。

このように、本時の一事例だけ見れば、推論の規定をふまえた「規則発見の授業モデル」は、児童に多様な思考と表現活動を促し、次の思考水準である形式化(Formalising)への萌芽を生むことにおいて、有効であったと考えられる。

（４）「規則発見の授業モデル」の今後の課題

今後の課題としては、事例を増やすことがまず第１にあげられる。本時のような規則・法則などを発見する授業内容は、算数の教育課程では比較的多い。

例えば、三角形の内角の和が１８０度であることを類推的・帰納的に発見し、四角形の内角の和が３６０度であることを演繹的に説明する活動がある。この事例は杉能・黒崎(2009)がすでに報告しているところである。

次に、２－（１）で小山が３つの数学的思考（直観的思考⇄反省的思考⇄分析的思考）を位置づけ、３つの思考の相互作用的関係によって、数学的理解の水準が上昇することを述べ、この横軸の思考を１～３時間程度の授業に適用することを想定していることを述べたが、本時の授業の場合は、それらを１時間で行っている。

今後、例えば規則を帰納するまで１時間、その規則を使って演繹的に説明する時間１時間といったカリキュラムづくりのバリエーションも考えられる。これらは指導する内容と児童の実態による所が大きいと考えられるが、効果的なカリキュラムの構成を今後考えていく必要がある。

いずれにしても、「見通しをもち筋道を立てて考えたり表現したりする力を高めていく」目標を実現するために、算数科に寄せられる期待が特に大きいことは１で述べた通りである。

そこで多くの教師が類推的考えや帰納的考え・演繹的考えを育てる授業の過程を考える際のよりどころとなる授業モデルを示すことは意義があると考える。多くの実践を通して、より精緻化されたモデルに仕上げていきたいと考えているところである。

（引用及び参考文献）

小学校学習指導要領解説　算数科
文部科学省　平成 20 年　P20.

小山正孝：「算数教育における数学的理解の過程モデルの研究」聖文新社 2010　P133 P230.

中原忠男：「算数・数学教育における構成的アプローチの研究」聖文社 1995 P199~P205　P235.

山野定寿：「乗法（倍）の基礎操作のカリキュラムとその実践について」日本教育実践学会　第 12 回研究発表会　2009.

Bruner 著　田浦武雄・水越敏行訳：「教授理論の建設」黎明書房 P68 1966.

杉能道明・黒崎東洋郎：「帰納的・演繹的に考え、説明する力を育てる指導　－５年『三角形、四角形の角』を中心に－」平成 20 年　10 月日本数学教育学会誌日本数学教育学会第 90 巻、第１０号.

本時案 （第１次　第３時）

目標	除数とあまりの大きさとの関係を類推しながら、きまり「除数＞あまり」を見つけ、そのきまりを活用して、計算の正誤を判断することができる。	
学習活動	主な発問と予想される児童の反応	指導上の留意点
１学習課題をつかむ。	入れ物の中のアメを４人で等しく分けると、一人分は何個であまりは何個かな？ わる数とあまりの大きさのきまりを見つけよう。	・入れ物の中のアメの数を未知数にし、児童に自ら数をいくつか想定させ、商と余りをもとめさせたい。 ・児童の解いた式を取り上げ、除数と余りの大きさの関係を調べることが本時の課題であることをつかませる。 ・計算のどこがわる数・あまりかを確認しておく。
２ 20,21,22,23 を△で割った時のあまりを予想する。 ・÷４の時のあまりの大きさ	○ 20,21,22,23 こを４人で分けた時のあまりはいくらになるでしょう。 ・実際に計算すると、あまりは 0,1,2,3 だった。 ・表を見ると、0,1,2,3 だから、あまりは 0,1,2,3 になると思う。 ・わる数は同じで、わられる数が１ずつ増えているから、あまりも１ずつ増えて、0,1,2,3 になると思う。	・缶の中のアメの数が、４から１９までの整数でそれを４で割った時の正商とあまりを求めた表を見せ特徴をつかませた上で、２０から２３までの整数を４で割った時のあまりの大きさを類推させる。 ・ワークシートにあまりの大きさと、その理由をかかせる。 ・計算で求めた児童には、0,1,2,3 とあまりが増えていく、表の特徴から考えるよう助言し、４で割った時のあまりは、０か１か２か　３であることを押さえる。
・÷５の時のあまりの大きさ	○５人で 10 こから 20 こまでのアメを分けた時のあまりはいくらになるでしょう。 ・計算して、0,1,2,3,4 だった。 ・10 から 15 までを計算して、0,1,2,3,4 だ。だから他もそうなると思う。 ・４でわると 0,1,2,3 だから、５でわると、0,1,2,3,4 になると思う。 ・割る数が５だから、あまりは割る数よりも小さくなる。	・教師を含めた、５人で分けることを想定する。 ・試行的に計算する方法も認めるが、計算もできるだけ少ない回数で予想できる児童を評価する。 ・４で割った時のあまりが、０か１か２か３であったこともとに、５で割った時のあまりを予想する考え方を評価する。 ・５で割った時のあまりは、０か１か２か３か４であることを押さえ、割る数＞あまりのきまりを、２つの結果から類推させる。
３　課題を自力解決する。	◎いつでも、ほかの数でもみつけたきまりはあっているのだろうか？	・課題のつかみにくい児童には、具体的に「４や５の数以外でも予想したきまりはあっているかな。」と、補助発問を行う。 ・「関係器」で具体的に操作させたり、図や言葉を使ったりして、課題が解決できるよう机間指導を行う。
４　あっているかどうかを話し合う。	【あっている】 ・７や８で割ってもあまりが、７や８にならない。 ・４人で分ける時、４こあまると、さらに１こずつ配れるから。 ・割る数と同じ数だけあまると、さらにもう１こずつ配れるから、割る数はあまりより大きくならない。 【あっていない】 ・全部の数を確かめられないから、いつでもとは言えない。	・あっているか、いないかどうかの判断をまず言わせ立場をはっきりした上で、理由を説明させる。 ・「関係器」で具体的に操作させたり、ホワイトボードに操作を図で書かせたりしながら言葉で説明させていく。 ・【あっていない】立場をとる児童がいない場合、教師が【あっていない】立場をとり、児童の思考をゆさぶることで、きまりの一般化を促す。 ・一般化に至りにくい場合「なぜ割る数とあまりは等しくはならないのだろうか。例えば４で割った時あまりが４、５で割った時あまりが５にどうしてならないのだろうか。」と関係器を見せながら補助発問を行い、一般化を促す。 ・一般化につながる児童の考え方を評価し、「割る数はあまりより大きい」で一般化し、帰納的にきまりとしてまとめる。
５　51 ÷ 6 ＝ 7 あまり 9 の正誤を判断する。	○ 51 ÷ 6 ＝ 7 あまり 9 は正しいでしょうか？計算しなくても答えられますか。 ・計算すると正しくない。 ・割る数より、あまりが大きいからおかしい。	・見つけたきまりを活用し、割る数とあまりの大きさを比較することで、正誤の判断が行えることを理解させる。 ・割る数とあまりの大きさに注目できた児童を評価する。 ・児童の理解の様子を確かめ、必要に応じて、練習を行う。 ・割る数より、あまりが大きいことから、発展的な１２０　÷２３＝４あまり２８のようなな未習の計算　÷２位数でも、きまりをもとに間違いであることを判断させ、みつけたきまりの良さに気づかせる。