

氏 名 王 美

授与した学位 博士

専攻分野の名称 理学

学位授与番号 博甲第3739号

学位授与の日付 平成20年 9月30日

学位授与の要件 自然科学研究科数理電子科学専攻

(学位規則第5条第1項該当)

学位論文の題目 Derivations and local derivations of a matrix algebra over a commutative ring

(可換環上の行列代数の導分と局所導分)

論文審査委員 教授 吉野 雄二 教授 山田 裕史 教授 中村 博昭

学位論文内容の要旨

In this thesis, we obtain the following results:

1. Any local derivation of a matrix algebra $N_n(R)$ over a commutative integral domain R can be expressed in explicit form if $2 \leq n \leq 4$, where $N_n(R)$ denotes the subalgebra consisting of all $n \times n$ strictly upper triangular matrices over R . To be more precise, let R be an integral domain and let n be an integer with $2 \leq n \leq 4$. Then we can prove that any local derivation of $N_n(R)$ can be written as a sum of 6 types of explicit local derivations; i.e. an inner derivation, a diagonal derivation, a central derivation, an extensible local derivation, a local central derivation, and a contractible local derivation.
2. Generalizing the notion of derivations to more general ones, we introduce the notion of SZ-derivations, PZ-derivations and S-derivations for $N_n(R)$. And we succeeded to obtain the explicit form of all such generalized derivations.
3. We characterize all the derivations of the subalgebras of $gl(n, R)$ containing $D_n(R)$. In fact, they can be described as L_Φ by using a flag Φ of ideals of R . Then every derivation of L_Φ may be uniquely written as a sum of 3 types of explicit derivations, i.e. an inner derivation, a transpose derivation and a ring derivation.

論文審査結果の要旨

本論文では次のことが示されている。ただし、以下では R を可換整域とし、 $N_n(R)$ で R 上 n 次の狭義上半三角行列環を表す。

(1) $2 \leq n \leq 4$ のとき、 $N_n(R)$ の全ての局所導分(local derivation) の具体的表記を完全に得た。もっと詳しく言えば、全ての局所導分は 3 種類の導分 (an inner derivation, a diagonal derivation, a central derivation) および本論文で新しく定義された 3 種類の局所導分 (an extensible local derivation, a local central derivation, a contractible local derivation) の和で表されることが証明されている。

(2) $N_n(R)$ の導分を一般化して、SZ-derivations, PZ-derivations, S-derivations の概念を導入した。さらに、 $N_n(R)$ 上のそれらの一般化された導分の具体的表記を完全に得た。

(3) R 上の全行列環の部分環で全ての対角行列を含むようなものは、 R のイデアルの flag によって特徴付けることができることを示した。さらに、このことを利用してこのような部分環上の導分を具体的に表記する方法を開発した。詳しく言えば、イデアルの flag を使って、transpose derivation および ring derivation という 2 種の導分を定義し、任意の導分はこれら 2 種の導分と inner derivation との和として一意的に表記できることを示した。

以上の本論分の結果は、 $N_n(R)$ または一般の全行列環の部分環の導分及び局所導分に関する基本的結果であるという。学位論文発表会の結果を踏まえて、本申請論文が学位に値すると判断する。