

粘弾性モデルを用いた着地衝撃シミュレーション

小久保雅仁*・佐々木 徹†

Simulations of Heel Impact by Viscoelastic Models

Masahito KOKUBO and Toru SASAKI

(Received January 9, 2000)

The purpose of this study is to make some body models with viscoelastic model, to simulate the heel impact and to obtain the ground reaction force. In this paper, we build up body models of linear viscoelastic elements and mass elements to simulate heel impact. Here we consider the systems of linear differential equations numerically for the preparation of mathematical analysis in future. The simplest model with two mass elements is hardly able to simulate the heel impact if the rate of mass of elements is realistic. The models with more elements are suitable to simulate for actual rate of weight of body segments. The model with three mass elements makes it possible to guess the force to each body segment.

Keywords: Running, Heel Impact, Viscoelastic Model, Biomechanics

1 はじめに

走行中には床から何らかの反力(衝撃力)を受ける。しかし、その衝撃が原因で身体に障害を受ける場合も少なくない。そこでその衝撃を減らすために、シューズ等による衝撃吸収力が求められる。そして衝撃吸収力の評価には、官能評価や機器を用いたいくつかの手法がある。しかしシューズが身体に与える影響を評価するには、シューズに関わる力の解析が必要とされるであろう。牛山 [1], 小林 [4] は、2つの質量要素を非線形弾性要素及び、粘性要素と組み合わせて、着地衝撃をシミュレートしている。本稿では、今後の数学的解析を考慮し、線形粘弾性要素のみを用いたモデルを作成し解析する。また、線形モデルでより現実的な結果を得るために、質量要素を3つにしたモデルについても解析する。

本稿では [1], [3], [4] で用いられた身体モデル及び、それらを変更したモデルを使用する。

2 着地衝撃

着地衝撃とは、走行中、身体が床(地面)から受ける力のことをいう。そして身体に受ける着地衝撃の経過時間による変化の実測値を示したものが Fig.1 で

ある。

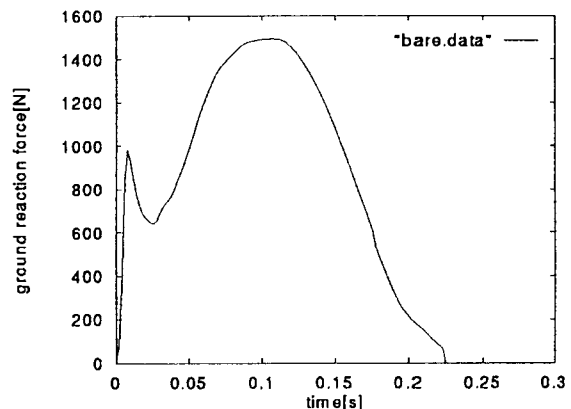


Fig.1 Ground reaction force from force platform in experiment.

一般的に着地にかかる時間は 0.3[s] 以下であり、水平方向の速度が速くなればなるほどその時間は短くなる。また着地衝撃の波形 (Fig.1) には、2つの山が表れる。その前方の山は、着地の際、最初に下肢が床と衝突することにより生じているものである。この着地直後の衝撃は、制御が難しい。そのため、この部分の衝撃を受動的衝撃という ([4])。

そして、後方の山は床と衝突後、下肢の筋力による荷重の制御や、身体重心の制御、推進に関わるエネルギーの生成を行ったための反作用として生じたもので

*岡山大学大学院自然科学研究科環境システム学専攻
†岡山大学環境理工学部環境数理学科

ある。この時、下肢により運動を制御しやすい状態にあるため、運動の技術的要因に関係が深い。この部分の衝撃を能動的衝撃という。

3 実走実験

実験試技は、身長 1.7[m]、体重 64.0[kg] の男性が、速度 2.0[m/s] 前後のランニングを裸足で行った。

スタート地点から約 5.0[m] の距離をおいた所にフォースプレートを設置し、そこを走り抜ける。その時、着地する下肢は効き足の右足とした。このフォースプレートは、鉛直方向の成分である床反力を 0.002[s] 間隔で測定することができる。こうして、得られた実走実験の波形を Fig.1 に示す。

4 身体モデル

着地衝撃は下肢と床の衝突と、その後の下肢の筋力の働きによる。また、その波形は異なる 2 つの周期の波が合成されたものになっている。そこで、身体モデルでは、身体の質量を表す要素を、下肢部分を除く身体の質量 m_1 と下肢部分の質量 m_2 として考える ([1], [4])。

次に、その質量要素 m_1 と m_2 をつなぐ要素を考える。身体は主に骨や筋肉、腱、靭帯等で構成されており、筋肉が弾性的な役割を果たすと共にエネルギーを生成、吸収、貯蓄する性質を持っている。そこで、 m_1 の下部に弾性要素 (弾性力は変位に比例する) と粘性要素 (粘性力は速度に比例する) を並列につなぐモデルを考える。そしてその弾性定数を k_1 、粘性定数を c_1 とする (身体上部モデル, Fig.2 (a))。これらの粘弾性要素は、変形と回復が徐々に達成されるような挙動を示す (Voigt モデル, [5])。

さらに、質量要素 m_2 以下のモデルを考え、これを身体上部モデルの下部に直列につないだいくつもの身体モデルを作成する。

4.1 身体モデル I - 体重 72.5[kg]-

最初は簡単なモデルとして、質量要素 m_2 と床を 1 つの弾性要素 (弾性力は変位に比例する) でつなぎ、その弾性定数を k_2 とする (Fig.2 (b))。そして、これを身体上部モデルと直列につないだモデルを考える (身体モデル I, Fig.2 (c))。身体モデル I において、弾性定数 k_2 をもつ要素の及ぼす力が変位の 3 乗に比例するとしたモデルは、牛山 [1] において論じられている。しかし、本稿の身体モデルには全て線形の弾性要素、粘性要素を用いる。これは、数学的なアプローチの準備と線形モデルを用いてどの程度シミュレーションできるかを考察するためである。

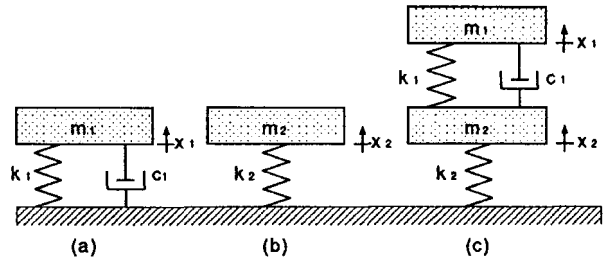


Fig.2 Upper body-model, lower body-model and body-model I.

そして、質量要素 m_1, m_2 の変位を x_1, x_2 とし、それぞれの質量要素が静止してつりあいの状態にある位置を原点とする。ただし x_1, x_2 は鉛直上向きを正の向きとする。粘弾性定数 (k_1, k_2, c_1) をもつ各粘弾性要素が質量要素に及ぼす力をそれぞれ、

$$F_{k_1} = -k_1(x_1 - x_2), \quad (1)$$

$$F_{k_2} = -k_2x_2, \quad (2)$$

$$F_{c_1} = -c_1\left(\frac{dx_1}{dt} - \frac{dx_2}{dt}\right) \quad (3)$$

とし、質量要素 m_1, m_2 が受ける力を、

$$F_{m_1} = F_{k_1} + F_{c_1}, \quad (4)$$

$$F_{m_2} = F_{k_2} - F_{k_1} - F_{c_1} \quad (5)$$

とすれば、質量要素 m_1, m_2 のみたす運動方程式は、

$$F_{m_1} = m_1 \frac{d^2x_1}{dt^2}, \quad (6)$$

$$F_{m_2} = m_2 \frac{d^2x_2}{dt^2} \quad (7)$$

となる。したがって (1) ~ (7) の関係から運動方程式は、

$$m_1 \frac{d^2x_1}{dt^2} = -k_1(x_1 - x_2) - c_1\left(\frac{dx_1}{dt} - \frac{dx_2}{dt}\right), \quad (8)$$

$$m_2 \frac{d^2x_2}{dt^2} = -k_2x_2 + k_1(x_1 - x_2) + c_1\left(\frac{dx_1}{dt} - \frac{dx_2}{dt}\right) \quad (9)$$

と書き直せる。

初めに、初期値と粘弾性定数は牛山 [1] を参考にして、

$$x_1(0) = x_2(0) = 0[m],$$

$$\left.\frac{dx_1}{dt}\right|_{t=0} = \left.\frac{dx_2}{dt}\right|_{t=0} = -1.5[m/s],$$

$$m_1 = 70.0[kg], \quad m_2 = 2.5[kg],$$

$$k_1 = 1.8 \times 10^4[N/m], \quad k_2 = 1.0 \times 10^5[N/m],$$

$$c_1 = 4.0 \times 10^2[Ns/m] \quad (10)$$

とする。牛山 [1] の被験者の体重と本稿セクション 3 の被験者の体重は異なるが、セクション 4.2 で質量要

素 m_1, m_2 の運動を考察するため, (10) の初期値と粘弾性定数を用いて床反力を計算する. ただし, このモデルにおける床反力は床に及ぼす力 (2) である. その結果を Fig.3 (“simulation-1”) に示す.

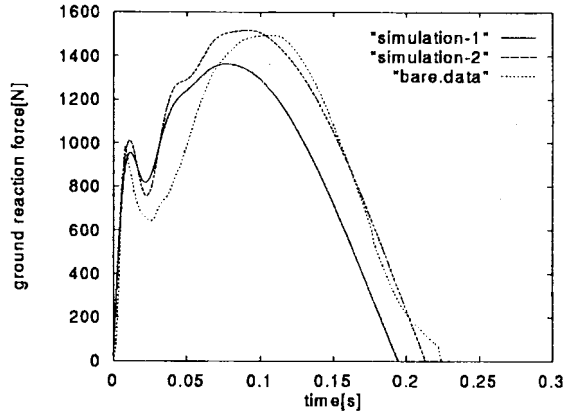


Fig.3 The comparison between a actual measurement (bare.data), a simulation with constant (10) (simulation-1) and a simulation with constant (11) (simulation-2).

(10) の初期値と粘弾性定数からでは, 実走実験の波形の受動的衝撃部分を一致させることは出来ても, 能動的衝撃部分の頂点と, 床反力が 0 になる時刻を一致させることはできない.

そこで, その能動的衝撃部分の頂点と, 床反力が 0 になる時刻を実走実験の結果と一致させるために, 粘弾性定数の中の 1 つだけを変化させ, その様子を見る. k_1 を大きくすると能動的衝撃の最大値が大きくなり (Fig.4), k_2 を大きくすると受動的衝撃の最大値が大きくなり (Fig.5), c_1 を大きくすると受動的衝撃と能動的衝撃の間の谷が小さくなる (Fig.6). これらの粘弾性定数と床反力の関係から, 床反力が 0 になる時刻を実走実験の波形に一致させるためには, k_1 を小さく, または k_2 を小さく, または c_1 を小さくする必要がある. しかし, k_2 を小さくすると受動的衝撃部分の床反力が大きくなりすぎる. これらのことを考慮し k_1, c_1 を調節して床反力が 0 になる時刻と, 受動的衝撃と能動的衝撃間の谷の部分を一一致させる. しかし, このようにして得られたシミュレーションの波形は能動的衝撃部分の頂点が実走実験の波形よりも小さくなってしまう.

そこでこの部分を一致させるために, m_1, m_2 の一方の初速度を 0 とし, 初速度と床反力の関係を見る (Fig.7). m_1 に与えられる初速度は主に能動的衝撃に, m_2 に与えられる初速度は主に受動的衝撃に影響を与えるとみられる. また, 線形方程式 (8), (9) の解は, 初速度が定数倍されれば解も定数倍されるため, その解から得られる床反力 (2) も同様に定数倍された床反力が得られる. そして方程式の線形性から, “simulation-1” は Fig.7 の

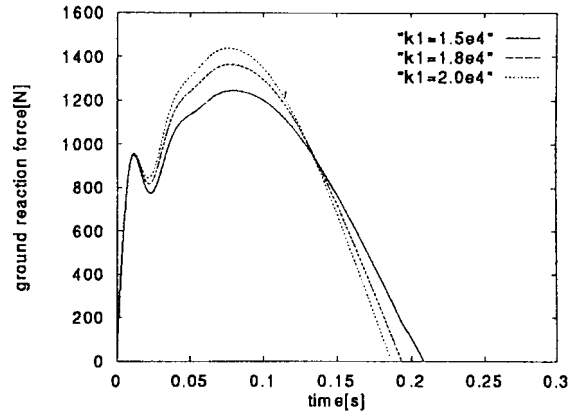


Fig.4 The larger constant k_1 is, the larger max value of active impact is.

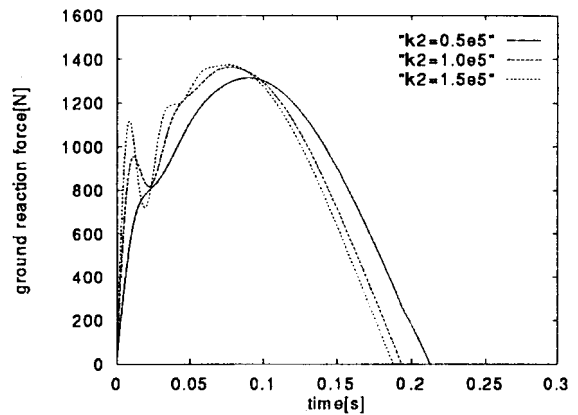


Fig.5 The larger constant k_2 is, the larger max value of passive impact is.

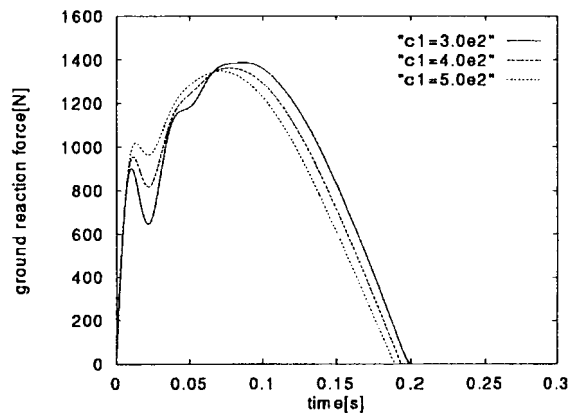


Fig.6 The larger constant c_1 is, the smaller influence of passive impact is.

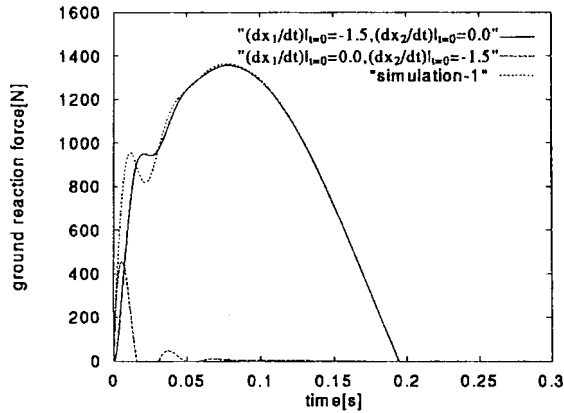


Fig.7 "simulation-1" is obtained by combining the solution with " $(dx_1/dt)|_{t=0} = -1.5, (dx_2/dt)|_{t=0} = 0.0$ " and " $(dx_1/dt)|_{t=0} = 0.0, (dx_2/dt)|_{t=0} = -1.5$ ".

" $(dx_1/dt)|_{t=0} = -1.5, (dx_2/dt)|_{t=0} = 0.0$ " に対する解と " $(dx_1/dt)|_{t=0} = 0.0, (dx_2/dt)|_{t=0} = -1.5$ " に対する解の重ね合わせと考えることができる。受動的衝撃または能動的衝撃部分の頂点を一致させる場合は、一致させたい方の初速度を変えればよいことがわかる。

以上のことを考慮して、最終的に得られた一致度の高い初期値と粘弾性定数は、

$$\begin{aligned} x_1(0) &= x_2(0) = 0[m], \\ \frac{dx_1}{dt}\Big|_{t=0} &= -1.8[m/s], \quad \frac{dx_2}{dt}\Big|_{t=0} = -1.5[m/s], \\ m_1 &= 70.0[kg], \quad m_2 = 2.5[kg], \\ k_1 &= 1.5 \times 10^4[N/m], \quad k_2 = 1.0 \times 10^5[N/m], \\ c_1 &= 3.0 \times 10^2[Ns/m] \end{aligned} \quad (11)$$

である。この値 (11) を用いてシミュレーションした結果を Fig.3 ("simulation-2") に示す。

(11) の初期値と粘弾性定数を用いて床反力が 0 になる時刻と、受動的衝撃の床反力の波形をほぼ一致させることができる。能動的衝撃に関しては、初期値を変化させることにより最大値を制御できる。そしてその最大値を表す時刻を一致させるためには粘弾性定数 k_1, k_2, c_1 のいずれかを小さくすればよい。しかし、その影響で実走実験の波形とシミュレーションの波形にずれが生じる。よって完全なる一致は難しいが、床反力の波形をある程度一致させることは可能である。

なお、式 (10) で用いた初速度は、重心の移動距離から自由落下を仮定し算出した値である。初速度は本来、実験によって測定すべきではあるが、現段階では実験データは入手できなかった。ここでは、この身体モデル I で一致度の高い結果を得るように、初速度も変えてシミュレーションを行った。各身体部分の初速度に関しての詳細は、今後の課題としたい。

4.2 身体モデル I -体重 72.5[kg]- の考察

ここで、質量要素 m_1 と m_2 の運動の様子を知るため、各質量要素が互いに影響を与えずに運動をしたとする。その身体モデル I は身体上部モデル (Fig.2 (a)) とその下部部分 (Fig.2 (b)) に分けて考えることができる。この時、初期値、粘弾性定数、質量要素は (11) とする。

仮に粘性定数が 0 であるとする、質量要素の固有角振動数は、

$$\omega_{01} = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} \cong 14.6[\text{rad/s}], \quad (12)$$

$$\omega_{02} = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} \cong 200[\text{rad/s}]$$

となる。

まず、質量要素 m_1 の変位を x_1 とし、質量要素が静止してつりあいの状態にある位置を原点、鉛直上向きを正の向きとする。この質量要素 m_1 に関する運動方程式を先程と同様の方法で求めると、

$$m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} = -k_1 x_1 - c_1 \frac{dx_1}{dt}$$

となる。あるいは、少し書き直して、

$$\frac{d^2 x_1}{dt^2} + 2\gamma \frac{dx_1}{dt} + \omega_{01}^2 x_1 = 0, \quad (13)$$

$$\gamma = \frac{c_1}{2m_1} \cong 2.14 \quad (14)$$

となる。ここで (11) における初期値を、

$$x_1(0) = 0[m], \quad \frac{dx_1}{dt}\Big|_{t=0} = -1.8[m/s]$$

$$(\text{ただし } \bar{v}_1 = \frac{dx_1}{dt}\Big|_{t=0} \text{ とする})$$

と与えた時の (13) の解は、

$$x_1 = \frac{\bar{v}_1}{\bar{\omega}_1} e^{-\gamma t} \sin(\bar{\omega}_1 t), \quad (15)$$

$$\bar{\omega}_1 = \sqrt{\omega_{01}^2 - \gamma^2} \cong 14.5[\text{rad/s}] \quad (16)$$

となる。その質量要素 m_1 の変位 (15) と、シミュレーションから得られる m_1 の変位 x_1 ("x_1.data") と、弾性定数 k_1 をもつ粘弾性要素の伸縮 $x_1 - x_2$ ("x_1-x_2.data") を比較したものが Fig.8 である。質量要素 m_1 が 1 往復の運動に要する時間を T_1 (周期) とすれば、(16) より、

$$T_1 = \frac{2\pi}{\bar{\omega}_1} \cong 0.433[s] \quad (17)$$

となる。

(15) の変位 $x_1 = (-1.8e^{-2.14t} \sin(14.5t))/14.5$ と Fig.8 の "x_1-x_2.data" を比較すると質量要素 m_1

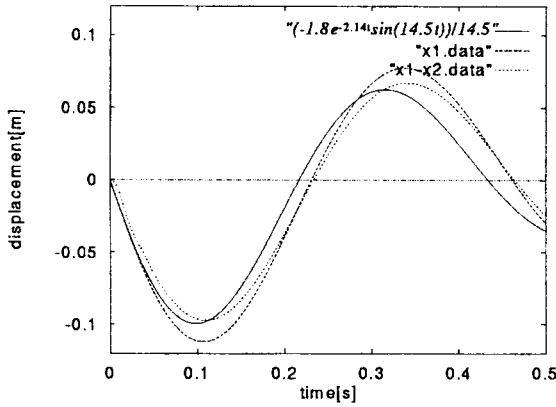


Fig.8 The comparison of displacement x_1 .

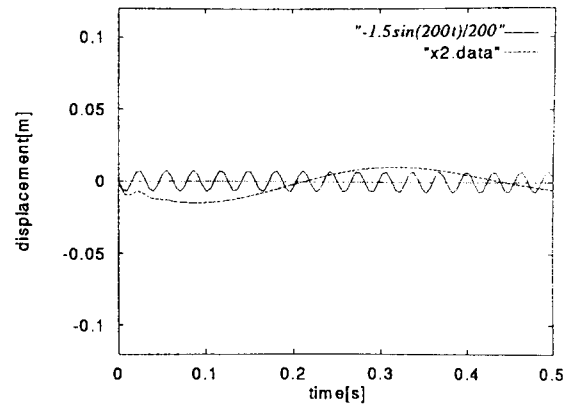


Fig.9 The comparison of displacement x_2 .

の変位はほぼ一致しており、質量要素 m_1 の運動する周期の半分 ($t = T_1/2$) と能動的衝撃の起こる時間 (Fig.1) がほぼ一致している。

次に、質量要素 m_2 の変位を x_2 とし、質量要素が静止してつりあいの状態にある位置を原点、鉛直上向きを正の向きとする。この質量要素 m_2 に関する運動方程式を先程と同様の方法で求めると、

$$m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} = -k_2 x_2 \quad (18)$$

となる。ここで、(11) と同様に、

$$x_2(0) = 0[m], \quad \left. \frac{dx_2}{dt} \right|_{t=0} = -1.5[m/s]$$

(ただし $\bar{v}_2 = \left. \frac{dx_2}{dt} \right|_{t=0}$ とする)

と初期値を与えた時の (18) の解は、

$$x_2 = \frac{\bar{v}_2}{\omega_{02}} \sin(\omega_{02}t) \quad (19)$$

となる。その質量要素 m_2 の変位 (19) とシミュレーションから得られる m_2 の変位 x_2 を比較したものを Fig.9 に示す。質量要素 m_2 が 1 往復の運動に要する時間を T_2 (周期) とすれば、(12) より、

$$T_2 = \frac{2\pi}{\omega_{02}} \cong 0.03[s] \quad (20)$$

となる。

Fig.9 によると、運動の初期 ($t = T_2/2$) には質量要素 m_2 がほぼ独立して運動をしている。しかし時間が経過すると、質量要素 m_2 の周期が質量要素 m_1 のものとほぼ等しくなっていることがわかる。質量要素 m_1 の運動に大きく影響を受けているようである。また、質量要素 m_2 の周期の半分 ($t = T_2/2$) と受動的衝撃の時間 (Fig.1) もほぼ一致している。

4.3 身体モデル I-体重 64.0[kg]-

これまでの質量要素は、宮地 [1] の $m_1 = 70.0[kg]$, $m_2 = 2.5[kg]$ として考えてきたが、セクション 3 の被

験者の体重が 64.0[kg] であることから、(11) の質量要素と等比になるように、

$$m_1 = 61.8[kg], \quad m_2 = 2.2[kg] \quad (21)$$

とする。(21) の質量要素に対して (11) の粘弾性定数を用いて計算すると、実走実験の波形とはかけ離れた結果を得る。そのため粘弾性定数をこの質量要素にあわせて変える必要がある。床反力が 0 になる時刻を合わせるため、 m_1, m_2 の固有角振動数を考える。(12), (14) より粘弾性定数を算出し、

$$\begin{aligned} x_1(0) = x_2(0) &= 0[m], \\ \left. \frac{dx_1}{dt} \right|_{t=0} &= -1.8[m/s], \quad \left. \frac{dx_2}{dt} \right|_{t=0} = -1.5[m/s], \\ m_1 &= 61.8[kg], \quad m_2 = 2.2[kg], \\ k_1 &= 1.3 \times 10^4[N/m], \quad k_2 = 8.8 \times 10^4[N/m], \\ c_1 &= 2.6 \times 10^2[Ns/m] \end{aligned} \quad (22)$$

を得る。そして (22) の初期値と粘弾性定数を用いてシミュレーションした結果を Fig.10 (“simulation-3”) に示す。

Fig.10 (“simulation-3”) によると、受動的衝撃の最大値、能動的衝撃の最大値とその時刻は実走実験の波形と異なっている。その差を小さくするために $(dx_1/dt)|_{t=0}$ を大きくして両衝撃の最大値を合わせ、 c_1 を小さくして能動的衝撃の最大値を示す時刻を遅らせる。そして最終的に得られた一致度の高い値は、

$$\begin{aligned} x_1(0) = x_2(0) &= 0[m], \\ \left. \frac{dx_1}{dt} \right|_{t=0} &= -2.0[m/s], \quad \left. \frac{dx_2}{dt} \right|_{t=0} = -1.5[m/s], \\ m_1 &= 61.8[kg], \quad m_2 = 2.2[kg], \\ k_1 &= 1.3 \times 10^4[N/m], \quad k_2 = 8.8 \times 10^4[N/m], \\ c_1 &= 2.3 \times 10^2[Ns/m] \end{aligned} \quad (23)$$

である。また、(23) の初期値と粘弾性定数を用いてシミュレーションした結果を Fig.10 (“simulation-4”) に示す。

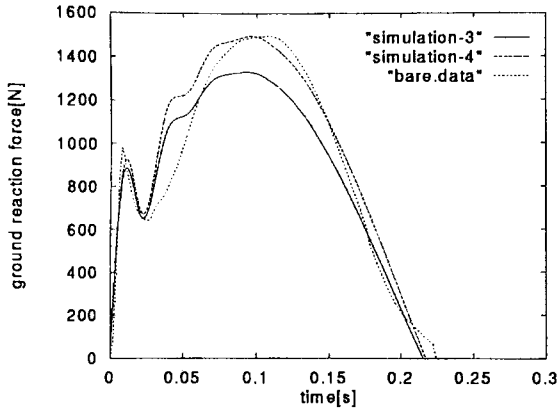


Fig.10 The comparison between a actual measurement (bare.data), a simulation with constant (22) (simulation-3) and a simulation with constant (23) (simulation-4).

(23) の初期値と粘弾性定数を用いて床反力の波形をほぼ一致させることができる。

しかし本来, 身体の下腿部 (膝以下の部分) の質量は, 片方で体重の 7.25% 程度といわれている ([2]). そのため, 質量要素 $m_2 = 2.2[kg]$ としたモデルでは, ふくらはぎより下の部分の質量を想定していることになる。そこで質量要素 m_2 が被験者の体重の 7.25% 程度になるように質量要素を,

$$m_1 = 59.4[kg], \quad m_2 = 4.6[kg] \quad (24)$$

とする。これも先程と同様に (12), (14) より粘弾性定数を算出し,

$$\begin{aligned} x_1(0) &= x_2(0) = 0[m], \\ \frac{dx_1}{dt} \Big|_{t=0} &= -1.8[m/s], \quad \frac{dx_2}{dt} \Big|_{t=0} = -1.5[m/s], \\ m_1 &= 59.4[kg], \quad m_2 = 4.6[kg], \\ k_1 &= 1.3 \times 10^4[N/m], \quad k_2 = 1.8 \times 10^5[N/m], \\ c_1 &= 2.3 \times 10^2[Ns/m] \end{aligned} \quad (25)$$

を得る。そして (25) の初期値と粘弾性定数を用いてシミュレーションした結果を Fig.11 (“simulation-5”) に示す。

Fig.11 (“simulation-5”) において, 床反力の波形全体に大きな振動が見られる。これは, 質量要素 m_2 のウエイトが大きくなり, その影響が現れたと考えられる。そこで少しでも余分な振動を減らすために, 初速度を,

$$\frac{dx_1}{dt} \Big|_{t=0} = -2.0[m/s], \quad \frac{dx_2}{dt} \Big|_{t=0} = -0.2[m/s] \quad (26)$$

(他の値は (25) と同じとする)

と変化させてみる。また (26) の初期値と粘弾性定数を用いてシミュレーションした結果を Fig.11 (“simulation-6”) に示す。

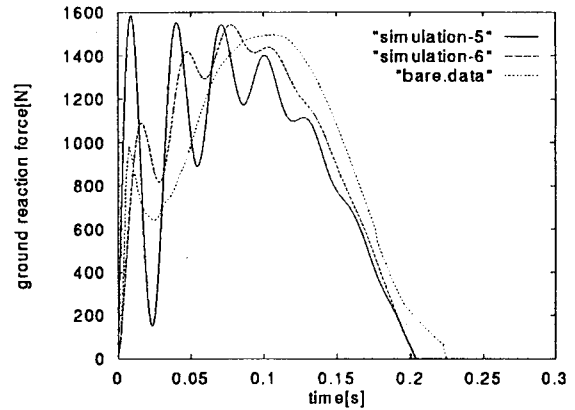


Fig.11 The comparison between a actual measurement (bare.data), a simulation with constant (25) (simulation-5) and a simulation with constant (26) (simulation-6).

それでもわずかに余分な振動が残っている。そして, 質量要素 m_2 の初速度が極端に遅くなっている。このことは, 非常に現実の走行とはかけ離れている。さらに, 質量要素 m_1 から m_2 に質量が移ると, より振動部分が多くなるのでこのモデルでは実走実験の波形と一致させることができないと考えられる。

4.4 身体モデル II

次に質量要素 m_2 の下部に弾性定数 k_2 をもつ弾性要素と粘性定数 c_2 をもつ粘性要素を並列につなぎ, さらにその下部に弾性定数 k_3 をもつ弾性要素を直列につなぐ。そしてこれを身体上部モデルと直列につないだモデルを考える (身体モデル II, Fig.12 (a)).

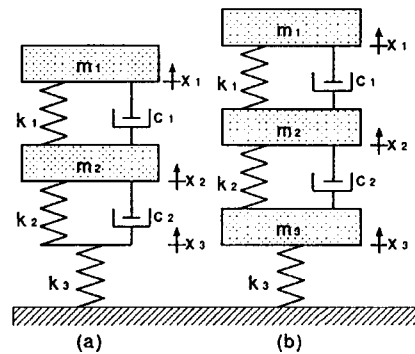


Fig.12 Body-model II and body-model III.

セクション 4.1 と同様に質量要素 m_1, m_2 の変位を x_1, x_2 , 並列につなされた粘弾性要素とその下部にある弾性要素の接続点の変位を x_3 とし, それぞれの質量要素と接続点が静止してつりあいの状態にある位置を原点とする。ただし, x_1, x_2, x_3 は鉛直上向きを正の向きとする。また, それぞれの粘弾性要素と質量要素の力の関係より質量要素 m_1, m_2 のみたす運動

方程式と弾性要素が床に及ぼす力はそれぞれ、

$$m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} = -k_1(x_1 - x_2) - c_1 \left(\frac{dx_1}{dt} - \frac{dx_2}{dt} \right), \quad (27)$$

$$m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} = -k_2(x_2 - x_3) - c_2 \left(\frac{dx_2}{dt} - \frac{dx_3}{dt} \right) + k_1(x_1 - x_2) + c_1 \left(\frac{dx_1}{dt} - \frac{dx_2}{dt} \right), \quad (28)$$

$$F_{k_3} = -k_3 x_3 = -k_2(x_2 - x_3) - c_2 \left(\frac{dx_2}{dt} - \frac{dx_3}{dt} \right) \quad (29)$$

となる。ただし、床反力は(29)から得られる。小林[4]は $F_{k_3} = -k_3 x_3$ として計算をしているが、ここでは線形の弾性要素を用いる。

質量要素 m_2 が身体の下腿部と考えると、それぞれの質量要素は、

$$m_1 = 59.4[\text{kg}], \quad m_2 = 4.6[\text{kg}] \quad (30)$$

となる。(12), (14)より身体上部モデルの粘弾性定数を算出し、これを基に初期値と他の粘弾性定数を変化させながら数値実験を繰り返し、一致度の高い定数を決定する。そして最終的に得られた一致度の高い値は、

$$\begin{aligned} x_1(0) = x_2(0) = 0[\text{m}], \\ \frac{dx_1}{dt} \Big|_{t=0} = -2.0[\text{m/s}], \quad \frac{dx_2}{dt} \Big|_{t=0} = -1.9[\text{m/s}], \\ m_1 = 59.4[\text{kg}], \quad m_2 = 4.6[\text{kg}], \\ k_1 = 1.3 \times 10^4[\text{N/m}], \quad k_2 = 7.0 \times 10^4[\text{N/m}], \\ k_3 = 1.0 \times 10^6[\text{N/m}], \quad c_1 = 1.8 \times 10^2[\text{Ns/m}], \\ c_2 = 2.5 \times 10^2[\text{Ns/m}] \end{aligned} \quad (31)$$

である。この(31)の初期値と粘弾性定数を用いてシミュレーションした結果を Fig.13 (“simulation-7”) に示す。

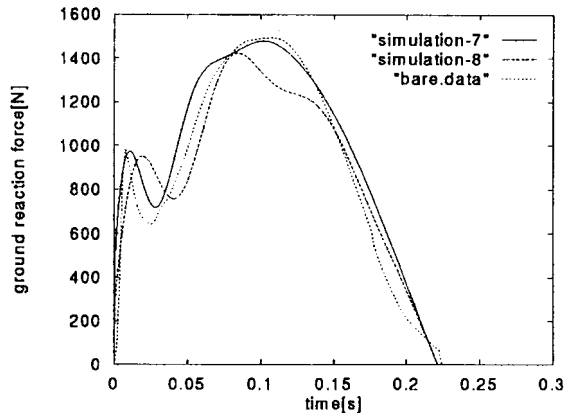


Fig.13 The comparison between a actual measurement (bare.data), a simulation with constant (31) (simulation-7) and a simulation with constant (32) (simulation-8).

(31)の初期値と粘弾性定数を用いて床反力の波形をほぼ一致させることができる。しかし、質量要素

m_2 が大腿部の質量 (身体の質量の 0.1%, 6.4[kg]) を含んだ場合、床反力の波形を一致させることは難しい Fig.13 (“simulation-8”)。その理由として、質量要素 m_2 の与える影響が時間的に長くなり、その影響を粘弾性要素で抑えることができないことが考えられる。ただし “simulation-8” の初期値と粘弾性定数は、

$$\begin{aligned} x_1(0) = x_2(0) = 0[\text{m}], \\ \frac{dx_1}{dt} \Big|_{t=0} = -2.0[\text{m/s}], \quad \frac{dx_2}{dt} \Big|_{t=0} = -0.8[\text{m/s}], \\ m_1 = 53.0[\text{kg}], \quad m_2 = 11.0[\text{kg}], \\ k_1 = 1.1 \times 10^4[\text{N/m}], \quad k_2 = 1.0 \times 10^5[\text{N/m}], \\ k_3 = 1.0 \times 10^6[\text{N/m}], \quad c_1 = 1.3 \times 10^2[\text{Ns/m}], \\ c_2 = 3.5 \times 10^2[\text{Ns/m}] \end{aligned} \quad (32)$$

とした。

4.5 身体モデル III

これまでは、下肢部分を 1 つの質量要素を用いてモデリングしてきたが、これを 2 つの要素 m_2, m_3 に分けたモデルを考える。質量要素 m_2 の下部に弾性定数 k_2 をもつ弾性要素と粘性定数 c_2 をもつ粘性要素を並列につなぐ。さらにその下部に、質量要素 m_3 をおき、 m_3 と床を弾性定数 k_3 をもつ弾性要素でつなぐ。そして、これを身体上部モデルと直列につないだモデルを考える (身体モデル III, Fig.12 (b))。

セクション 4.1 と同様に質量要素 m_1, m_2, m_3 の変位を x_1, x_2, x_3 とし、それぞれ質量要素が静止してつりあいの状態にある位置を原点とする。ただし、 x_1, x_2, x_3 は鉛直上向きを正の向きとする。また、それぞれの粘弾性要素と質量要素の力の関係より質量要素 m_1, m_2, m_3 のみたす運動方程式はそれぞれ、

$$m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} = -k_1(x_1 - x_2) - c_1 \left(\frac{dx_1}{dt} - \frac{dx_2}{dt} \right), \quad (33)$$

$$m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} = -k_2(x_2 - x_3) - c_2 \left(\frac{dx_2}{dt} - \frac{dx_3}{dt} \right) + k_1(x_1 - x_2) + c_1 \left(\frac{dx_1}{dt} - \frac{dx_2}{dt} \right), \quad (34)$$

$$m_3 \frac{d^2 x_3}{dt^2} = -k_3 x_3 + k_2(x_2 - x_3) + c_2 \left(\frac{dx_2}{dt} - \frac{dx_3}{dt} \right) \quad (35)$$

となる。ただし、床反力は $F_{k_3} = -k_3 x_3$ から得られる。質量要素 m_2 を大腿部、 m_3 を下腿部と考えるとそれぞれの質量要素は、

$$m_1 = 53.0[\text{kg}], \quad m_2 = 6.4[\text{kg}], \quad m_3 = 4.6[\text{kg}] \quad (36)$$

となる。

セクション 4.4 と同様に粘弾性定数を求める。そして最終的に得られた一致度の高い初期値と粘弾性定

数は,

$$\begin{aligned} x_1(0) = x_2(0) = 0[m], \quad \frac{dx_1}{dt} \Big|_{t=0} = -1.8[m/s], \\ \frac{dx_2}{dt} \Big|_{t=0} = \frac{dx_3}{dt} \Big|_{t=0} = -1.2[m/s], \\ m_1 = 53.0[kg], \quad m_2 = 6.4[kg], \quad m_3 = 4.6[kg], \\ k_1 = 2.0 \times 10^4[N/m], \quad k_2 = 4.0 \times 10^4[N/m], \\ k_3 = 1.0 \times 10^5[N/m], \quad c_1 = 2.0 \times 10^2[Ns/m], \\ c_2 = 2.5 \times 10^2[Ns/m] \end{aligned} \quad (37)$$

である。この (37) を用いてシミュレーションした結果を Fig.14 (“simulation-9”) に示す。

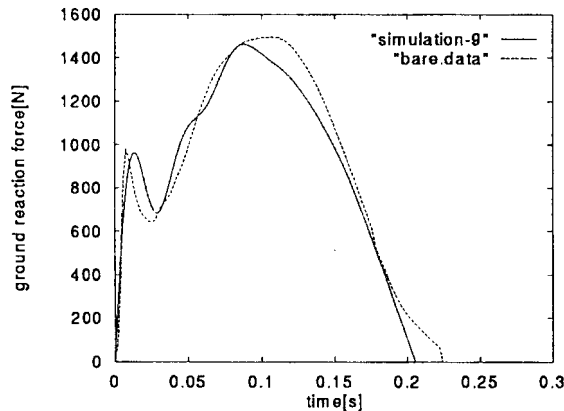


Fig.14 The comparison between a actual measurement (bare.data) and a simulation with constant (37) (simulation-9).

これは実走実験の波形とほぼ一致している。

ここで、この身体モデル III から、走行中に受ける反力及び発揮される各身体部分の力を推定し Fig.15 に示す。Fig.15 の各曲線は、

$$F_{k_1} + F_{c_1} = -k_1(x_1 - x_2) - c_1\left(\frac{dx_1}{dt} - \frac{dx_2}{dt}\right), \quad (38)$$

(上半身部分)

$$F_{k_2} + F_{c_2} = -k_2(x_2 - x_3) - c_2\left(\frac{dx_2}{dt} - \frac{dx_3}{dt}\right), \quad (39)$$

(大腿部分)

$$F_{k_3} = -k_3x_3 \quad (40)$$

(下腿部分以下)

を表している。各身体部分の受動的、能動的衝撃の最大値とその時刻にずれが生じている。また、上半身に受ける力には受動的衝撃の影響がほとんど生じないことがわかる。これより、筋内部で反力が緩和されるとともに、力の受渡しがうまく行われていると推測できる。

5 まとめ

2つの質量要素と3つの粘弾性要素を用いた身体モデル I では、[1] を参考に受動的、能動的衝撃の起

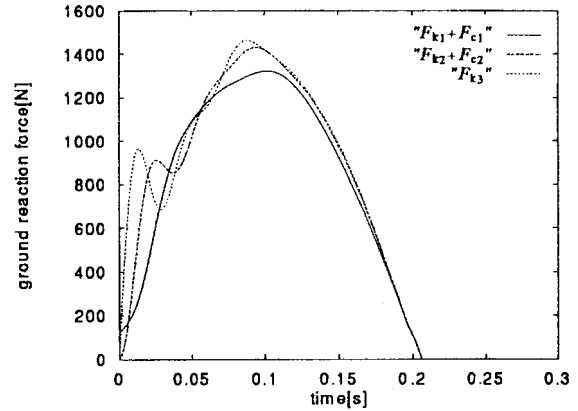


Fig.15 The estimation of force of some body-parts impacted and put in running.

こる周期に着目して、その周期と質量の関係から粘弾性定数を決定した。またその質量が $m_1 = 61.8[kg]$, $m_2 = 2.2[kg]$ の時、床反力の波形を一致させることができたが、実際に質量要素 m_2 が下腿部と同等の質量をもつように $m_1 = 59.4[kg]$, $m_2 = 4.6[kg]$ とした時には、床反力の波形を一致させることができなかった。

次に2つの質量要素と5つの粘弾性要素を用いた身体モデル II では、まず質量要素を $m_1 = 59.4[kg]$, $m_2 = 4.6[kg]$ とした。そして周期と質量の関係から身体上部モデルの粘弾性定数を算出し、これを基に他の粘弾性定数を決定した。このモデルでは粘弾性要素が増えたために、質量要素 m_2 に下腿部が含まれた場合 ($m_2 = 4.6[kg]$) でもシミュレーションすることができた。しかし、質量要素 m_2 が大腿部まで含んだ場合 ($m_2 = 11.0[kg]$) は、床反力の波形を一致させることができなかった。これには m_2 の運動が受動的衝撃部分の時間を越えるようになり、この影響を粘弾性要素で抑えることができなくなったことが考えられる。

また3つの質量要素と5つの粘弾性要素を用いた身体モデル III では、質量要素を $m_1 = 53.0[kg]$, $m_2 = 6.4[kg]$, $m_3 = 4.6$ とした。身体モデル II と同様の方法で粘弾性定数を決定し、床反力の波形を一致させることができた。そしてこのモデルから各身体部分に受ける力がある程度推定できると考えられる。

最後に、身体モデル II の各質量要素に与えられる初速度はほぼ同じであったのに対し、身体モデル I と身体モデル III の各質量要素に与えられる初速度には多少の差があった。これらの初速度の違いについては、実験で身体の運動を解析することにより、実際の運動に近い初速度を決定し、さらに身体モデル III の床と質量要素をつなぐ部分を、身体モデル II と同形に変更することで、よりよいシミュレーションの結果が得られると期待される。これは今後の課題としたい。

謝辞：本稿における実走実験は、(財)岡山県南部健康づくりセンターにおいて、川崎医療福祉大学医療技

術学部健康体育学科の宮川 健 講師に協力を得て行った。厚くお礼を申し上げたい。最後に日頃御指導をして頂いた石川 洋文 教授に感謝したい。

参考文献

- [1] 牛山, 小林, 宮地, ランニングにおける着地衝撃のシミュレーション, 第38回日本体育学会,(1987).
- [2] 金子 公宥, スポーツ・バイオメカニクス入門, 杏林書院,(1982).
- [3] 小久保 雅仁, 振動と波動の基礎研究と応用研究, 岡山大学環境理工学部環境数理学科卒業論文,(1999).
- [4] 小林 一敏, スポーツにおける身体の衝撃, 日本機械学会誌,(1987), 第90巻 第828号 p65-70.
- [5] 中川 鶴太郎, レオロジー, 岩波全書,(1978).