

# 接地境界層における鉛直風速およびスカラー量に関する モニン・オブコフ相似則

牛川希望\* 岩田 徹\*\* 大滝英治\*\*

## The Study of Monin-Obukhov Similarity of Vertical Wind Velocity and Scalar Quantities in the Atmospheric Surface Layer

Nozomi USHIKAWA\*, Toru IWATA\*\* and Eiji OHTAKI\*\*

(Received November 25, 2003)

Standard deviations for vertical wind velocity and scalar quantities, such as carbon dioxide,  $c$ , and water vapor,  $q$ , were analyzed on the basis of Monin-Obukhov similarity theory in the atmospheric surface layer. The correlation coefficient between scalar quantities  $c$  and  $q$ ,  $|R_{cq}|$ , was derived from the similarity functions and can be expressed as the ratio of  $B_q/B_c$  ( $B_q \leq B_c$ ), where parameter  $B$  is the value of the normalized standard deviation of carbon dioxide and water vapor at neutral conditions.

*Key words:* Monin-Obukhov similarity theory, Standard deviation, Correlation coefficient, Carbon dioxide, Water vapor

### 1 はじめに

野外観測期間中、気象要素のモニター記録には興味深い特徴が示されることがある。その典型的な例として、2003年8月1日12:00~12:05に水稻群落上で観測した鉛直風速変動 $w'$ 、二酸化炭素濃度変動 $c'$ 、水蒸気濃度変動 $q'$ の時間変化を図1に示す。 $c'$ と $q'$ は逆相関であるが非常によく似た変化を示し、 $w'$ と $c'$ 、 $w'$ と $q'$ の相関は、 $c'$ と $q'$ の相関ほどははっきりしていない。気象要素によって高い相関と低い相関が生じるのはなぜかという疑問を明らかにすることが今回の我々の研究動機である。

### 2 基本式

#### 2.1 二つのスカラー量の相関係数

我々はモニン・オブコフ相似則が成立することを仮定する。すなわち、気象要素の統計量 $F$ が、 $F$ と同じ次元を持つスケーリングパラメータ $F_*$ で規格化されるとき、 $F/F_*$ は大気の安定度によって一義的に決まると仮

定する。今、鉛直風速成分を $w$ 、スカラー量 $x$ の標準偏差を $\sigma_x$ 、摩擦速度を $u_* = (-\overline{w'u'})^{1/2}$ 、スケーリングパラメータを $x_* = (-\overline{w'x'})/u_*$ とすれば、 $\sigma_x/|x_*|$ は安定度のパラメータ $\zeta$ の普遍関数 $B_x\phi(\zeta)$ で表せる。ただし、 $\overline{\quad}$ は平均値、 $'$ は平均値からの偏差を表す。

$$\sigma_x/|x_*| = B_x\phi(\zeta) \quad (1)$$

ここで、 $B_x$ は定数である。 $x$ に二酸化炭素濃度 $c$ や水蒸気濃度 $q$ を代入すると、

$$\sigma_c/|c_*| = B_c\phi(\zeta) \quad (2)$$

$$\sigma_q/|q_*| = B_q\phi(\zeta) \quad (3)$$

となる。式(2)と式(3)を掛け合わせると式(4)が得られる。

$$\sigma_c\sigma_q/|c_*q_*| = B_cB_q[\phi(\zeta)]^2 \quad (4)$$

また、 $c$ と $q$ の相関係数 $|R_{cq}|$ は次式で定義される。

$$|R_{cq}| = \overline{c'q'}/(\sigma_c\sigma_q) \quad (5)$$

式(4)、(5)から、

$$\overline{c'q'}/|c_*q_*| = |R_{cq}|B_cB_q[\phi(\zeta)]^2 = B_{cq}[\phi(\zeta)]^2 \quad (6)$$

を得る。ただし、

\*岡山大学大学院自然科学研究科環境システム学専攻

\*\*岡山大学環境理工学部環境デザイン工学科

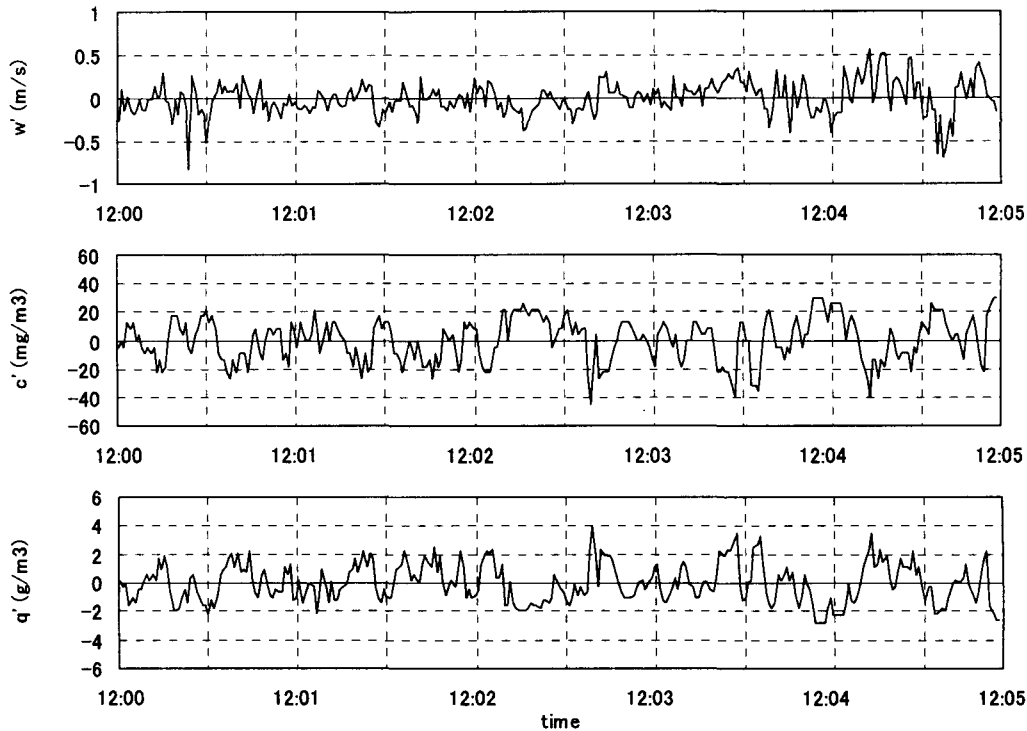


図1 水稻群落上で観測した鉛直風速変動 $w'$ 、二酸化炭素濃度変動 $c'$ 、水蒸気濃度変動 $q'$ のモニター記録  
観測日時：2003年8月1日12:00~12:05

$$|R_{cq}| = B_{cq} / (B_c B_q) \quad (7)$$

である。また、式(2)、(3)、(6)より、次の関係式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} [\phi(\zeta)]^2 &= [(\sigma_c / |c_*|) / B_c]^2 \\ &= [(\sigma_q / |q_*|) / B_q]^2 \\ &= [(\overline{c'q'}) / |c_* q_*|] / B_{cq} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$[\overline{c'q'}]$  と  $B_{cq}$  は未知の変数である。

$[\overline{c'q'}]$  と  $B_{cq}$  は、 $B_c \neq B_q$  のとき、次の二つの組み合わせが考えられる(Sorbjan,1993;DeBruin et al.,1993)。

$$B_{cq} = B_c^2, \quad [\overline{c'q'}] = \sigma_c^2 |q_*| / |c_*| \quad (9)$$

$$B_{cq} = B_q^2, \quad [\overline{c'q'}] = \sigma_q^2 |c_*| / |q_*| \quad (10)$$

式(9)あるいは式(10)を式(7)に代入すると、相関係数が求まるが、相関係数は $|R| \leq 1$ と制限されているので、 $B_c > B_q$ あるいは $B_c < B_q$ により次のような組み合わせになる。

$$\left. \begin{aligned} |R_{cq}| &= B_c / B_q \quad (B_q > B_c) \\ |R_{cq}| &= B_q / B_c \quad (B_c > B_q) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$B_c = B_q$ のときは、式(11)より

$$|R_{cq}| = 1 \quad (12)$$

が得られる。これは、モニン・オブコフ相似則が二つの

スカラー量に有効で、そのスカラー量の安定度の無次元関数が等しいとき、二つのスカラー量の相関係数が1になると論じたHill(1989)やLiu et al(1998)の結果と一致する。

## 2.2 鉛直風速とスカラー量の相関係数

モニン・オブコフ相似則より、摩擦速度 $u_*$ で規格化した鉛直風速 $w$ の標準偏差 $\sigma_w / u_*$ は、安定度のパラメータ $\zeta$ の関数 $A_w \phi_w(\zeta)$ として表せる。

$$\sigma_w / u_* = A_w \phi_w(\zeta) \quad (13)$$

ただし $A_w$ は定数である。鉛直風速 $w$ とスカラー量 $x$ の相関係数は次式で定義される。

$$|R_{wx}| = |w'x'| / (\sigma_w \sigma_x) = |u_* x_*| / (\sigma_w \sigma_x) \quad (14)$$

式(1)、(13)、(14)から次のように表せる。

$$|R_{wx}| = 1 / [A_w B_x \phi_w(\zeta) \phi(\zeta)] \quad (15)$$

$x$ に二酸化炭素濃度 $c$ や水蒸気濃度 $q$ を代入すると、

$$|R_{wc}| = 1 / [A_w B_c \phi_w(\zeta) \phi(\zeta)] \quad (16)$$

$$|R_{wq}| = 1 / [A_w B_q \phi_w(\zeta) \phi(\zeta)] \quad (17)$$

となる。これらと式(11)を組み合わせると、次の関係式を得る。

$$|R_{wc}| = |R_{cq}| \cdot |R_{wq}| \quad (18)$$

### 3 観測方法

観測は2003年8月の晴天日(15日間)に、岡山大学農学部付属八浜農場の水稲群落上で実施された。実験農場は約300×300m<sup>2</sup>の面積をもち、周辺は同様の水稲群落が広がっている。吹走距離は500m以上である。卓越風は南東から南西であり、観測期における水稲群落の高さは約1mであった。図2は観測風景を示している。水稲群落上1.65mの高さに、三次元超音波風速温度計、二酸化炭素-水蒸気センサーを取り付けた。これらの渦相関測器からの出力信号をデジタル化し、10Hzでハードディスクに保存する。乱流フラックスや他の乱流統計値は30分データを使って計算した。

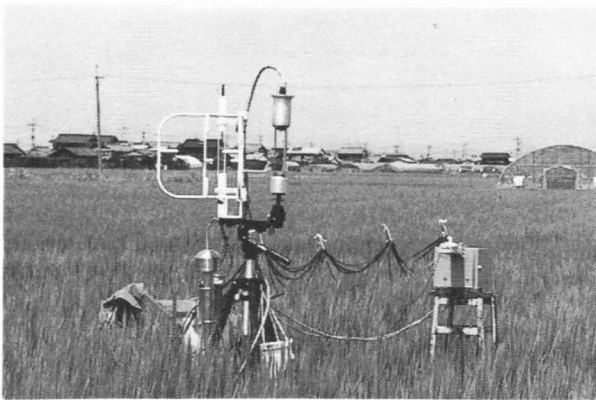


図2 八浜農場での観測風景

### 4 結果と考察

#### 4.1 無次元標準偏差

八浜農場の水稲群落上で得られた鉛直風速 $w$ の無次元標準偏差 $\sigma_w/u_*$ を安定度のパラメータ $\zeta$ の関数として図3に示す。安定成層時( $\zeta > 0$ )には、 $\sigma_w/u_*$ は $\sigma_w/u_* = 1.2(1+2.0\zeta)^{1/3}$ で表せる。 $\zeta \approx 0$ の中立成層時

には $\sigma_w/u_* = 1.2(=A_w)$ である。この値は水平方向の一樣性が保障された場所で観測した値に一致しており(e.g., Wyngaard et al., 1971; Panofsky and Dutton, 1984; Maitani and Ohtaki, 1987)、八浜実験農場が野外観測に適した条件を備えていることを示唆している。不安定度( $\zeta < 0$ )が強くなるにつれ、 $\sigma_w/u_*$ も増加し、自由対流領域では、 $\sigma_w/u_* = 1.2(1-2.0\zeta)^{1/3}$ で表せる。このような結果も多くの研究者によって確認されている(e.g., Wyngaard et al., 1971; Maitani and Ohtaki, 1987, Stull, 1988; De Bruin et al., 1993)。

図4に $c, q$ の無次元標準偏差 $\sigma_c/|c_*|, \sigma_q/|q_*|$ を $\zeta$ の関数として示す。 $\sigma_c/|c_*|$ と $\sigma_q/|q_*|$ は安定成層時は少し乱れているが、ともに $\zeta^{1/3}$ に比例している。中立成層時にはそれぞれ $B_c = 3.0, B_q = 2.9$ の値をとる。不安定成層が強くなり自由対流領域になると、 $\sigma_c/|c_*|, \sigma_q/|q_*|$ は $\zeta^{-1/3}$ に従う(Ohtaki, 1985)。図中の実線の関数形は次の通りである。

不安定時	安定時
$\sigma_c/ c_*  = 3.0(1-7.0\zeta)^{-1/3}$	$\sigma_c/ c_*  = 3.0(1+7.0\zeta)^{1/3}$
$\sigma_q/ q_*  = 2.9(1-7.0\zeta)^{-1/3}$	$\sigma_q/ q_*  = 2.9(1+7.0\zeta)^{1/3}$

今回、水稲群落上で測定した $\sigma_c/|c_*|$ と $\sigma_q/|q_*|$ が同じ安定度依存性を強調する結果となったが、これは $c$ と $q$ の変動が、主として水稲の気孔を介しての光合成・呼吸活動を反映していることによる。ここでは示さなかったが、気温変動に関する関係式は、水蒸気のそれと非常によく似ていることを記しておく。

#### 4.2 相関係数

$w$ と $c$ の相関係数 $|R_{wc}|$ 、 $w$ と $q$ の相関係数 $|R_{wq}|$ 、 $c$ と $q$ の相関係数 $|R_{cq}|$ と $\zeta$ の関係を図5に示す。 $|R_{wc}|$ と $|R_{wq}|$ はよく似た安定度依存性を示す。中立成層時には、 $|R_{wc}| = 0.28, |R_{wq}| = 0.29$ を示す。安定成層時には、安定度が増すにつれ $w$ と $c, q$ の相関が低くなる。 $\zeta = 1$ のときには、 $|R_{wc}|$ と $|R_{wq}|$ はともに0.1という値をとる。不安定成層時には、 $|R_{wc}|$ と $|R_{wq}|$ は不安定度が増すにつ

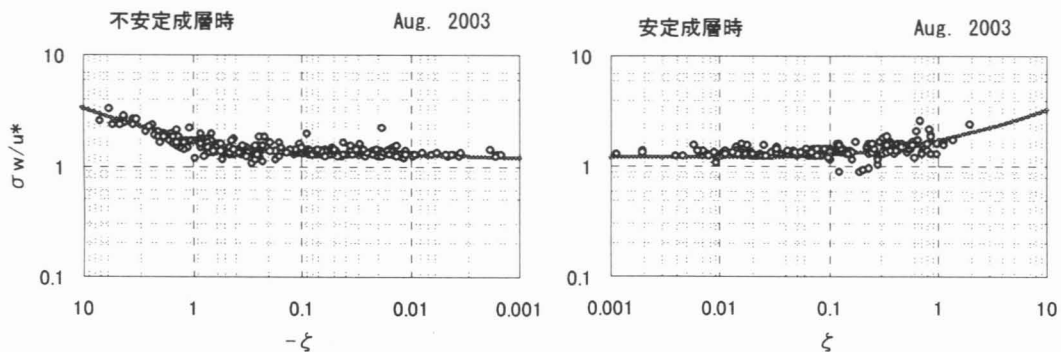


図3 鉛直風速の無次元標準偏差 $\sigma_w/u_*$ と安定度パラメータ $\zeta$ との関係

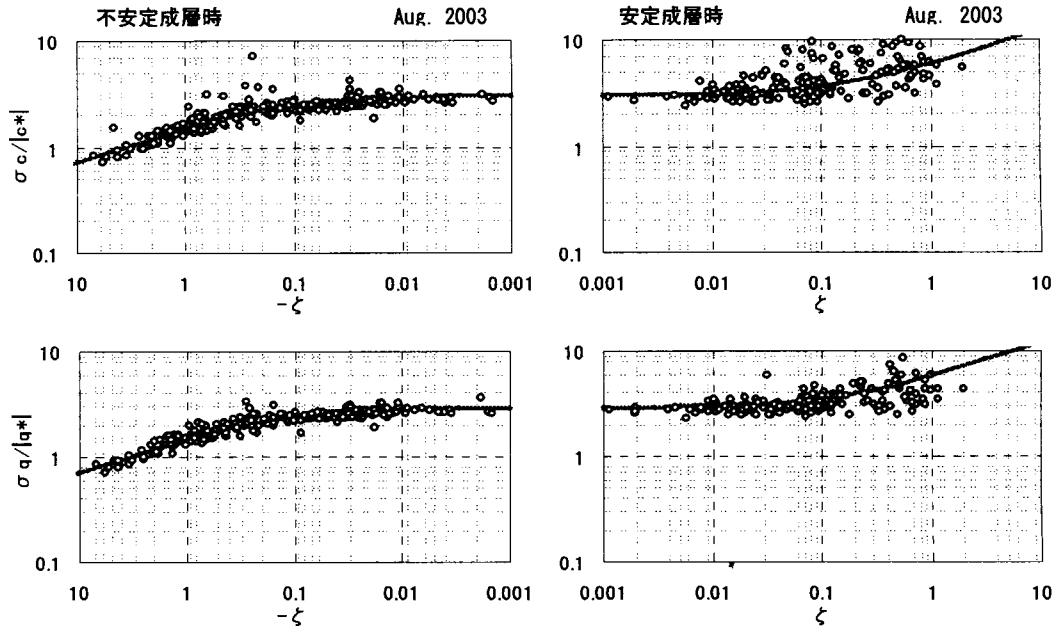


図4 二酸化炭素濃度、水蒸気濃度の無次元標準偏差  $\sigma_c/|c^*|$ 、 $\sigma_q/|q^*|$  と安定度パラメータ  $\zeta$  との関係

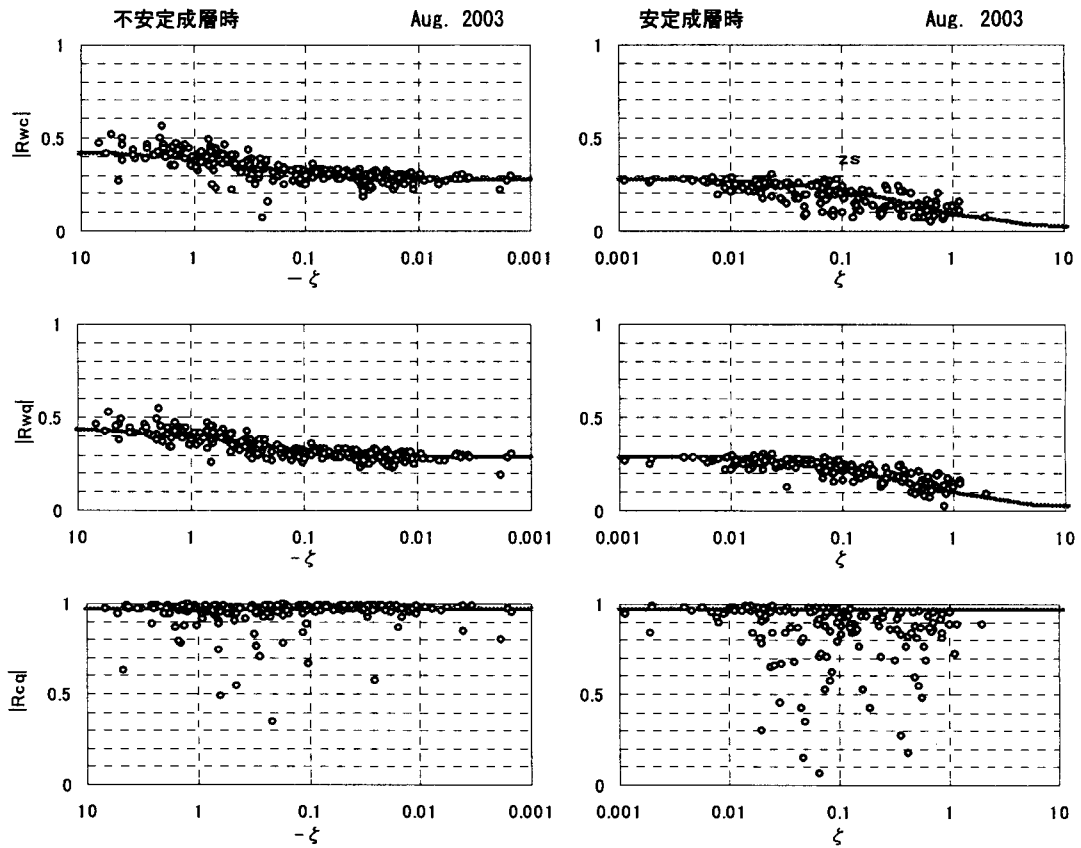


図5 相関係数  $|R_{wc}|$ 、 $|R_{wq}|$ 、 $|R_{cq}|$  と安定度パラメータ  $\zeta$  との関係 (実線は式(16),(17),(11)を示す)

れて増加するが、 $\zeta = -10$  程度で一定値となる。その値は  $|R_{wc}| \approx 0.42$ 、 $|R_{wq}| \approx 0.44$  である。

一方、 $|R_{cq}|$  は多少のばらつきはあるものの、安定成層時には0.9~0.98、不安定成層時には0.95~0.99の値を示す。この結果は、 $B_c = 3.0$ 、 $B_q = 2.9$  で与えられるときの式(11)で予想された値0.97と一致し、更に式(18)の正当性を支持している。

## 5 おわりに

2003年8月に岡山大学農学部付属八浜農場で測定された鉛直風速、二酸化炭素濃度、水蒸気濃度の統計量をモニン・オブコフ相似則の枠組で解析した。水稻群落下での二酸化炭素と水蒸気の交換は、共に気孔を介して律せられているので、 $\sigma_c / |c_*|$  と  $\sigma_q / |q_*|$  とが同じような安定度依存性を示すという Hill(1989)の仮定を支持する結果となった。モニター記録から生起された研究動機であったが、事実を積み重ねていくことによって展望が開けていった。今後は Hill(1989)の仮定の限界がどのような条件下で発生するか調べたい。

最後に、不安定成層時と安定成層時に得られた無次元標準偏差と相関係数の関数形をまとめておく。

不安定時	安定時
$\sigma_w / u_* = 1.2(1 - 2.0\zeta)^{1/3}$	$\sigma_w / u_* = 1.2(1 + 2.0\zeta)^{1/3}$
$\sigma_c /  c_*  = 3.0(1 - 7.0\zeta)^{-1/3}$	$\sigma_c /  c_*  = 3.0(1 + 7.0\zeta)^{1/3}$
$\sigma_q /  q_*  = 2.9(1 - 7.0\zeta)^{-1/3}$	$\sigma_q /  q_*  = 2.9(1 + 7.0\zeta)^{1/3}$
$ R_{wc}  = \frac{1}{3.6(1-2.0\zeta)^{1/3}(1-7.0\zeta)^{-1/3}}$	$ R_{wc}  = \frac{1}{3.6(1+2.0\zeta)^{1/3}(1+7.0\zeta)^{1/3}}$
$ R_{wq}  = \frac{1}{3.5(1-2.0\zeta)^{1/3}(1-7.0\zeta)^{-1/3}}$	$ R_{wq}  = \frac{1}{3.5(1+2.0\zeta)^{1/3}(1+7.0\zeta)^{1/3}}$
$ R_{cq}  = 0.97$	$ R_{cq}  = 0.97$

謝辞：研究をまとめるにあたり、貴重なデータを提供してくださった岡山大学環境理工学部三浦健志教授に感謝します。また、野外観測を快く許可してくださった岡山大学農学部付属八浜農場多田正人主任に感謝します。

## 参考文献

- De Bruin, H. A. R., Kosher, W., and Van Den Hurl. B. J. J. M. (1993): A verification of some methods to determine the fluxes of momentum, sensible heat, and water vapour using standard deviation and structure parameter of scalar meteorological quantities, *Boundary-Layer Meteor.*, 63, pp.231-257.
- Hill, R. J. (1989): Implications of Monin-Obukhov

similarity theory for scalar quantities, *J. Atmos. Sci.*, 46, pp.2236-2244.

- Liu, X., Tsukamoto, O., Oikawa, T. and Ohtaki, E. (1998) A study of correlations of scalar quantities in the atmospheric surface layer, *Boundary-Layer Meteor.*, 87, pp.499-508.
- Maitani, T. and Ohtaki, E. (1987): Turbulent transport processes of momentum and sensible heat in the surface layer over a paddy field, *Boundary-Layer Meteor.*, 40, pp.283-293.
- Ohtaki, E. (1985): On the similarity in atmospheric fluctuations of carbon dioxide, water vapor and temperature over vegetated fields, *Boundary-Layer Meteor.*, 32, pp.25-37.
- Panofsky, H and Dutton, J. A. (1984): *Atmospheric Turbulence*, John Wiley and Sons, New York.
- Sorbjan, Z. (1993): Monin-Obukhov similarity for refractive index revisited, *J. Atmos. Sci.*, 50, pp.3677-3679.
- Stull, R. B. (1988): *An introduction to boundary layer meteorology*, Kluwer Academic Pub., Dordrecht.
- Wyngaard, J. C., Coté, O. R., and Izumi, Y. (1971): Local free convection, similarity, and the budgets of shear stress and heat flux, *J. Atmos. Sci.*, 28, pp.1171-1182.