氏　　　　名	中空　大幸
授与した学位	博　士
専攻分野の名称	理　学
学位授与番号	博甲第３１２１号
学位授与の日付	平成１８年　３月２４日
学位授与の要件	自然科学研究科数理電子科学専攻 （学位規則第４条第１項該当）
学位論文の題目	Designs, graphs and mutually orthogonal Latin squares related to sporadic simple groups （散在型単純群と関係するデザイン，グラフと直交ラテン方陣）
論文審査委員	教授　中村　博昭　　教授　吉野　雄二　　教授　島川　和久 教授　北詰　正顕

学位論文内容の要旨

代数的組合せ論において、デザイン理論、グラフ理論、コード理論、および有限幾何はそれぞれ独立した理論でありまたそれらは互いに密接に関係にしている。この論文の中では有限射影平面、ラテン方陣等の古典的な対象、また散在型単純群を主に有限群と関わるデザインとグラフの存在性についての結果を与える。

まず、直交ラテン方陣の集合に対して組合せ論的な考察を行った。そして、私の独自のアイデアとして直交ラテン方陣の存在と同値関係のあるトランスバーサルデザインを用いてラテン方陣グラフを構成した事を挙げる。この際、トランスバーサルデザインの結合行列に正規化を施し、またそうする事とラテン方陣グラフに関する先行の結果を用いる事により幾つかの定理と命題を得ることができた。そして、これらの結果とある条件をみたしているラテン方陣グラフの実際に存在する例を調べる事により、self-complementary design の概念を与え、そのデザインの存在・非存在に対しての結果を与えた。また、この論文の中で散在型単純群の１つである Hall-Janko 群との関連について述べている。それは、Hall-Janko グラフの内部構造に着目する事により古典的なデザインである Witt system 3-(10,4,1) design との密接な関係を与えて、さらにその内部構造に対応する Hall-Janko 群の極大部分群から Hall-Janko グラフの再構成を行った。

次に、有限群論との関係で重要視されてきた Witt system 5-(24,8,1) design に対して，その周辺のデザインの 1 つである 2-(21,6,4) design の構成法を与えた。そのデザインは self-orthogonal の条件を付けるとそのパラメータに対して一意的に存在することが知られているが、この構成法の特徴として self-orthogonal ではないデザインの存在証明を与えたことを挙げる。そして、この構成法の一般化を与え、さらにその一般化された構成法から得られるデザインのパラメータを決定した。

また、コード理論と関係するデザインおよびグラフについて、Quasi-symmetric 2-(31,7,7) design から得られるグラフと Steiner triple system 2-(31,3,1) design から得られるグラフの同型対応についての結果を与えた。

論文審査結果の要旨

本学位論文は，代数的組合せ論における有限幾何について申請者が行ってきた研究をまとめている．直交する n 次ラテン方陣の最大個数 N(n) は n-1 以下の自然数であり，N(n)=n-1 であることが位数n の有限射影平面の存在と同値であるが，n が素数べきでないときの値はほとんど知られていない．申請者は独自のアイデアとして直交ラテン方陣の存在と同値関係のあるトランスバーサルデザインを用いてラテン方陣グラフを構成し，N(n)=n-1となるための十分条件を与え，nが偶数のとき、その条件を満たすラテン方陣グラフが存在するならば、2-(n, n/2, n/2(n/2-1)) デザインが存在することを示した．そしてこのパラメーターをもつself-complementary 2-デザインの存在・非存在について，法４でn≡0,2の各場合に応じて明確な解答を与えた．次に散在型単純群の１つのHall-Janko 群を自己同型群として含むHall-Jankoグラフは擬ラテングラフのパラメータを持つ強正則グラフであるが，これがラテングラフでないとする鈴木通夫の命題に対して，グラフの内部構造として clique, coclique 結合構造に注目する独自の着眼点に基づく証明を与え，またさらにWitt system デザインとの関連性の解析を進め, Hall-Janko グラフの内部構造の決定と再構成を行っている．またマシュー群と関連して知られるWitt system デザイン W_24 とその周辺デザインについて研究を進め，とりわけ2-(21,6,4)デザインを，古典的な対称デザインである 2-(16,6,2)デザインと2004年にKaskiとOstergardにより分類されたre-solvable 2-(16,4,2)デザインの2つのデザインを用いて構成する方法を発見し，特別な場合には non self-orthogonal なものが生じることも示した．さらに符号理論で知られている５つのQuasi-symmetric 2-(31,7,7) デザインと Steiner triple system 2-(31,3,1) デザインに由来して現れるパラメーターの一致する強正則グラフとの間の同型・非同型性の完全な判定を行った．以上の成果は代数的組合せ論に関する深い造詣と精緻な解析力を示しており，博士号の学位授与にふさわしいものと判定できる．