

算数・数学能力の成長期についての考察（I）

平井 安久

1. はじめに

いわゆる「算数・数学に関する能力」に含まれるもの範囲は広い。論理思考や演算能力をはじめ图形に関する種々の思考力および各種の概念把握する力、さらには集合、関数、式表示、あるいは抽象化、一般化、特殊化、帰納、類比、演繹などの「数学的な考え方」（古藤（1983））といわれるものまで様々である。もちろんこれからは互いに深く関連しあうものであり、算数・数学の内容を系統的に学習していく過程で次第に定着していくものである。したがって年齢とともに種々の力がどのように発達していくかは興味のある重要な問題である。Cable（1979）は発達による個人間の学力差を表すものとして数学的能力のモデルを示している。年齢とともに成長・変化する能力としては運動能力が代表的であるが、算数・数学に関するさまざまな能力においても同様に年齢に特有な成長の様子を考察することは重要である。

今回は、まず計算に関する能力を取り上げる。計算の技能、演算のルールに関するいくつかの検査を行いその能力の成長の様子を調べることにする。実際の検査は小学生から大学生に至るまでの各年齢層に対しておこなっているが、今回はそのうち小学校高学年～中3までの結果のうち検査各項目間の関係などについて報告する。

2. 検査内容

検査はAからEまでの5種類からなり、以下のような内容である。

検査A：1桁の加法と減法が60問。ただし、各問とも3項からなる。制限時間は1分。

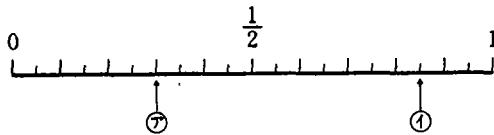
- 1) $3 + 2 + 4 = ()$
- 2) $9 - 7 + 3 = ()$
- 3) $1 + 3 - 2 = ()$
- 4) $6 - 3 + 4 = ()$
- 5) $7 + 1 - 5 = ()$
- 6) $1 + 4 + 5 = ()$ など。

検査B：2桁の加法と減法が60問。ただし、各問とも3項からなる。制限時間は2分。

- 1) $12 + 25 - 34 = ()$
- 2) $55 - 16 - 23 = ()$
- 3) $43 + 11 + 20 = ()$
- 4) $57 - 12 - 25 = ()$
- 5) $63 - 24 + 18 = ()$
- 6) $42 - 35 + 29 = ()$ など。

検査C：分数と小数の性質について種々の問題が46問。制限時間は15分。

1) つぎの(ア), (イ)にあたる数は何でしょうか。分数でかきなさい。



5) 1.25と等しい分数は () である。

9) 0.13は0.01を () こあわせた数です。

18) $3\frac{1}{5}$ と等しい分数は () である。

24) $\frac{71}{99}$, 0.7, $\frac{7}{9}$ の順序は () > () > () である。

など。

検査D：通分を必要とする分数どうしの加法と減法の問題が30問。ただし、各問とも3項からなる。制限時間は4分。

$$1) \frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{1}{4} = () \quad 2) \frac{2}{3} + \frac{1}{7} - \frac{1}{2} = ()$$

$$3) \frac{3}{4} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = () \quad 4) \frac{3}{4} + \frac{1}{5} - \frac{2}{3} = ()$$

$$5) \frac{5}{7} + \frac{1}{5} - \frac{4}{5} = () \quad 6) \frac{3}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{2} = () \text{ など。}$$

検査E：分数の計算および分数と小数の混合計算などが46問。各問の項の数は統一せず。

制限時間は25分。

$$6) 1.75 - \frac{2}{3} \div \frac{1}{2} = ()$$

$$12) \frac{1}{2} \div \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \div \frac{1}{5} = ()$$

$$22) \frac{7}{10} - \left(0.6 - \frac{2}{5} \right) = ()$$

$$26) 0.25 \times \frac{1}{5} + 0.5 \times \frac{2}{3} = ()$$

など。

このように各検査はレベルが異なるので検査の対象となる学年を以下の通りとした。

検査Aは小学校1年生以上。

検査Bは小学校3年生以上。

検査Cは小学校5年生以上。

検査Dは小学校6年生以上。

3. 結果および考察

3.1 年齢別比較

図1aに示すのは、検査Aについての小1から中2までの各学年での平均得点、最高点、最低点および標準偏差を表した箱ひげ図である。学年とともに平均点が上昇するが、小学校1年生から小学校3年生までと小学校4年生以降ではレンジおよび標準偏差ともに変化が見ら

算数・数学能力の成長期についての考察（I）

れるのがわかる。特に中学生になるとレンジの大きさは非常に大きくなっている。さらに各学年を男女別にしてそれぞれの平均点を結んだものが図2 bであるが、小学2年生以降はずっと女子の得点が上回っているのがわかる。検査B, D, Eに関しても中学2年生ぐらいまでは同様の男女差が見られた。図2 aは検査Cの成績についての学年別のはこひげグラフである。検査Cは分数の意味・性質の理解度を問うものであり、学年が進むにつれてその平均点も著しく上昇しているのがわかる。しかし、最高点から最低点までのレンジの方も小学5年生頃から非常に大きくなってしまっておりばらつき具合は検査Aの場合よりも大きくなっている。そして男女の差についてであるが、図2 bの折れ線グラフに見られるように小学4年生から6年生までは女子の方が成績が良くて、中学校に進んでわずかに逆転しているのがわかる。

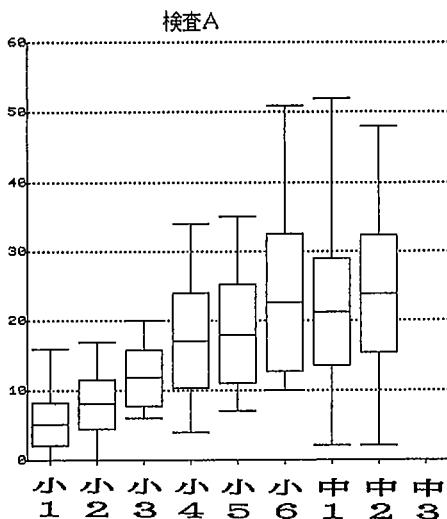


図1 a

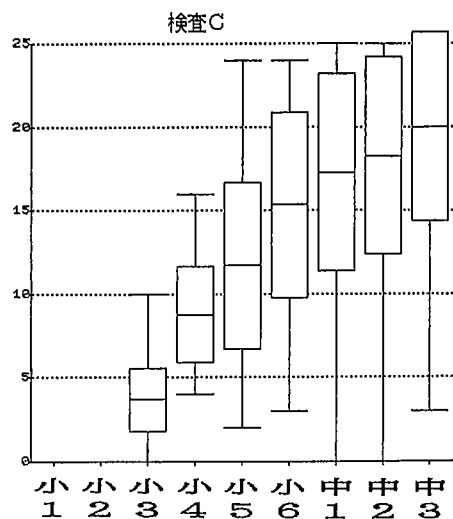


図1 b

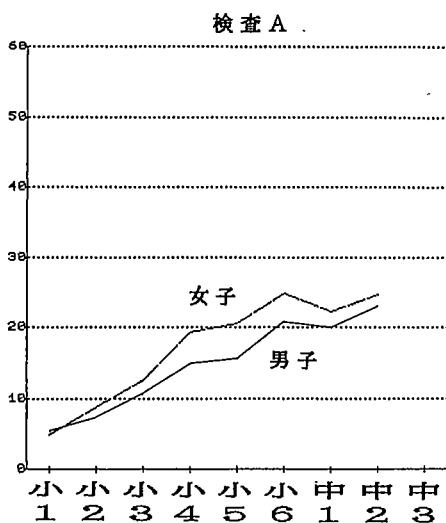


図2 a

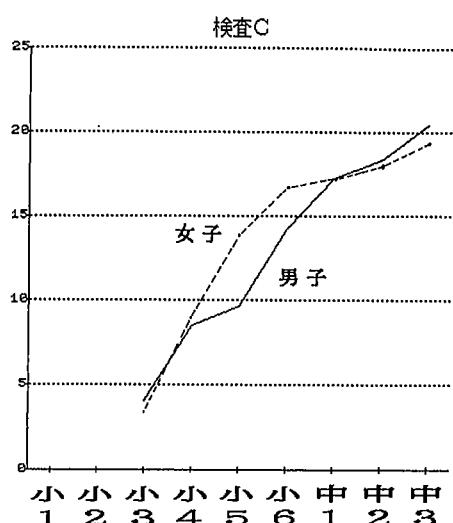


図2 b

3. 2 検査間の相関

小学校 6 年生から中学 3 年生までの各検査間の相関係数は表 1 から表 4 に示すとおりである（中学 3 年生の検査 A と検査 B は未実施）。

表 1. 検査間の相関係数（小学校 6 年生）

	検査 A	検査 B	検査 C	検査 D	検査 E
検査 A	1.000	0.633	0.507	0.707	0.571
検査 B		1.000	0.332	0.583	0.380
検査 C			1.000	0.617	0.715
検査 D				1.000	0.731
検査 E					1.000

表 3. 検査間の相関係数行例（中学 2 年生）

	検査 A	検査 B	検査 C	検査 D	検査 E
検査 A	1.000	0.708	0.434	0.573	0.568
検査 B		1.000	0.527	0.647	0.651
検査 C			1.000	0.543	0.700
検査 D				1.000	0.725
検査 E					1.000

表 2. 検査間の相関係数（中学 1 年生）

	検査 A	検査 B	検査 C	検査 D	検査 E
検査 A	1.000	0.692	0.472	0.590	0.590
検査 B		1.000	0.484	0.536	0.547
検査 C			1.000	0.498	0.643
検査 D				1.000	0.665
検査 E					1.000

表 4. 検査間の相関係数行例（中学 3 年生）

	検査 A	検査 B	検査 C	検査 D	検査 E
検査 A	-----	-----	-----	-----	-----
検査 B		-----	-----	-----	-----
検査 C			1.000	0.597	0.770
検査 D				1.000	0.737
検査 E					1.000

3. 3 検査 C と他の検査の成績の関係

実施した 5 種類の検査のうち検査 A, B, C, D, E は制限時間内にどれだけ多くの正答を得られるかというものであったのに対して、検査 C は分数の意味・性質を問うもので回答時間も十分に与えられたものであった。この検査 C と他の検査との関係についてしらべてみる。

例えば中学 2 年生について見れば、上述の表 3 より検査 C と検査 E の間の相関係数は 0.700 であるが、その度数分布の様子を図的に表示したものが図 3 に示すステレオグラムである。これを見ると、分布が図の右半分の方に偏っているのがわかる。すなわち左側に位置するようなパターン、つまり検査 C の成績が悪くても検査 E の成績が良い生徒はほとんど見あたらない。検査 C は分数・小数の意味や性質を問うものであり、検査 E は分数・小数の交合計算であるから、分数・小数の意味がよくわからなくとも検査 E の計算問題を多く解くことができた生徒はおらず、逆に分数・小数の意味がわかっていても計算問題の方の成績がよくない生徒は多かったということになる。これはいくらか注意すべき点であろうと思われる。現実的には、分数や小数の意味がわからなくとも計算問題が解けるような生徒はしばしば存在するが、今回のように計算問題の方に時間的な制約を加えた形式での調査を行った場合には、計算問題の方のみ成績が良いというパターンは見られなくなるものと思われる。同様の状況は中学 2 年生の検査 C と検査 D の間にも見られた。さらに図 4 に示すのは中学 2 年生の検査 A と検査 C についての分布の様子を図的に表示したものである。やはりこの場合も同様の結果となっているのがわかる。検査 B と検査 C との関係においても同様のことが見られた。検査 A や B の内容は分数・小数の学習以前のものであるが、検査 C との関係においても計算問題のみがよい成績であるという生徒は非常に少ないものである。

上記と同様の結果は中学 1 年生および中学 3 年生のデータからも得られた。

算数・数学能力の成長期についての考察（I）

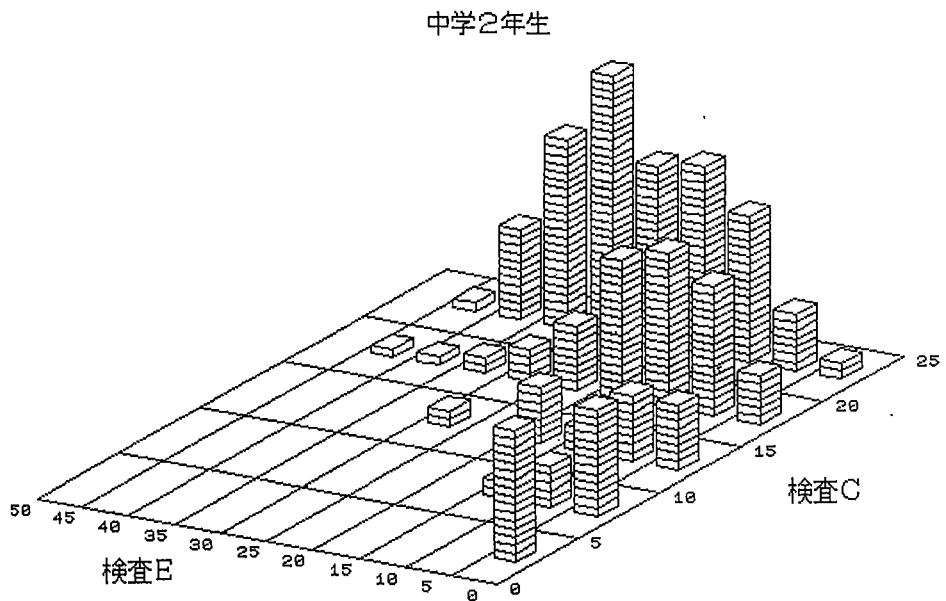


図3. 中学2年生の検査Cと検査Eの間の度数分布.

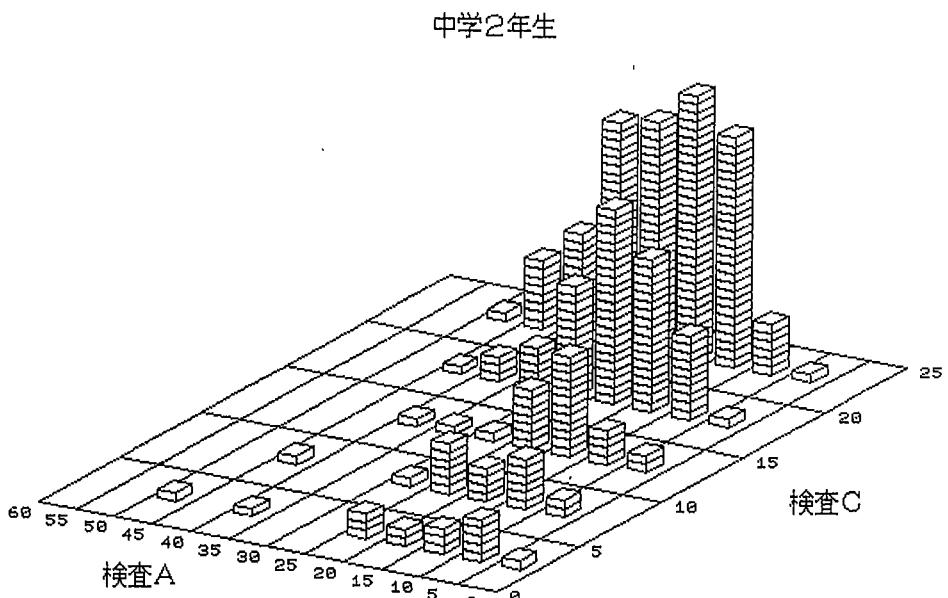


図4. 中学2年生の検査Cと検査Aの間の度数分布.

3.4 そろばんの学習歴の影響について

今回のように制限時間内に多くの計算問題を解くような検査では計算技術に関する力が大きく関係すると思われる所以、その一面を測るものとしてそろばんの学習歴との関係を調べた。

図5は小学校6年生の被験者を「そろばんを習っている」、「習ったことがある」、「習ったことがない」の3グループに分け各グループでの正答数の平均値および誤回答の平均値をプロットして、各検査ごとに線分でつなぎだものである。3グループは順に○印、△印、×印で表示されている（検査ごとに満点や最高得点は異なるが素点のまま同一平面上にプロットした）。これをみると検査A、B、D、Eではいずれも「そろばんを習っている」グループの方が他のグループより高い平均正答数を得ていることがわかる。さらに検査Cに関してはグループ間でほとんど差がないということもわかる。検査Cは意味・性質を問うものであるからこれは当然の結果といえよう。さらに、図6は中学校1年生の被験者の正答数と誤答数について同様のことをおこなった結果のプロットであるが、小学校6年生の場合とよく似た結果となっている。

「誤答率」というものをここでは「誤答数」÷「全解答数」で定義すると、図5、図6において原点から○印（または△印、×印）まで線分で結べば、その線分の傾きから誤解率がわかる（線分の傾きが高いほど誤解率は高くなる）。小学校6年生の場合も、中学校1年生の場合にも検査Eでは「そろばんを習ったことがある」グループが「習ったことがない」グループよりも誤答率が高くなっている、これは注意すべき点であろう。

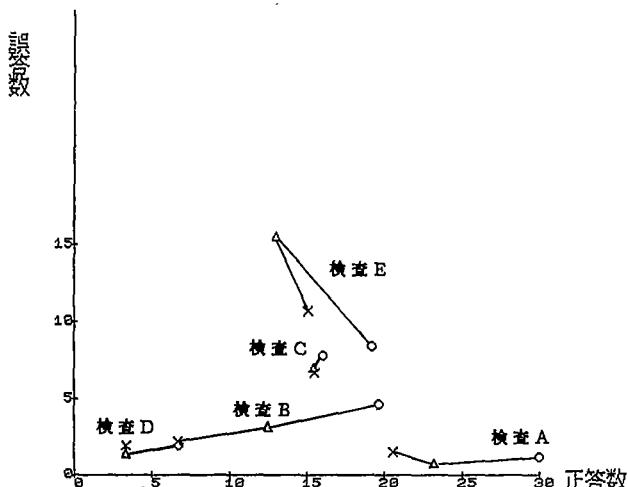


図5. 小学校6年生の検査AからEまでのグループ別の平均正答数と平均誤答数。

○印は「そろばんを習っている」グループ、△印は「そろばんを習ったことがある」グループ、×印は「そろばんを習ったことがない」グループ。

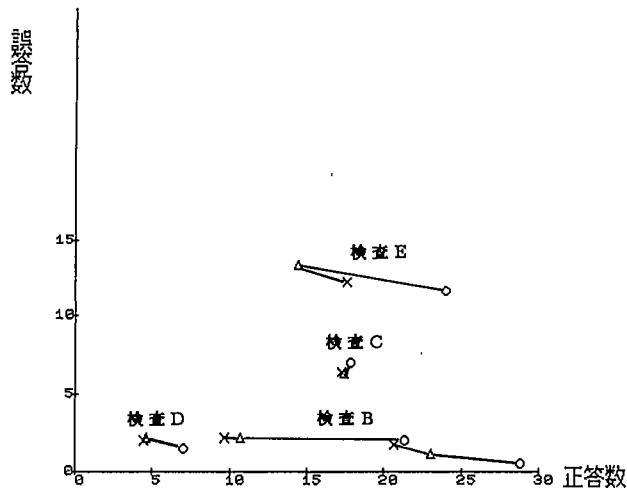


図6. 中学校1年生の検査AからEまでのグループ別の平均正答数と平均誤答数。
○, △, ×各印の意味は図5に同じ。

4. おわりに

検査Aのような計算問題を解く力については、小学校の前半と後半以降ではその成績のばらつきに変化が見られた。そして分数・小数の理解度については小学校後半の期間で男女間にも差が見られた。この種の能力では小学校の後半に入る頃に何等かの成長的特徴があるとも考えられるのでさらに詳細な調査が必要であろう。

その他、各検査の得点の分布その他については次回以降で報告する。

参考文献

- 1) Cable, J. (1979) A Model of Mathematical Ability, Mathematics Teaching, 88, 42-43.
- 2) 古藤 恵 (1983) Problem Solving と数学的な考え方, 筑波大学数学教育研究, 2, 1 - 8.
- 3) 平井 安久・脇本 和昌 (1989) 算数・数学能力の成長期について, 第17回日本行動計量学会大会発表論文抄録集, 101-102.

(平成元年11月14日 受理)