【　　】

氏名	髙 橋　　亮
授与した学位	博 士
専攻分野の名称	理 学
学位授与番号	博甲第２６８３号
学位授与の日付	平成１６年　３月２５日
学位授与の要件	自然科学研究科数理電子科学専攻 （学位規則第４条第１項該当）
学位論文の題目	Cohen-Macaulay rings and related homological dimensions （コーエン・マコーレー環と関連するホモロジー次元）
論文審査委員	教授　吉野　雄二　　教授　山田　裕史　　教授　中村　博昭

学位論文内容の要旨

この学位論文は全６章で構成されている。

第１章では、Nagata criterionについて述べている。これは与えられた可換局所環の性質のlocusの開集合性を判定するための条件で、正則性とCohen-Macaulay性がこの条件をみたす性質であることが知られている。この章ではこのことを一般化して、Serre条件がNagata criterionをみたす性質であることを証明している。

第２章では、まず、上ＣＭ次元と上ＣＩ次元という、それぞれ環のCohen-Macaulay性、完全交差性を特徴づける新しい不変量を導入している。次に、相対上ＣＭ次元、相対上ＣＩ次元という新しい不変量を定義し、それらがそれぞれ上ＣＭ次元とＧ次元、上ＣＩ次元と射影次元を媒介することを証明している。

第３章では、ＣＭ次元の一般化を試みている。ＣＭ次元はGerkoによって可換局所環上の有限生成加群の不変量として定義されたものであるが、これを可換とも局所環とも限らない環上の有界鎖複体の不変量にまで拡張している。そして最後に、その拡張したＣＭ次元を用いてCohen-Macaulay環、Gorenstein環の特徴づけを行っている。

第４章では、素数標数の環上のＣＭ次元を考察している。与えられた素数標数の環にFrobeni-us写像を通して代数構造を入れたものを考え、それのＣＭ次元、Ｇ次元によって（素数標数の）Cohen-Macaulay環、Gorenstein環の特徴づけを行っている。また、Herzogの定理を、より一般化されたかたちで、かつ彼自身の証明よりもはるかに初等的な証明で与えている。

第５章では、Peskine-Szpiroの交差定理に関連する結果を述べている。この定理は２０世紀後半の可換環論における主結果の一つである。この章では主にＧ次元を用いた環のGorenstein性の判定法を構築しているが、そのうちの一つはPeskine-Szpiroの交差定理にまつわる予想の特別な場合を肯定的に解決するものである。

第６章では、Ｇ次元0の加群の圏を考察している。この圏に関し、Gorenstein環上では成り立つ一つの事実が一般の環上で成り立つのかどうかを検証し、否定的な結論を与えている。それは、Ｇ次元0の加群はGorenstein環上の極大Cohen-Macaulay加群と同様の振舞をするのではないかという予想を覆すものである。

論 文 審 査 結 果 の 要 旨

本学位申請論文は，可換局所環の Cohen-Macaulay 性とそれを特徴付けるホモロジー次元に関する申請者の最近の結果をまとめたものである。

以下，R を極大イデアル $\mathfrak{m}$ を持つ可換な Noether 局所環とする。R 上の有限生成加群 M に対して従来，射影次元 ($\mathrm{pd}_R M$)，完全交差次元 ($\text{CI-dim}_R M$)，Gorenstein 次元 ($\text{G-dim}_R M$)， Cohen-Macaulay 次元 ($\text{CM-dim}_R M$) などが研究され，それらと環 R の正則性，完全交差性，Gorenstein 性， Cohen-Macaulay 性などとの関連がそれぞれ別個に吟味されてきた。本論文の中で著者は，これらの次元を加群の複体上にまで拡張して，一般化された Cohen-Macaulay 次元を定義することで，上記の様々な次元をある程度統一的に取り扱う手法を提供した。さらに，環 R が素数標数の場合に，環の正則性に関する E.Kunz の定理を一般化して上記の多くの次元について同等の定理が成立することを示した。

最後に，Gorenstein 次元が零であるような加群の圏について，それが有限生成加群の圏の部分圏として contravariantly finite であるときには，その部分圏が自明の場合を除けば，環 R が Gorenstein 環にかぎるのではないか，という予想について，肯定的結果を環のクルル次元が０，１，２の場合に示した。この結果は，この方面の研究において非常にインパクトのあるものであり，すでに高橋の定理として応用や拡張などの研究が海外でも試されている程である。

本論文においてまとめられた結果の重要性，質の高さを判断して，博士の学位に値するものと判定する。