

氏 名	奥山 真吾
授与した学位	博 士
専攻分野の名称	理 学
学位授与番号	博甲第2882号
学位授与の日付	平成17年 3月25日
学位授与の要件	自然科学研究科システム科学専攻 (学位規則第4条第1項該当)
学位論文の題目	Homotopy theory of partial abelian monoids and the space of intervals in a Euclidean space (部分可換モノイドのホモトピー論とユークリッド空間内の区間のなす空間)
論文審査委員	教授 島川 和久 教授 酒井 隆 教授 清原 一吉

学位論文内容の要旨

配置空間は様々な写像空間を近似するモデルとして有用であることが知られている。G.Segalは弧状連結な空間 X の有限個の点の配置空間 $C(R^n, X)$ が $\Omega^n \Sigma^n X$ と弱ホモトピー同値になることを示した。この学位論文の主結果は、G.Segalの結果の一般化である。つまり、点を区間に置き換えて、ユークリッド空間内の区間のなす空間 $I_n(X)$ を構成した。このとき(X の弧状連結性を仮定せずに) $I_n(X)$ と $\Omega^n \Sigma^n X$ が弱ホモトピー同値になることを示した。 $I_n(X)$ の位相は、(1) (切り取りと貼り合わせ)「ある区間の開端点と、別の区間の閉端点が出会うと接続される。」及び(2) (誕生と消滅)「半开区間は、長さが0になると消滅する。」という変形が許されるように与えられている。まず $I_1(X)$ を上記の変形が許されるように定義し、 $I_n(X)$ は、 R^{n-1} 内の $I_1(X)$ にラベルを持つ有限個の点の配置空間として定義する。このとき、 $I_1(X)$ には部分可換モノイドの構造が入れておき、 $I_n(X)$ の位相はこれを反映したものにする必要がある。この空間が $\Omega^n \Sigma^n X$ と弱ホモトピー同値になることは次のようにして示される。まず、 $I_n(X)$ の変形である $\tilde{I}_n(X)$ を構成する。ただし、 $\tilde{I}_n(X)$ は $I_n(X)$ と弱ホモトピー同値であるようにとる。これにより、Moore ループ空間と同様の仕組みで $\tilde{I}_n(X)$ はモノイドの構造を持つ。また、 $\tilde{I}_n(X)$ には $\Lambda C(R^{n-1}, X)$ への写像を構成するために十分な大きさを持たせる。さらに、図式

$$\begin{array}{ccccc}
 \tilde{I}_n(X) & \xrightarrow{i} & \tilde{E}_n(X) & \xrightarrow{p} & C(R^{n-1}, X) \\
 \alpha \downarrow & & \beta \downarrow & & id \downarrow \\
 \Lambda C(R^{n-1}, X) & \longrightarrow & PC(R^{n-1}, X) & \longrightarrow & C(R^{n-1}, X)
 \end{array}$$

が可換になるように $\tilde{E}_n(X)$ と写像 α および β が構成できる。 $\tilde{E}_n(X)$ が弱可縮であることが示せるので、上の水平列が準ファイバー列になることを言えばよい。これはDoldおよびThomの判定法を用いて示される。

論文審査結果の要旨

配置空間は、写像空間をホモトピー論的に近似するモデルとして有用であることが知られている。特に、G. B. Segal による「点の配置空間」を用いた多重ループ空間の近似定理は安定ホモトピー論への応用の観点から極めて重要な結果である。

本論文では、配置空間による写像空間の近似に関する歴史的な経緯について解説した後、コファイバー空間と準ファイバー空間について考察している。また、部分可換モノイドのホモトピー論的な性質と、部分可換モノイドにラベル付けられた点の配置空間について考察し、それを用いて位相空間にラベル付けられたユークリッド空間内の区間のなす空間の構成を与えている。さらに、区間を電荷を帯びた粒子が長さを持ったものとみなすことにより、この空間から多重ループ空間への写像を構成している。次いで、準ファイバー空間に関する精緻な議論により、群完備化問題の解決、すなわち近似定理の一般化を与え、さらに、部分可換モノイドにラベル付けられた区間のなす空間の構成法について示唆を与えている。

以上のように、本論文は配置空間の代数的位相幾何学への応用において新しい重要な結果を与えており、その内容はこの理論の発展に大いに貢献するものと判断される。したがって、博士（理学）の学位に値する内容であると認定する。