【47】

氏名	福田信幸
授与した学位	博　士
専攻分野の名称	理　学
学位授与番号	博甲第１９７０号
学位授与の日付	平成 11 年 9 月 30 日
学位授与の要件	自然科学研究科システム科学専攻（学位規則第 4 条第 1 項該当）
学位論文の題目	Inverse and direct images for quantum Weyl algebras（量子ワイル代数の逆像と順像）
論文審査委員	中島　惇　教授　池畑　秀一　教授　石川　洋文　教授

学位論文内容の要旨

ワイル代数の q-類似である量子ワイル代数の逆像と順像を定義して、古典的なワイル代数の理論の類似について考察した。

Hecke symmetry R に対して、量子ワイル代数 $A_n(R)$は R で可換関係を定められる量子アフィン空間 $K_R[X]$とその（量子化された）偏微分$\partial_1,\cdots,\partial_n$で生成される代数である。また、対応する微分形式で生成される DG-代数が WZ-calculus $\Omega(R)$である。

R'を別の Hecke symmetry とし、DG-代数射 $F: \Omega(R')\to\Omega(R)$とする。これを制限した射は代数射 $K_{R'}[Y]\to K_R[X]$ を引き起こし、$K_R[X]$は右 $K_{R'}[Y]$-加群となる。このとき、左 $A_m(R')$-加群 M に対して、左 $K_R[X]$-加群 $K_R[X]\otimes_{K_{R'}[Y]}M$ への∂_iの作用を$A_n(R)$の twisted bracket [,] を使って

$$\partial_i\cdot(f\otimes u)=\partial_i(f)\otimes u+([\partial_i,\ f]-\partial_i f)(F(y^j))\otimes\partial'_j u\quad(f\in K_R[X],\ u\in M)$$

で定義すると、$K_R[X]\otimes_{K_{R'}[Y]}M$ が左$A_n(R)$-加群になることを証明する。この左$A_n(R)$-加群を F による M の逆像 $F^{\star}M$ と定義する。

また、$R=R_{q,P}$かつ $R'=R_{q,P'}$のとき、F による左$A_n(R)$-加群 M の順像 $F_{\star}M$ も定義できる。

ワイル代数の理論でよく知られている逆像と順像に関連した結果の量子ワイル代数に対する類似も考える。

まず、量子ワイル代数に対する柏原の定理を得る。埋め込みの順像が Jordan の局所化の加群のある圏の間の同値を定めるというのがこの定理の主張である。

もう一つの結果として、ワン・パラメーターの場合、全ての射の逆像と順像はホロノミー性を保存することがわかる。

論文審査結果の要旨

本論文はワイル代数の理論において重要な関手である逆像と順像について研究したものである。1990 年代始めに J. Wess と B. Zumino が noncommutative differential calculus の研究の中で構成した量子ワイル代数において逆像と順像を定義し、古典理論の類似を展開している。

ワイル代数 A_n は n 次元アフィン空間上の微分作用素のなす代数で、D-加群の理論において最も基本的な代数である。著者は、はじめに適当な条件の下で、量子ワイル代数に対する逆像及び順像が定義できることを示し、最も基本的な射である射影と埋め込みの順像と逆像について考察し、射影の逆像及び、埋め込みの順像はともにホロノミー性を保つことを証明した。次にワイル代数における重要な結果の一つである、A_n-加群全体のなす圏と超平面を台にもつ A_{n+m}-加群全体のなす圏の圏同値が、Jordan の局所化の加群の圏に置き換えても成り立つことを証明した。さらに、ワン・パラメーターの場合には、すべての射による逆像と順像はホロノミー性を保つことを証明した。また、量子ワイル代数とは少し異なる quantized Weyl algebra の有限次元単純加群の分類も行っている。

本論文の内容について審査した結果、この研究は学術上寄与するところが少なくない。よって本論文は博士の学位論文に値するものと認める。