

| | |
|---------|---|
| 氏名 | 田 邊 和 之 |
| 授与した学位 | 博 士 |
| 専攻分野の名称 | 理 学 |
| 学位授与番号 | 博甲第1680号 |
| 学位授与の日付 | 平成9年9月30日 |
| 学位授与の要件 | 自然科学研究科システム科学専攻 (学位規則第4条第1項該当) |
| 学位論文題目 | Infinite Galois Theory of Semisimple Rings 半単純環の無限次ガロア理論 |
| 論文審査委員 | 教授 中島 惇 教授 田坂 隆士 教授 野田隆三郎 教授 安福 精一 教授 岩知道 正 |

学位論文内容の要旨

B/A を環のガロア拡大、 G を B の A -自己同型の全体よりなる群とする。本研究では B/A が半単純環のガロア拡大である場合について、 B/A のどのような中間環と G のどのような部分群との間にガロア対応が成り立っているかを考察した。これまでに、単純環のガロア拡大についてはどのような中間環と、どのような部分群との間にガロア対応が成り立っているかがいろいろ研究されており、今回それらの結果の半単純環への拡張を考察した。その拡張に際しては semi-connected ring におけるガロア理論の手法が有効な手段となった。ここで得られた主な結果としては次のものがある。

「 B/A を半単純環の局所有限なガロア拡大で $V_B(A)$ が $Z(B)$ -加群として有限生成なものとする。このとき B/A は局所的ガロア拡大であり、更に次の事が成り立つ。(1). ガロア群 G は局所コンパクトである。(2). B/A の regular な中間環の全体と G の fat かつ closed かつ regular な部分群の全体との間に 1:1 ガロア対応が成り立つ。(3). N_1, N_2 を B/A の regular な中間環で B の中心巾等元を全て含むものとすれば、 N_1 から N_2 への任意の A -環同型が B 上の自己同型に拡張される。」

上記の定理で、特に B/A が外部的ガロア拡大である場合には、更に次の事が成り立つ。「(4). G はコンパクトかつ局所有限であり、 B/A の任意の中間環は半単純環となる。(5). N を B/A の中間環で B の中心巾等元を全て含むものとする。このとき、 N/A がガロア拡大であれば、 $G|_N = \text{Aut}(N/A)$ となる。」

その他、 B/A が半単純環の拡大である場合に、ガロア拡大と局所的ガロア拡大とが同値となる条件や、 B/A が局所的ガロア拡大である場合について、 N/A または B/N が局所的ガロア拡大となる中間環 N の性質等についての考察も行った。

論文審査結果の要旨

本論文はアルティン半単純環において、無限次ガロア理論をガロアの基本定理を中心として構成している。H. Cartan、N. Jacobson による歪体の有限次ガロア理論は中山正、D. Zelinsky によって単純環の有限次ガロア理論に拡張され、また富永、永原によって単純環の無限次ガロア理論が構築された。さらに宮下庸は、一般非可換環に対し、CHR 流の有限次及び無限次の外部的ガロア理論を構成した。

著者ははじめに、富永、永原のガロア理論を外部的無限次ガロア拡大の場合について半単純環に拡張した。これは宮下のガロア理論の分解型環に対する結果を完全な形にしたものであり、体、および単純環の無限次ガロア理論の直接的拡張となっている。そして、ガロアの基本定理とガロア群がコンパクトであることを証明している。

次に、富永、永原のガロア理論を可換子環が中心環上有限生成となる場合について半単純環に拡張し、ガロアの基本定理、ガロア群が局所コンパクトになることを証明している。ここでは、ガロア拡大環（半単純環）の分解個数と可換子環（半単純環）の分解個数が等しいという条件を入れているが、これは前記の外部的ガロア拡大に対しては常に成り立って居り、不自然なものではない。また、ガロア拡大の中間環の局所ガロア性についても種々の角度から有益な結果を証明している。

さらに、上の条件下で、ガロア群が局所コンパクトでない場合についても研究を行い、拡大環が2重可換子環上次数が \aleph_0 以下の場合には、ガロアの基本定理が成り立つことを証明している。

本論文は半単純環の無限次ガロア理論の構成を試みたものであるが、論文内容等について審査した結果、本研究は学術上寄与する所が少なくない。よって、本論文は博士の学位論文に値するものと認める。