

氏名	曹 金 明
授与した学位	博 士
専攻分野の名称	理 学
学位授与番号	博甲第 1785 号
学位授与の日付	平成 10 年 3 月 25 日
学位授与の要件	自然科学研究科システム科学専攻 (学位規則第4条第1項該当)
学位論文題目	On the sizes of $k$ -arcs, $(k, r)$ -arcs, $t$ -blocking sets and caps in finite projective spaces 有限射影空間の $k$ -アーク, $(k, r)$ -アーク, $t$ -ブロッキング集合, キャップの大きさについて
論文審査委員	教授 田坂 隆士 教授 野田隆三郎 教授 中島 惇 教授 山本 峻三 教授 山本 泰

### 学位論文内容の要旨

In this thesis, we study the properties of  $k$ -arcs,  $(k, r)$ -arcs,  $t$ -blocking sets and caps in finite projective spaces. Main interest is the sizes of these sets. The some new results are obtained.

Part 1 is on  $k$ -arcs in  $PG(r, q)$ . This part consists of seven sections. First two sections introduce the definitions and connections of  $k$ -arcs and  $M.D.S$  codes, the well known B. Segre's conjecture on  $k$ -arcs in finite projective spaces. Section 1.3 proves the basic properties of  $k$ -arcs. It is shown that a  $k$ -arc  $K$  is rational if and only if its  $PPM$  is a normal Cauchy matrix. Section 1.4 proves that B. Segre's conjecture holds for  $11 \leq q \leq 19$ ,  $q$  odd. The importance of  $m'(r, q)$  lies in the fact that it is frequently used in inductive arguments on the dimension  $r$ . In section 1.5 we give the upper bounds of  $m'(2, q)$ . It is one of the topics of many published papers to construct a non-classical complete arc in  $PG(2, q)$ . In section 1.6, we give a non-classical complete 24-arc in  $PG(2, 29)$  with the automorphism group  $PSL(2, 7)$ . Final section 1.7 improves slightly the known lower bounds of  $t(2, q)$ .

Part 2 deals with the properties of  $(k, r)$ -arcs and  $t$ -blocking sets in  $PG(2, q)$ . Few values of  $m_r(2, q)$  are known in general. First we prove a new exact value of  $m_r(2, q)$ . Using an elementary method, subsection 2.1.2 improves the some known upper bounds of  $m_r(2, q)$ . In subsection 2.2.1, we give the lower bounds of  $t$ -blocking sets in  $PG(2, q)$ . Subsection 2.2.2 gives an elementary proof and improvement of S. Ball's Theorem on  $t$ -blocking sets in  $PG(2, q)$ . The upper bound of minimal  $t$ -blocking sets in  $PG(2, q)$  is known only when  $t = 1$ , we show an upper bound for general  $t$ .

The main results of Part 3 give the improvements of the known upper bounds of  $m'_2(3, q)$  and  $m_2(n, q)$  with  $q$  even,  $n \geq 4$ . Section 3.1 proves an upper bound of  $m'_2(3, q)$  better than the known upper bounds. Section 3.2 improves the upper bounds of  $m_2(4, q)$  by the theorems in section 3.1. Final section 3.3 shows a new upper bound of  $m_2(n, q)$  when  $n \geq 5$ .

## 論文審査結果の要旨

$q$  個の元よりなる有限体  $F_q$  上の  $n$ 次元射影空間  $PG(n, q)$  を有限射影空間と言う。有限射影空間のある性質  $P$  を満たす部分集合を  $A$  (たとえば, アークとかキャップ) と呼ぶとき,  $A$  の要素の個数を  $A$  の大きさと言ひ, 極大な  $A$  を完備な  $A$  であると言う。完備な  $A$  で最大の大きさをもつもの, 2番目の大きさをもつもの, あるいは最小の大きさをもつものは, 特色ある集合であることが期待される。従って, 完備な  $A$  の大きさの最大値, 2番目の最大値, 最小値を決定し, それぞれの大きさを有する完備な  $A$  を分類する問題が自然に喚起される。この問題は, 近年符号理論との関連からも注目を集め, 盛んに研究されているところである。当学位申請論文は, この問題に関するものであり, 次の様な新たな知見を含んでいる。

アークについては, 幾つかの  $q$  の値に対し完備アークの最大値を決定すると同時に, 最大の大きさをもつ完備アークを分類し, 2番目の大きさをもつ完備アークで高い対称性を有するものを見いだしている。また, 完備アークの最小の大きさの下からの評価を改良している。

$(k, r)$ -アークについては,  $q$  が素数の偶数乗  $r = \sqrt{q}$  のとき, 2次元完備  $(k, r)$ -アークの大きさの最大値を与えている。さらに, 2次元完備  $(k, r)$ -アークの大きさの最大値の上からの良い評価式も得ている。

$t$ -ブロッキング集合では, 極小なものを完備であると言う。2次元  $t$ -ブロッキング集合の大きさの下からの評価を改良し,  $t$  が1のときに知られていた評価式を一般化するかたちで,  $t$  が1以上のときの2次元極小  $t$ -ブロッキング集合の大きさの上からの評価を初めて与えている。

キャップについては, 完備キャップの大きさの最大値の評価を改良している。

これらの成果は, 有限射影空間に関する深い知識と巧妙な考察に基づくもので, 当学位論文は理学博士号に値する論文であると判断する。