

氏名	千葉 克夫
授与した学位	博士
専攻分野の名称	理学
学位授与番号	博乙第3584号
学位授与の日付	平成13年 3月25日
学位授与の要件	博士の学位論文提出者 (学位規則第4条第2項該当)
学位論文の題目	Structure of general division rings and PI-rings (一般的斜体及び多項式関係を満たす環の構造)
論文審査委員	教授 中島 惇 教授 池畑秀一 教授 石川洋文

### 学位論文内容の要旨

A. Lichtmanにより提起された非可換な斜体は非可換な自由群を持つかという問題に対し、ある条件の下に次の様な肯定的な解答を与えた。またその問題に関連した幾つかの結果を得た。

$D$  を非可換な斜体,  $D[u, v]$  を可換な不定元  $u, v$  を持つ  $D$  上の多項式環,  $D(u, v)$  を  $D[u, v]$  の商体とすると, 斜体  $D(u, v)$  の乗法群は非可換な自由部分群を持つ。

これより次の結果を導いた。

$D$  を非可算な中心  $K$  を持つ非可換な斜体とすると,  $D$  の乗法群は  $K$  と同じ濃度の非可換自由部分群をもつ。更に, 非可換な斜体  $D$  上の多項式環  $D[u]$  の乗法半群は非可換な自由半群を持つ。

次に可換環において良く知られている Krull-Akizuki の定理を多項式関係を満たす環に一般化した。更に S.A.Amitsur, G.M.Bergman, P.M.Cohn による斜体の rational identity の基本定理を次の様に拡張した。

$D$  をその中心  $K$  が無限体で  $K$  上の次元が無限の斜体,  $H$  を  $D$  の乗法群の正規鎖部分群,  $D_K(X)$  を自由体,  $f(x)$  を  $D_K(X) - \{0\}$  の元とすると,  $f(x)$  が  $(h_i)$  で定義できかつ  $f(h_i) \neq 0$  となる  $H^n$  の元  $(h_i)$  がある。

次に I.N.Herstein と L.Makar-Limanov 及び P.Malcolmson の結果に触発され generalized power central rational identity を定義しそれを持つ斜体について幾つかの結果を得た。

最後に, 自由体を完備な付値をもつ斜体に埋め込み, その付値を研究し次の結果を得た。

$D$  を斜体,  $K$  を bicentral な  $D$  の部分斜体そして  $X$  を集合とする。ある条件の下で, もし  $D$  が離散的付値を持てばその完備化は自由体  $D_K(X)$  を持つ。また  $D$  上の Laurent series からなる斜体は自由体  $D_K(X)$  を持つ。これより  $D$  と  $X$  が可算集合であれば  $D$  の任意の付値は自由体  $D_K(X)$  に拡大できる。

## 論文審査結果の要旨

本論文は斜体の乗法群が自由群を持つか、という問題の部分的な解決とそれに関連する問題の研究である。

Tits は可換体上の行列群の任意の有限生成部分群は sovable-by-finite または非可換な自由群を持つことを示したが、この問題は可換体を斜体に置き換えて考察され、A. Lichtman によって斜体は自由群をもつか、という問題に発展した。これについて次のような解答を与えた。

$D$  を斜体、 $D[u, v]$  を  $D$  上の可換な不定元  $u, v$  をもつ  $D$  上の多項式環、 $D(u, v)$  を  $D[u, v]$  の商体とすれば、斜体  $D(u, v)$  の乗法群は非可換な自由群をもつ。

この結果より、次の結果が証明できる。

$D$  を非可算な中心  $K$  を持つ斜体とすれば、 $D$  の乗法群は  $K$  と同じ濃度の非可換自由部分群を持ち、 $D$  上の多項式環  $D[u]$  の乗法半群は非可換な自由半群を持つ。

また可換環において良く知られている Krull-Akizuki の定理と、Amitsur, Bergman, Cohn による斜体の rational identity の基本定理に関して、次のことを示した。

斜体  $D$  の中心  $K$  が無限体で、 $K$  上  $D$  の次元が無限次元であるとする。 $H$  を  $D$  の乗法群の正規鎖部分群、 $D_K(X)$  を自由体、 $f(x_i)$  を  $D_K(X)$  のゼロでない元とするとき、 $f(x_i)$  が  $(h_i)$  で定義できかつ  $f(h_i)$  がゼロとならないような  $H^n$  の元がある。

これらの結果は高い評価を受けており、学術上寄与するところが少なくない。よって本論文は、博士の学位論文に値するものと認める。