

氏名 西 中 恒 和

授与した学位 博 士

専攻分野の名称 理 学

学位授与番号 博甲第1265号

学位授与の日付 平成6年3月25日

学位授与の要件 自然科学研究科システム科学専攻
(学位規則第4条第1項該当)

学位論文題目 Structure of rings satisfying certain conditions

(ある条件を満たす環の構造について)

論文審査委員 教授 永原 賢 教授 野田隆三郎 教授 中島 悅
教授 山崎比登志 教授 山口 恒夫

学 位 論 文 内 容 の 要 旨

1970年代半ば、環の中心を拡張した概念として、hypercenter 及びcohypercenterと呼ばれる環の部分集合が、それぞれHersteinやChacronによって導入された。以来、多種多様な中心の拡張が考えられ、環の構造を知る手掛かりとなってきた。本論文では、hypercenter及びcohypercenterを共に含む、より一般的な部分環を導入し、ベキ零元 ($\neq 0$) を持たない環ではそれが中心に一致することを示した。また、その部分環から自然に示唆される条件を考え、その条件を満たす環の構造を明らかにしている。

まず、半素環に対して、次の結果はChacronの構造定理を拡張するものである。

定理。 R を半素環、 m を正整数とする。もし任意の元 $x \in R$ に対しある正整数 k 、 n が存在し、任意の $y \in R$ に対して $[x^m - x^{m+1}f(x), y^n - y^{n+1}g(y)]_k = 0$ を満たすような整数係数の多項式 $f(X)$ 、 $g(X)$ が存在するならば、 R は次の環たちの直組である。

(1) 可換整域

(2) F 上の有限次行列環、但しここに F は有限体上の代数拡大体である。また、対象を半素環から一般の環に移し、その構造についても明らかにした。この他、最近Streb、小松、富永らによって構成された手法を可換性定理の証明に適用し、幾つかの可換性定理を与えていた。

論文審査の結果の要旨

本論文は一般の非可換環を対象とし、環の可換性定理に由来するある条件を満たす環の構造を明らかにしている。環の可換性定理の研究は有限斜体は可換体であるという。Wedderburnの定理を起源とし、JacobsonやHersteinなどによって一般の環に対する可換性定理へと発展してきた。中でも環の中心の拡張としてHersteinやChacronによってそれぞれ紹介されたhypercenter及びcohypercenterの概念は環の構造を知る手がかりとして重要な役割を果たしてきた。これらの概念は環の中心を含み、ベキ零元イデアル ($\neq 0$) を持たない環や半素環（ベキ零イデアル $\neq 0$ を持たない環）ではその中心に一致する。

著者は先ず上記の概念を含む、より一般的で有益なある種の集合を導入し、ベキ零元 ($\neq 0$) を持たない環では、それが中心に一致することを証明している。次に、上記の集合から自然に示唆されるある条件を考え、その条件を満たす環を考察した。そして、その環がベキ零元 ($\neq 0$) を持たない場合には可換環になることを証明している。しかし、その環が半素環の場合には一般に可換環にならない。このような環に対しては、可換整域とある体上の行列環の直組（subdirectsum）になることを証明している。この結果は半素環の構造定理としてよく知られている。Chacronの定理の一般化である。Chacronの定理はある種の有限性の条件の下で与えられているが、著者の結果は、その条件が無い場合への拡張である。

次に、一般の（非可換）環に対して、ごく最近に小松一富永によって与えられた、ある環の構造定理を一般化している。即ち、彼らが対象としている元のベキに関する条件をベキより一般的な多項式に関するものへ拡張し、その条件を満たす環が可換環と有限体上の二次の上半三角行列のある部分環との直組になることを証明している。この他、最近Streb、小松一富永らによって構成された手法を可換性定理の証明に適用し、幾つかの可換性定理を与えている。

以上の論文内容ならびに論文発表等について学位審査の結果、本研究は学術上の寄与が大であると判断される。よって、本論文は博士（理学）の学位論文に値するものと認める。