

氏名	小 谷 泰 介
授与した学位	博 士
専攻分野の名称	理 学
学位授与番号	博甲第2528号
学位授与の日付	平成15年 3月25日
学位授与の要件	自然科学研究科システム科学専攻 (学位規則第4条第1項該当)
学位論文の題目	Stable homotopy types of stunted lens spaces and rational cohomology of function spaces (切縮レンズ空間の安定ホモトピー型と関数空間の有理コホモロジー)
論文審査委員	教授 三村 護 教授 島川 和久 教授 酒井 隆

### 学 位 論 文 内 容 の 要 旨

この論文は、2つの部分で構成されている。

第1部では、切縮レンズ空間の安定ホモトピー型について考えている。

$(2n+1)$ 次元  $\text{mod } q$  レンズ空間  $L_q^{2n+1}$  を、 $(2n+1)$ 次元球面上の標準的な位数  $q (\geq 2)$  の作用による軌道空間で定義する。また、 $2n$ 次元  $\text{mod } q$  レンズ空間  $L_q^{2n}$  を、 $L_q^{2n+1}$  の自然な胞体分割による  $2n$  切片で定義する。このとき、 $k \geq 0$  に対して、自然な包含関係  $L_q^{n+1} \subset L_q^{n+k}$  が成り立ち、 $L_q^{n+1}$  を1点に縮めることにより、 $\text{mod } q$  切縮レンズ空間  $L_q^{n+k} / L_q^{n+1}$  が得られる。

2つの空間が安定ホモトピー同値であるとは、2つの空間にそれぞれ何回か懸垂をほどこしたときにホモトピー同値となることをいう。

ここでの目的は、2つの  $\text{mod } q$  切縮レンズ空間が安定ホモトピー同値となるための必要または十分条件を決定することである。

第1章では、基本的な定義および切縮レンズ空間について知られている性質を述べた。

第2章では、切縮レンズ空間の安定ホモトピー型について知られている結果をまとめた。

第3章では、 $\text{mod } 2^r (r \geq 1)$  切縮レンズ空間についての K. Ito と T. Kobayashi との共同研究で得られた結果を述べた。

第4章では、S-可約性およびS-双対可約性との関係について得られた結果を述べた。

第2部では、関数空間の有理コホモロジーについて考えている。

関数空間とは、連続写像からなる集合にコンパクト開位相を入れることにより得られる空間のことをいう。

次数つき代数が自由であるとは、奇数次数の元で生成される外積代数と偶数次数の元で生成される多項式代数とのテンソル積と次数つき代数として同型になることをいう。

ここでの目的は、関数空間の有理コホモロジーが自由になるための必要十分条件を決定することである。

第5章では、基本的な定義を述べた。

第6章では、Sullivan モデルの定義およびその性質を述べた。空間の極小 Sullivan モデルとは、べき零条件を満たす分解可能な微分をもつ自由な次数つき代数で、そのコホモロジーが空間の有理コホモロジーと同型になるものをいう。

第7章では、E. H. Brown, Jr. -R. H. Szczarba による基点を必ずしも保たない連続写像からなる関数空間の極小 Sullivan モデルの構成を紹介した。また、K. Kuribayashi により確かめられた「基点を保つ連続写像からなる関数空間の極小 Sullivan モデルは、関数空間に関する評価ファイブレーションにより、E. H. Brown, Jr. -R. H. Szczarba の極小 Sullivan モデルから得られる」ことを述べた。

第8章では、少数の胞体を持つ CW 複体からの基点を保つ連続写像から成る関数空間の有理コホモロジーが自由になるための必要十分条件を決定した結果を述べた。

## 論文審査結果の要旨

本論文は2部から構成されている。

第1部では、切縮レンズ空間の安定ホモトピー型について研究している。

まず、コホモロジー作用素を用いて、2つの  $\text{mod } 2^r$  切縮レンズ空間が安定ホモトピー同値になるための必要条件を、胞体の個数が8以下の場合に、すべての  $r \geq 1$  に対して与えている。さらに十分性を考えることにより、2つの  $\text{mod } 2^r$  切縮レンズ空間が安定ホモトピー同値になるための必要十分条件を、胞体の個数が2または3かつ胞体の最低次元が偶数の場合に、すべての  $r \geq 2$  に対して与えている。次に、 $S$ -可約性および $S$ -双対可約性の性質を用いて、2つの  $\text{mod } q$  切縮レンズ空間が安定ホモトピー同値になるための必要十分条件を、いずれかの空間が $S$ -可約または $S$ -双対可約である場合に、すべての  $q$  に対して与えている。

第2部では、関数空間の有理コホモロジーについて研究している。

まず、極小Sullivanモデルと有理ホモトピー群との関係を用いて、高々3つの胞体を持つCW複体の有理ホモトピー型を与え、次に、Brown-Szczarbaの構成した関数空間の極小Sullivanモデルを用いて、基点を保つ連続写像からなる関数空間の有理コホモロジーが自由になるための必要十分条件を、定義域の空間が高々3個の胞体からなるCW複体の場合に与えている。

以上のように、本論文は安定ホモトピー論および有理ホモトピー論においてそれぞれ新しい結果を与えており、その内容は、これらの理論の発展において有用であると判断されるので、本論文は博士(理学)の学位に値すると認める。