【 25 】

氏名	横 谷 正 明
授与した学位	博　　士
専攻分野の名称	理　　学
学位授与番号	博 甲 第 1266 号
学位授与の日付	平成6年3月25日
学位授与の要件	自然科学研究科システム科学専攻 （学位規則第4条第1項該当）
学位論文題目	TOPOLOGY OF EXCEPTIONAL LIE GROUPS AND CERTAIN SPECTRA CONCERNING *BP*−THEORY （例外LIE群の位相と*BP*−理論に関するあるスペクトラム）
論文審査委員	教授　三村　護　　教授　藤井　道一　　教授　酒井　隆 教授　山嵜比登志　　教授　山口　恒夫

学 位 論 文 内 容 の 要 旨

本論文は2部より成り，第1部は2章，第2部は1章で構成される。

コンパクト連結なLie群Gとその接束の自明化fは，Pontrjagin-Thom構成を通して，球面の安定ホモトピー群$\pi^{S}_{\dim G}$の元$[G, f]$と同一視される。さらに，ある接束の自明化fが存在して$[G, f]=0$になることが知られている。第I章では，Gが階数2，4のコンパクト単純例外Lie群G_2，F_4の場合に$[G, f]=0$になる状況を明らかにすることを目的にした。

階数2，4，6のコンパクト単純例外Lie群G_2，F_4，E_6は良く知られた部分群を持っている。第II章では，これら例外Lie群の部分群による等質空間の整係数コホモロジー環を決定し，さらに，等質空間の間の標準的な写像によって誘導される環準同型を明らかにした。

奇素数pに対するBrown−PetersonスペクトラムBPのホモトピー$BP_*=\pi_*(BP)$は多項式環$Z_{(p)}[v_1, v_2, \cdots]$で与えられる。$I_m=\{p, v_1, \cdots, v_{m-1}\}$で生成される$BP_*$のイデアルを$(I_m)$で表すとき，$BP_*$-加群として

$$BP_*(X) \cong BP_*/(I_m)$$

となるスペクトラムXを$V(m-1)$で表す。現在$V(0)$，$V(1)$，$V(2)$，そして$V(3)$の存在は

知られているが，一般に$m-1\geqslant 4$のときの$V(m-1)$の存在は未だに知られていない。しかし第III章では，BPとBP_*の元v_nにより得られるテレスコープ$v_n^{-1}BP$に関して，$n^2-n-m\leqslant 2(p-1)$となるmに対し，BP_*-加群として

$$v_n^{-1}BP_*(X)\cong v_n^{-1}BP_*/(J_m)$$

となるスペクトラムXの存在を示した。ここで，J_mはBP_*の長さmの不変正則列で，I_mであってもよい。

論文審査の結果の要旨

コンパクト連結なLie群Gとその接束の自明化fは，Pontrjagin-Thom構成を通して，球面の安定ホモトピー群$\pi^S_{\dim G}$の元$[G, f]$を表す。このとき，Gの接束のある自明化fが存在して$[G, f]=0$になることが知られている。第I章では，Gが階数2，4のコンパクト単純例外Lie群G_2，F_4の場合に$[G, f]=0$になる状況を明らかにすることを目的にしている。特に，G_2の接束rの自明化を標準的な実表現$p: G_2\to GL(7,\mathbf{R})$の3倍$3p: G_2\to GL(21,\mathbf{R})$でひねった自明化を$r^{3p}$で表したとき，

$$[G_2, r^{3p}]=0$$

となることを明らかにしている。さらにF_4の場合に対して，状況を明らかにするため，いくつかの有用な命題を得ている。

階数2，4，6のコンパクト単純例外Lie群G_2，F_4，E_6は良く知られた部分群を持っている。第II章では，これら例外Lie群の部分群による等質空間の整係数コホモロジー環を決定し，さらに，等質空間の間の標準的な写像によって誘導される環準同型も明らかにしている。

奇素数pに対するBrown－PetersonスペクトラムBPのホモトピー$BP_*=\pi_*(BP)$は多項式環$Z_{(p)}[v_1,v_2,\cdots]$で与えられる。$I_M=\{p,v_1,\cdots,v_{m-1}\}$で生成される$BP_*$のイデアルを$(I_m)$で表すとき，$BP_*$-加群として

$$BP_*(X)\cong BP_*/(I_m)$$

となるスペクトラムXは$V(m-1)$と表される。現在$V(0)$，$V(1)$，$V(2)$，$V(3)$の存在は知られているが，一般に$m-1\geqslant 4$のときの$V(m-1)$の存在は未だに知られていない。しかし第III章では，BPとBP_*の元v_nにより得られるテレスコープ$v_n^{-1}BP_*=\varinjlim_i \Sigma^{-2(p^n-1)i}BP$に関して，$m$が$n^2+n-m\leqslant 2(p-1)$を満たすとき，$BP_*$-加群として

$$v_n^{-1}BP_*(X)\cong v_n^{-1}BP_*/(J_m)$$

となるスペクトラムXの存在を示している。ここで，J_mはBP_*の長さmの不変正則列であり，J_mとしてI_mをとってもよい。

以上の論文内容ならびに論文発表等について学位審査の結果，本論文は学術上寄与するところ大であると判断される。よって，本論文は博士（理学）の学位論文に値するものと認める。