

$$N(\Theta) = \frac{C}{2\pi} \left[1 + \sum_{n=2}^{\infty} (n^2 - 1)(A \cos n\Theta + B \sin n\Theta) \right] \quad (5.2)$$

$$C = \int_0^{2\pi} N(\Theta) d\Theta \quad (5.3)$$

$$A = 2 \int_0^{2\pi} N(\Theta) \cos n\Theta d\Theta / C \quad (5.4)$$

$$B = 2 \int_0^{2\pi} N(\Theta) \sin n\Theta d\Theta / C \quad (5.5)$$

と表すことができる[†]。したがって、式(5.1)の関係から、Fourier級数の逆変換を用いて、分布密度関数を次のように定義できる。

$$\eta(\theta) = \frac{C}{8\pi} \left[1 - \sum_{n=2}^{\infty} (n^2 - 1)(A \cos n\theta + B \sin n\theta) \right] \quad (5.6)$$

この関数は、 n 次の周波数成分が $(n^2 - 1)$ 倍されるので、高周波数成分ほどわずかな誤差でも大きく増幅される。ここでは、分布形態の異方性を直交異方性として表すので、高周波数成分を無視し $n=2$ とした。したがって、分布密度関数は、次式のように書けるが、 $\eta(\theta)$ の最大となる方向が異方性を表す主軸方向となる。

$$\eta(\theta) = \frac{C}{8\pi} [1 - 3(A \cos 2\theta + B \sin 2\theta)] \quad (5.7)$$

実際には、まず $0 < \theta < \pi$ を \mathcal{N} 等分した方向 $\Theta_k = \pi k / \mathcal{N}$ ($k=0 \dots \mathcal{N}-1$)について、各線分の投影長さの和が全線分の総長に占める割合 N_k を実測し、式(5.3)~(5.5)に対応して、

$$A = 2 \sum_{k=0}^{\mathcal{N}-1} N_k \cos 2\Theta_k / \sum_{k=0}^{\mathcal{N}-1} N_k \quad (5.8)$$

$$B = 2 \sum_{k=0}^{\mathcal{N}-1} N_k \sin 2\Theta_k / \sum_{k=0}^{\mathcal{N}-1} N_k \quad (5.9)$$

$$C = 2\pi \sum_{k=0}^{\mathcal{N}-1} N_k \quad (5.10)$$

として定数 A, B, C を求めることができる。

ところで、式(5.7)で示される分布密度関数を、 $x-y$ 座標系で表すと次式のように書ける。

[†] \sum' は偶数次の項のみの和をとることを表す。

$$\eta(x, y) = \frac{C}{8\pi} \left[1 + \sum_{i,j=1}^2 D_{ij} x_i x_j \right] \quad (x = x_1, y = x_2) \quad (5.11)$$

この式(5.11)における D_{ij} はファブリックテンソルと呼ばれ、定数 A, B を用いて次のように表される。

$$D = -3 \begin{bmatrix} A & B \\ B & -A \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

ファブリックテンソルは、直交する二つの主軸と固有値を持つが、この主軸方向が異方性を表す方向である。また、固有値 λ は次式のように書けるが、この固有値は一様分布からの隔たりを表す値であり、一様分布状態では $\lambda=0$ となる。

$$\lambda = \pm 3\sqrt{B^2 - A^2} \quad (5.13)$$

5.3 不規則円孔分布における損傷状態の評価

5.3.1 損傷状態の評価への損傷テンソルの導入

前述の分布密度関数の固有値から、主軸方向における分布密度比が得られるが、ポロノイ多角形は隣接する円孔との距離によってその形状が定まるため、その分布密度比は、ポロノイ多角形を等価な単位セルによって代表させた場合の、形状比に相当するものであると考えられる。そこで本論(第5章)では、ポロノイ多角形の形状を、等価な単位セルによって代表させた場合、その形状比 μ を次式によって定義した。

$$\mu = \frac{1 + \lambda}{1 - \lambda} \quad \left(= \frac{L_2}{L_1} \right) \quad (5.14)$$

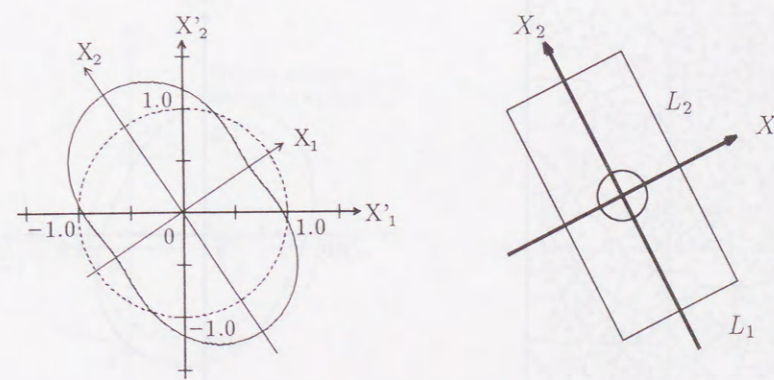


Fig.5.3 Distribution function and rectangle unit cell

一方、分布密度関数の主軸方向は、異方性の主軸方向を表しており、ポロノイ多角形状を代表する単位セルの配向方向を示すものである。以上のようにして、単位セルの形状比および方向が決定されたため、最後に単位セルの面積が求めれば、単位セルの短辺 L_1 、長辺 L_2 が得られる (Fig.5.3)。すなわち、損傷テンソルを導入することができる。しかしながら、等価な単位セルの面積を決定する場合、損傷状態を評価する領域が重要な因子となり、評価領域の取り方によって単位セルの面積も変化する。また、領域に含まれる円孔の面積分率も、損傷テンソルの値を左右する。単位セルの面積を決定し、不規則に円孔が分布する場合、損傷テンソルをどのように定義するかについては、次節で述べる。

5.3.2 分布平均損傷テンソル

まず、損傷状態を評価する領域を、円孔が分布する領域全体とし、領域全体における円孔分布の平均的な損傷状態を考える。Fig.5.4 に示すように、円孔の分布する領域全体を構成するポロノイ多角形について、そのすべての線分群に対する分布密度関数が得られたとする。このとき、円孔の面積分率を考慮して、全ポロノイ多角形の平均面積 S_v^{avr} が、領域全体を等価な平均単位セルの配列として置き換えた場合の、単位セルの面積と等しいと考えると、

$$S_v^{avr} = L_1 L_2 \tag{5.15}$$

となる。したがって、Fig.5.3 に示したような、短辺 L_1 、長辺 L_2 、荷重方向 X'_2 と単位セルの長辺方向とのなす角 ϕ が得られ、領域全体に分布する円孔の平均直径を d とすれば、2.3.1 節で述べた損傷テンソルを、平均的な意味で求めることができる (式(5.16))。

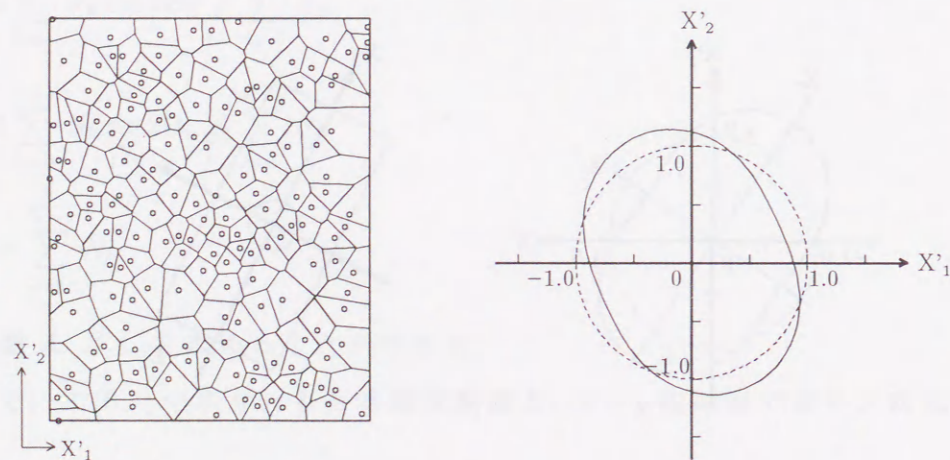


Fig.5.4 Distribution function for all line segments

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_1 \cos^2 \phi + \Omega_2 \sin^2 \phi & (\Omega_1 - \Omega_2) \sin \phi \cos \phi & 0 \\ (\Omega_1 - \Omega_2) \sin \phi \cos \phi & \Omega_1 \sin^2 \phi + \Omega_2 \cos^2 \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} e_i \otimes e_i \tag{5.16}$$

$$\Omega_1 = \frac{d}{L_2} \quad \Omega_2 = \frac{d}{L_1} \tag{5.17}$$

このように、不規則円孔分布形態を定量的に評価し、規則的に円孔を配列した単純モデルと同様に、巨視的な損傷状態を定義することで、円孔分布形態と巨視的な降伏応力との関係の定量化を試みる。

5.3.3 局所的な損傷テンソル

一方、円孔形状変化などの局所的な変形、モデル材料の破断に関しては、分布の不均一性も考慮して、特定の局所的な領域における損傷状態の評価が必要であると考えられる。そこで、ある特定の領域における局所的な損傷テンソルを定義する。

局所的な損傷量を定義するための評価領域としては、隣接する円孔との距離関係を、反映させることのできるポロノイ多角形を損傷テンソルを評価する局所領域とした。

具体的には、ある一つのポロノイ多角形が、Fig.5.5 に示すような分布密度関数を持つとし、前節と同様に、分布密度関数の主軸 X_2 軸と荷重方向 X'_2 軸とのなす角を ϕ 、主軸方向における分布密度比 μ は式(5.14)に示すとおりであるとする。このとき、ポロノイ多角形の面積が S_v^{loc} であるとする、巨視的な分布平均損傷テンソルの場合と同様にして、

$$S_v^{loc} = L_1 L_2 \tag{5.18}$$

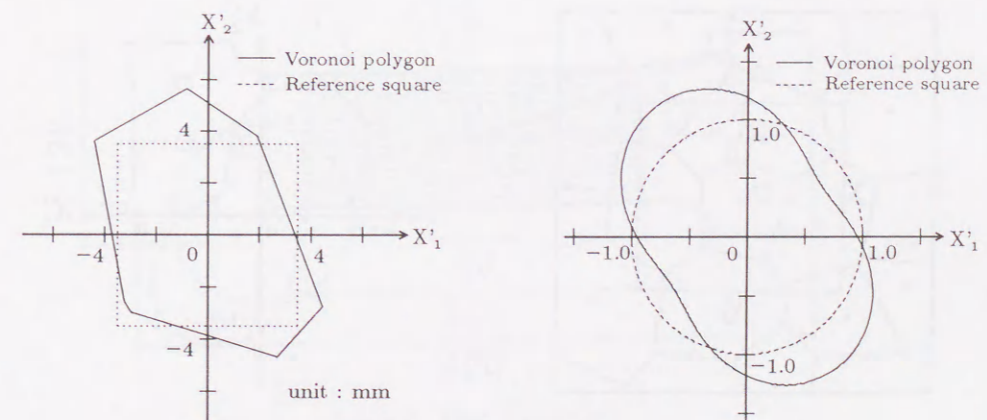


Fig.5.5 Distribution function for a voronoi polygon

の関係より、ポロノイ多角形を、短辺 L_1 、長辺 L_2 、荷重方向 X'_2 と単位セル長辺とのなす角 ϕ を持つ、等価な単位セルに置き換えることができ、前述した式(5.16)(5.17)より、損傷テンソルが決定される。この損傷量は、ポロノイ多角形に含まれる円孔直径 d をパラメータとして、ポロノイ多角形の位置ごとに求められるため、局所的な損傷状態を評価できる。

5.3.4 有限領域における損傷テンソル

以上のように、円孔が不規則に分布するモデルにおける、損傷状態の評価量として、円孔分布の巨視的な平均損傷テンソルと、ポロノイ多角形一つを損傷の評価領域とする局所的な損傷テンソルを定義した。ここでは、この対極的な損傷テンソルから、一般化した損傷テンソルを定義することを試みる。

Fig.5.6 に示したように、 $X \times X$ の大きさの領域を考え、その中に含まれる円孔の数を N とする。このとき、損傷状態を評価する評価面積が X^2/N であるとする。一方、領域内の多角形を構成する線分群から、分布密度関数の主軸と荷重方向とのなす角 ϕ 、固有値 λ が得られ、主軸方向における分布密度比 μ が求まったとする。評価領域内に含まれる多角形形状を、短辺 L_1 、長辺 L_2 の単位セルで代表させることを考えると、分布密度比 μ と評価面積 X^2/N から、 L_1, L_2 は次式のようにして決定される。

$$\mu = \frac{L_2}{L_1} \quad (5.19)$$

$$\frac{X^2}{N} = L_1 L_2 \quad (5.20)$$

以上、円孔分布の平均的な意味での巨視的な損傷テンソル、局所的な場合も含めた有限領域における損傷テンソルにより、モデル材料の特性を定量的に評価する。

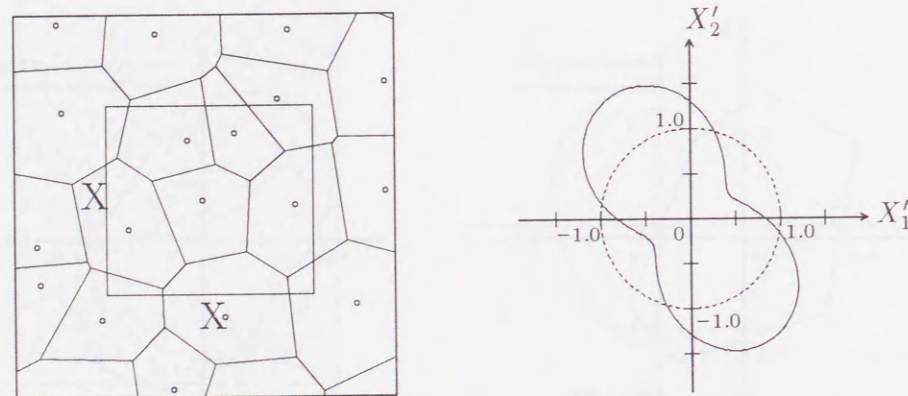


Fig.5.6 Distribution function for limited region

5.4 試験片および円孔分布形態

本実験で使用した供試材料としては、前章までに使用した、2種類の工業用純アルミニウム(板厚 1mm)を用いた。試験片の形状および寸法は Fig.5.7 に示す通りである。円孔は、試験片平行部 80mm × 200mm の領域に、以下の3通りの方法で分布させ、3種類のモデルを設定した (Fig.5.8)。円孔分布の不規則性はモデル A, B, C の順に強くなっている。これらのモデルについて、円孔分布の不規則性の程度を変化させた場合、材料全体の異方性がどのように変化するか実験的に検討し、ここで提案した評価方法の妥当性を検討する。また、局所的な損傷テンソルにより、モデル材料の損傷状態と変形挙動、破断形態の関係を検討する。

モデル A : 試験片平行部を 4mm × 12mm の格子で覆い、各格子の中央部 2mm × 6mm の領域の任意の位置に、乱数を用いて一つ円孔を分布させる。配列格子の長辺と引張軸のなす角(標準配列角) ψ は 0° から 90° まで 15° おきに 7 種類用意した。
円孔直径はすべて 2.0mm。

モデル B : 試験片平行部を 4mm × 12mm の格子で覆い、各格子の任意の位置に、乱数を用いて一つ円孔を分布させる。配列角 ψ は 0°, 30°, 60°, 90° の 4 種類を用意した。
円孔直径はすべて 2.0mm。

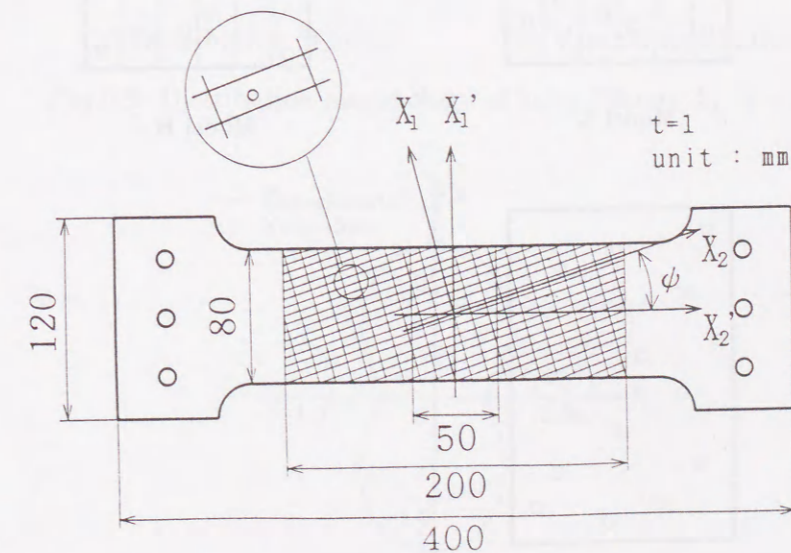


Fig.5.7 Test specimen

モデル C : 円孔の面積分率を同じくして, 試験片平行部全体の任意の位置に円孔を分布させる. 円孔位置は乱数を用いて決定し, 分布状態の異なる試験片を用意した. 円孔直径はすべて 2.0mm のモデル ($C_1 \sim C_5$) と, 0.8mm , 1.0mm , 1.2mm , 1.5mm , 2.0mm の5種類の異なる直径の円孔を分布させたモデル (C_6) を用意した.

いずれのモデルにおいても, 円孔が互いに重なる場合には再度乱数を用いて円孔位置を変更し, 円孔の重複は避けるよう配慮した. 本実験で使用した試験片には, 機械加工後残留応力除去のため 360°C , 1hr 保持の焼鈍を施した. 試験方法は単軸引張試験であり, 荷重方向は X'_2 軸方向, 引張速度は $0.5\text{mm}/\text{min}$ である. 変位測定には標点間距離 50mm の差動トランス式変位計を用い, 初期降伏応力としてオフセットひずみ 0.005% , 0.01% の耐力を測定した.

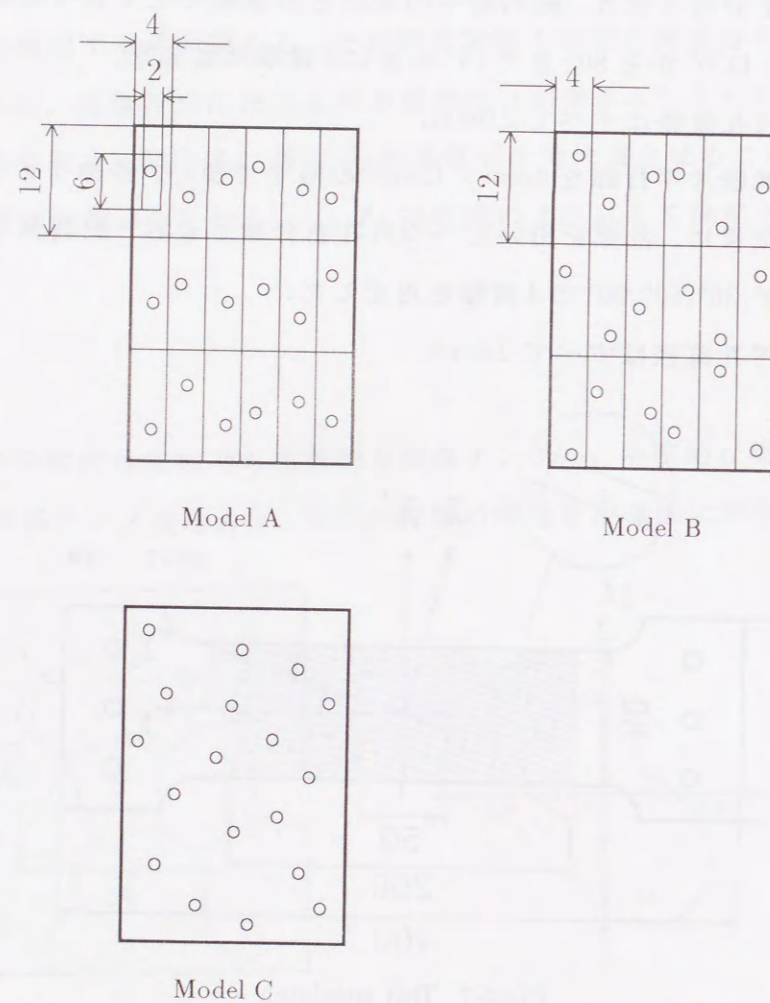


Fig.5.8 Schematic view of hole distribution

5.5 実験結果および考察

5.5.1 円孔分布形態と分布密度関数

本実験において設定した, 不規則円孔分布モデルについてのポロノイ領域分割結果を示す. まず, モデル A における規準配列角 $\psi = 0^\circ$ の場合について, 円孔を分布させる際に設定した配列格子内における円孔分布状況と, それをポロノイ領域分割した結果を Fig.5.9 に示す. 図中の○印は円孔を表しており, このモデルの場合, 円孔直径 2.0mm , 体積分率 6.5% である. また, Fig.5.9 (a) における破線が初期設定した配列格子を, Fig.5.9 (b) における実線がポロノイ多角形をそれぞれ表している. Fig.5.9 (b) に示すポロノイ領域分割結果において, 領域を構成するポロノイ多角形の形状は, 円孔を分布させる際に設定した配列格子の形状とは大きく異なっている.

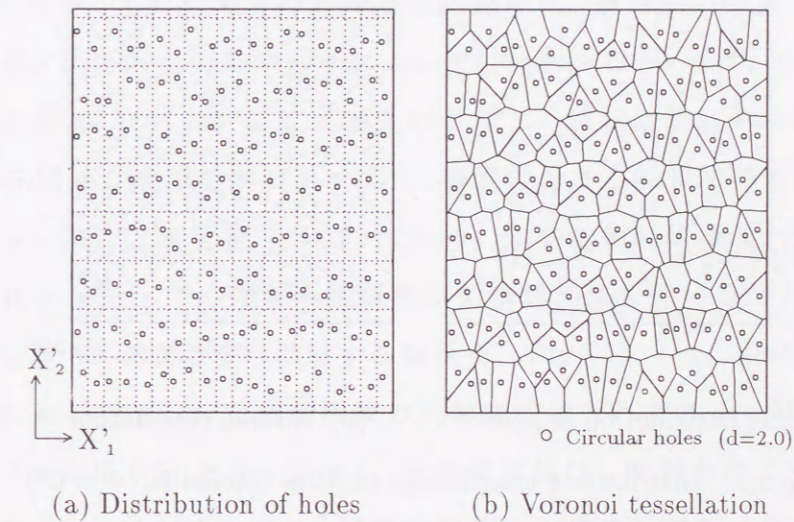


Fig.5.9 Distribution morphology of holes (Model A, $\psi = 0^\circ$)

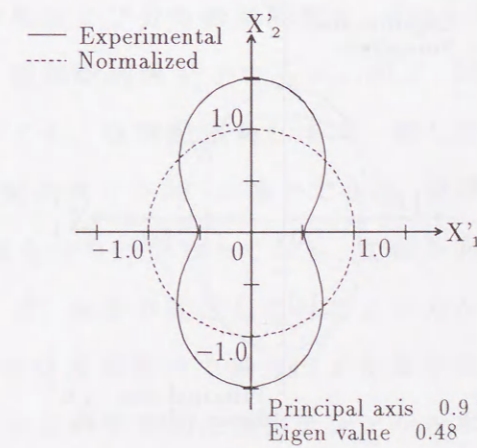


Fig.5.10 Distribution density of line segments (Model A, $\psi = 0^\circ$)

この多角形を構成する線分群についての分布密度関数を Fig.5.10 に示す. 図中における実線は多角形を構成する線分群についての分布密度 $\eta(\theta)$ を表し, 破線は線分群が完全に一様分布である場合の分布密度を表している. この分布密度関数について, 主軸方向は 0.9° であり, 配列角 ψ にほぼ一致している. また, 固有値 λ は 0.48 であり, 直交する二つの主軸の分布密度の比は 2.9 となって, 設定した配列格子の形状比 3.0 とほぼ一致する. このことは, モデル A では円孔が分布可能な範囲を $2\text{mm} \times 6\text{mm}$ と制限し, 不規則性が弱いことによると考えられる.

次に, モデル B の規準配列角度 $\psi = 0^\circ$ の場合について, 領域分割結果を Fig.5.11 に示す.

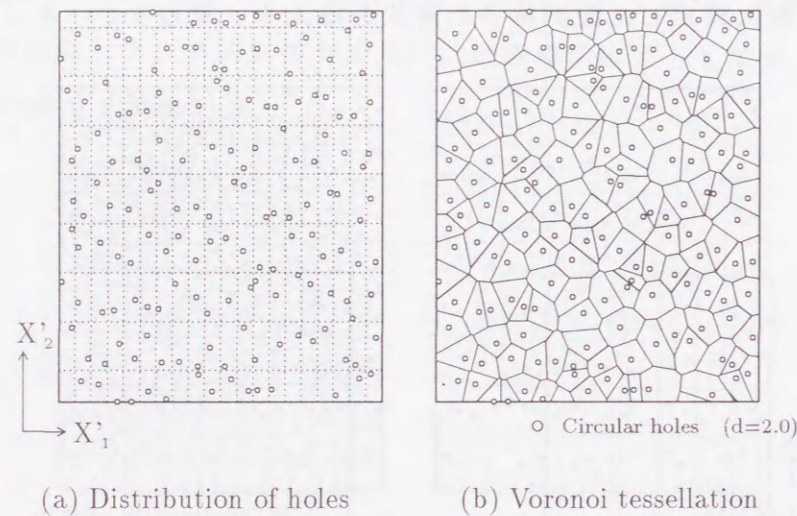


Fig.5.11 Distribution morphology of holes (Model B, $\psi = 0^\circ$)

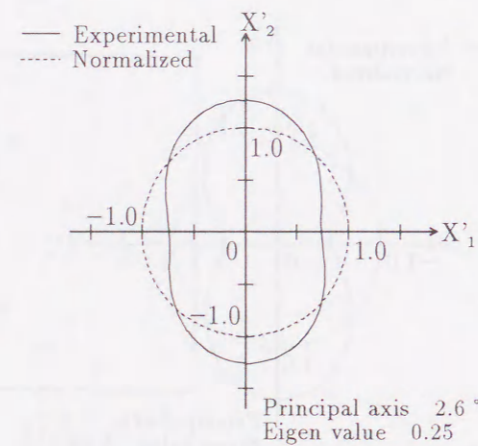


Fig.5.12 Distribution density of line segments (Model B, $\psi = 0^\circ$)

この領域分割結果では, ボロノイ多角形の形状がモデル A と比較して, X'_2 軸方向へ短くなっていることが分かる. これは, モデル A より円孔が分布可能な範囲を広くし, 不規則性を強めたことにより, 隣接する円孔間の距離にばらつきがでたためであると考えられ, 円孔の分布形態の変化に応じてボロノイ多角形の形状も変化することが分かる. このモデルに対応する分布密度関数を Fig.5.12 に示すが, その形状は X'_2 軸方向に短くなっており, ボロノイ多角形の形状を反映するものとなっている. 分布の主軸方向は 2.6° , 固有値は 0.25 であり, 固有値から求められる主軸方向への分布密度比は 1.7 となる. モデル B の分布密度関数は, 円孔分布の不規則性が強まったことによる, 平均円孔間距離のばらつきの増加を反映している. 以上のように, 分布密度関数は円孔が分布する領域の平均円孔間距離を反映し, 円孔分布形態に対応した異方性を示すことが分かる.

それではここで, 不規則円孔分布モデルにおける, 規準配列角 ψ の変化とともに分布密度関数がどのように変化するかについて, 検討を行う. まず, モデル A について, 規準配列角 ψ を $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ とした場合のボロノイ領域分割結果および分布密度関数を示す. Fig.5.13 は, 規準配列角 $\psi = 30^\circ$ の場合における結果である. 分布密度関数の主軸方向は $\phi = 32.1^\circ$, 固有値 $\lambda = 0.48$ であり, 分布密度比はほぼ一定のまま, 規準配列角 ψ の変化に対応して, 分布密度関数の主軸が変化していることが分かる. 次に, 規準配列角 ψ が 60° および 90° に対する結果を, Fig.5.14, Fig.5.15 に示す. これらのモデルの場合においても, 分布密度関数の主軸方向はそれぞれ $\phi = 65.1^\circ, 89.1^\circ$, 固有値はそれぞれ $\lambda = 0.45, 0.54$ となっており, 分布密度比は, 配列角によらずほぼ規準配列格子の形状比 3.0 に近い値をとり, 規準配列角 ψ とほぼ同様に, 分布密度関数の主軸が変化している. 一方, モデル B について, 規準配列角 ψ を $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ とした場合のボロノイ領域分割結果および分布密度関数を, Fig.5.16 ~ Fig.5.18 に示す. 分布密度関数の主軸方向 ϕ は, 規準配列角 ψ とともに, $30.1^\circ, 55.1^\circ, 89.9^\circ$ と変化しており, このモデルの場合においても, 規準配列角とほぼ一致した結果が得られた. また, 固有値 λ については, 規準配列角 $\psi = 30^\circ$ の場合で 0.26, 規準配列角 $\psi = 60^\circ$ の場合で 0.24, 規準配列角 $\psi = 90^\circ$ の場合で 0.22 となっており, 主軸方向における分布密度比は, 初期の規準配列角 ψ によらず, あまり変化しないことが分かる.

以上の結果から, 分布密度関数の主軸方向 ϕ を異方性の主軸とし, 分布密度比とを合わせ, 対応する円孔分布の平均的な損傷テンソルを求めることができ, 巨視的な力学特性を推定できる.

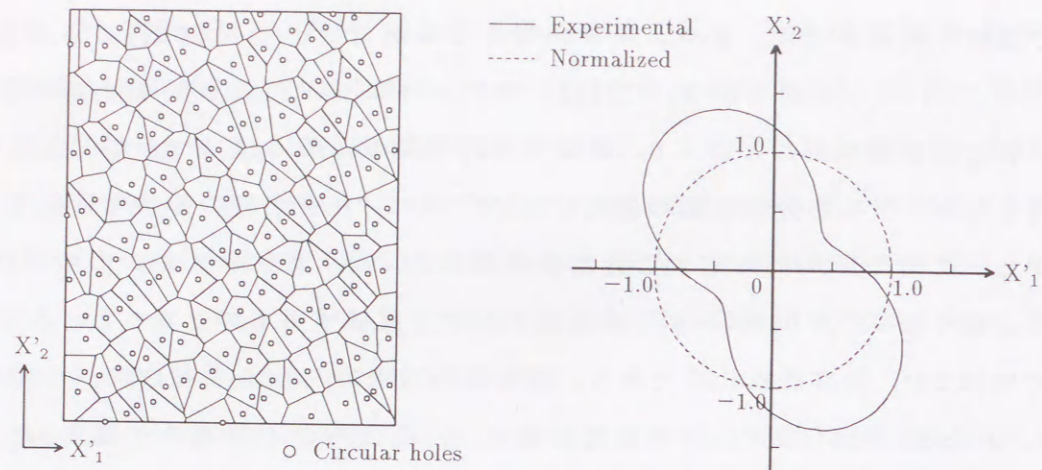


Fig.5.13 Distribution density of line segments (Model A, $\psi = 30^\circ$)

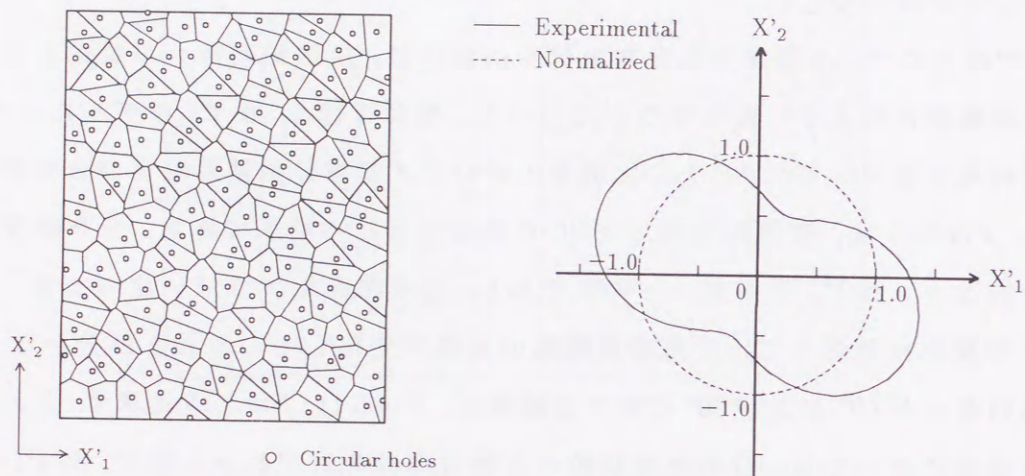


Fig.5.14 Distribution density of line segments (Model A, $\psi = 60^\circ$)

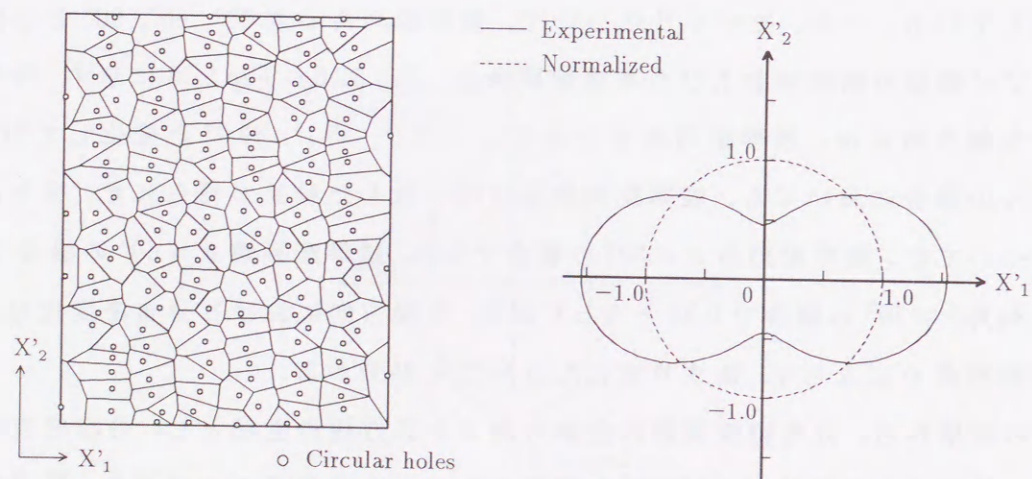


Fig.5.15 Distribution density of line segments (Model A, $\psi = 90^\circ$)

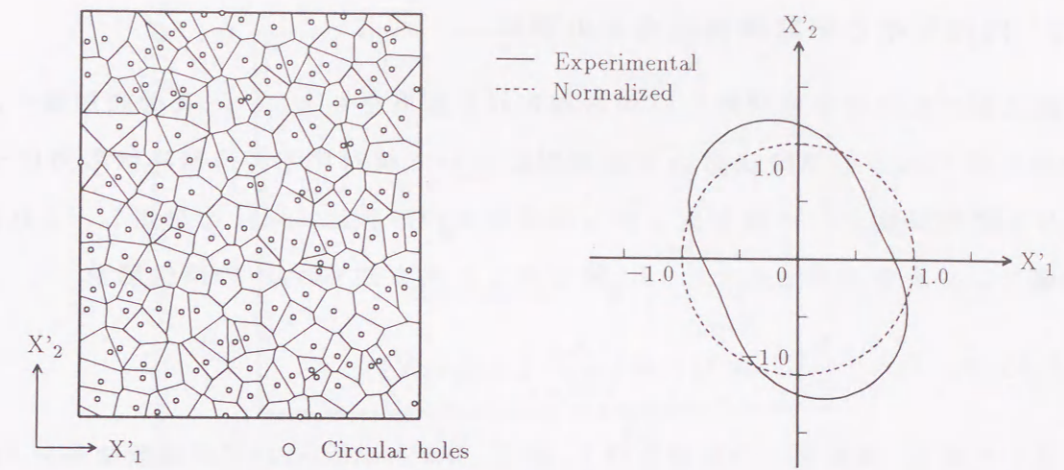


Fig.5.16 Distribution density of line segments (Model B, $\psi = 30^\circ$)

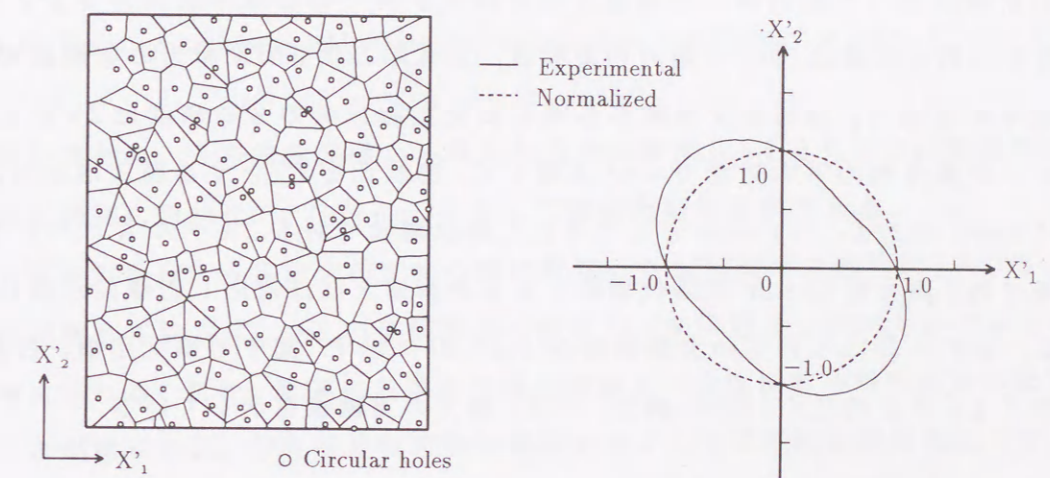


Fig.5.17 Distribution density of line segments (Model B, $\psi = 60^\circ$)

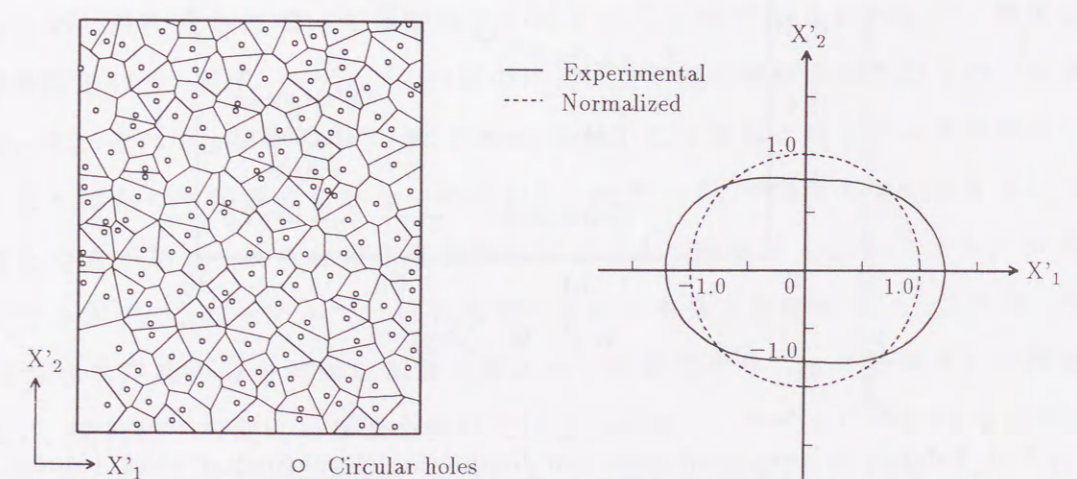


Fig.5.18 Distribution density of line segments (Model B, $\psi = 90^\circ$)

5.5.2 円孔分布と初期降伏応力との関係

前節における分布密度関数 $\eta(\theta)$ から得られる結果をもとに、円孔分布形態と、引張試験から得られる初期降伏応力との関係について検討する。初期降伏応力については、分布密度関数 $\eta(\theta)$ の固有値 λ から単位セルの形状比 L_2/L_1 を決定し、これによって損傷テンソルが求まるため、2.3.1 節で示した異方性 Gurson の降伏関数

$$F_G(S, \sigma_m, f) = \left(\frac{S_{eq}}{\sigma_m}\right)^2 + 2f \cosh\left(\frac{S_{kk}}{2\sigma_m}\right) - (1 + f^2) \quad (5.21)$$

で評価した値と、実験値との比較を行う。まず、モデル A についての実験結果を Fig.5.19 に示す。縦軸には多孔平板モデルの巨視的な降伏応力と母材の降伏応力の比をとり、横軸は初期設定した配列格子と荷重方向とのなす角である規準配列角 ψ をとっている。図中の黒丸印●は 0.005% 耐力の実験値、白丸印○は 0.01% 耐力の実験値である。また図中の実線は、分布密度関数から得られた主軸方向の分布密度比 2.9 をもとに、全ポロノイ多角形の平均面積 48mm^2 と等しく、形状比を 2.9 とする四辺形から、短辺 $L_1 = 4.1\text{mm}$ 、長辺 $L_2 = 11.8\text{mm}$ として求めた降伏関数である。モデル A についての実験結果では、異方性 Gurson の降伏関数による計算値とほぼ対応した傾向が得られた。

次に、モデル B についての実験結果を Fig.5.20 に示す。図中の黒丸印●、白丸印○は先の Fig.5.19 と同じく 0.005% 耐力、0.01% 耐力の実験値を示している。

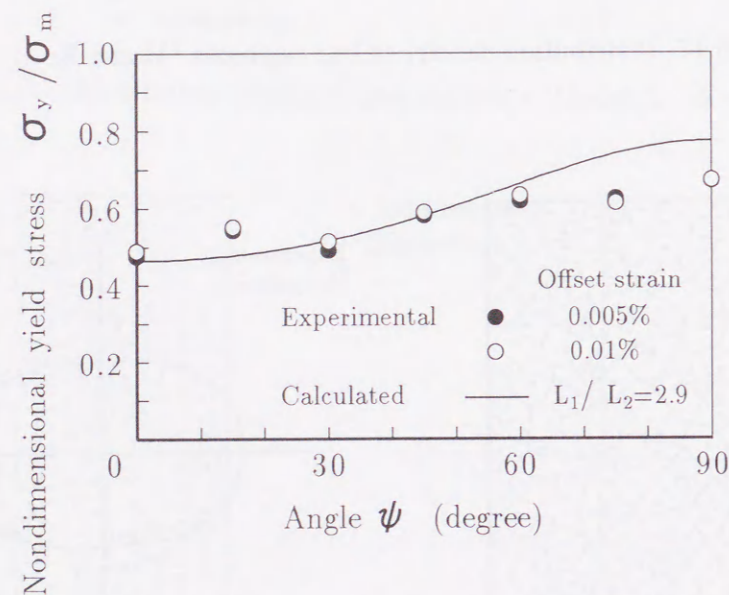


Fig.5.19 Relation between yield stress and distribution morphology of holes (Model A)

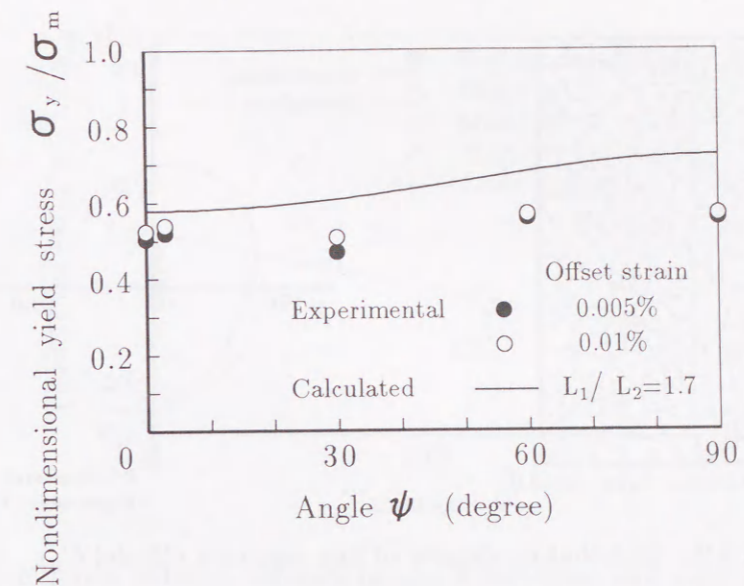


Fig.5.20 Relation between yield stress and distribution morphology of holes (Model B)

一方図中の実線は、分布密度関数から得られた分布密度比 1.7 をもとに、前述のモデルの場合と同様に形状比 $\mu = L_2/L_1 = 1.7$ として求めた計算結果である。

このモデルの場合、円孔を分布させる際に設定した配列格子の形状比 3.0 の場合ほど異方性が現れておらず、円孔の隣接関係が設定した配列格子とは明らかに異なっていると考えられる。また、計算から求めた降伏関数よりも実験値の降伏応力が低下していることが認められ、円孔が分布可能な範囲を広くし不規則性を強めたことで、隣接する円孔間の距離にばらつきが生じ、全体としての円孔による損傷はかなり増大していると考えられる。

円孔分布の不規則性が強まることで、全体としての損傷状態が増大することが考えられるため、円孔分布について規制がないモデル C とモデル A について、降伏応力の比較検討を行う。まず、モデル C_1 の場合における領域分割結果およびその分布密度関数を、それぞれ Fig.5.21 に示す。モデル A においては領域を構成する多角形の大きさにあまりばらつきが認められないのに対し、モデル C_1 では多角形の大きさにかなりのばらつきがある。また分布密度関数についても、固有値 λ が 0.18 とモデル A と比較して小さく、このモデルでは円孔分布に起因する異方性が少ない。これは、モデル A における円孔の分布可能な範囲が配列格子を設定することで規制され不規則性が弱まり、配列格子の配向の影響を受けているのに対し、モデル C では円孔分布に関する規制が無く、隣接する円孔間の距離や方向にかなりのばらつきが生じているためであると考えられる。

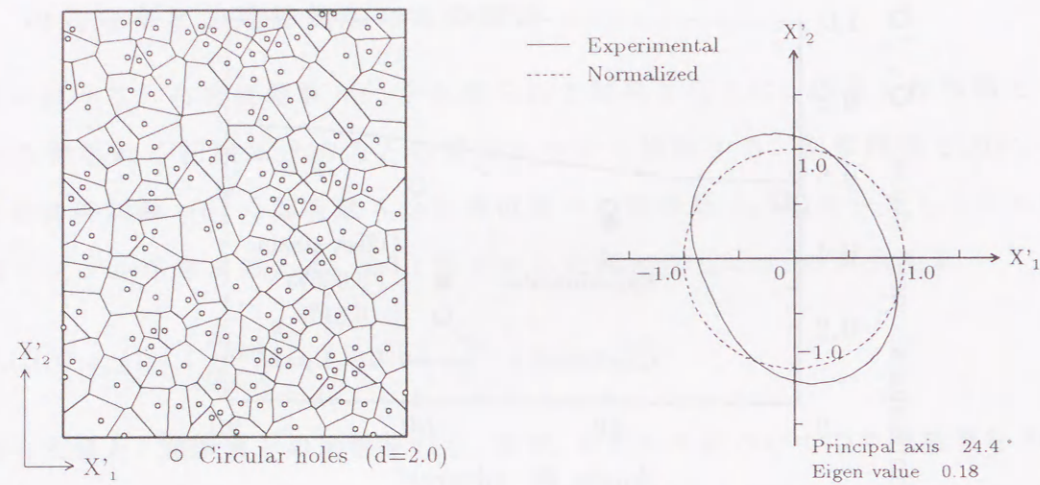


Fig.5.21 Distribution density of line segments (Model C₁)

そこで、このばらつきを評価するため、領域を構成する多角形の面積分布の分散を用い、降伏応力との関係を検討する。

モデル A および C₁ について、多角形面積の分布状況を Fig.5.22 に示す。モデル A において、領域を構成する多角形の面積分布の分散値は 108 であるが、モデル C₁ では 320 と大きくなっている。円孔が分布可能な範囲によって多角形面積の分布の分散値は変化し、この分散値が円孔分布の不規則性を表していると考えられる。

この円孔分布の不均一性が巨視的な降伏応力に与える影響を検討するため、多角形の面積分布の分散値と初期降伏応力との関係を Fig.5.23 に示す。

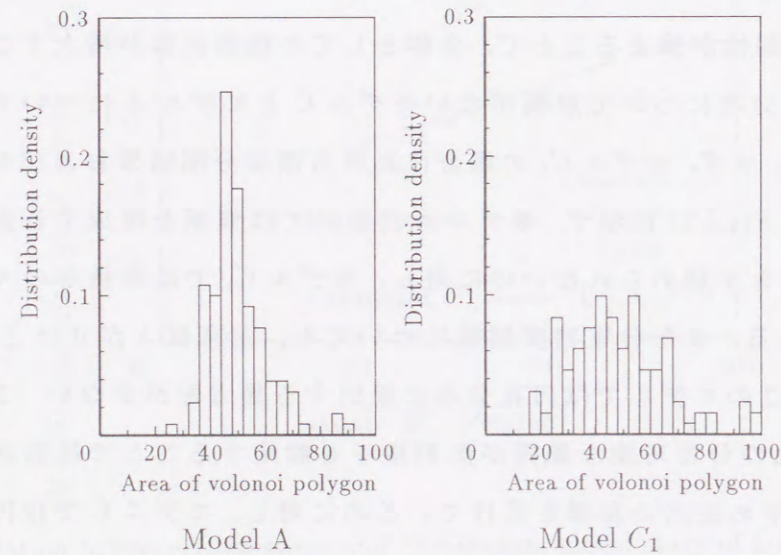


Fig.22 Area distribution of voronoi polygon

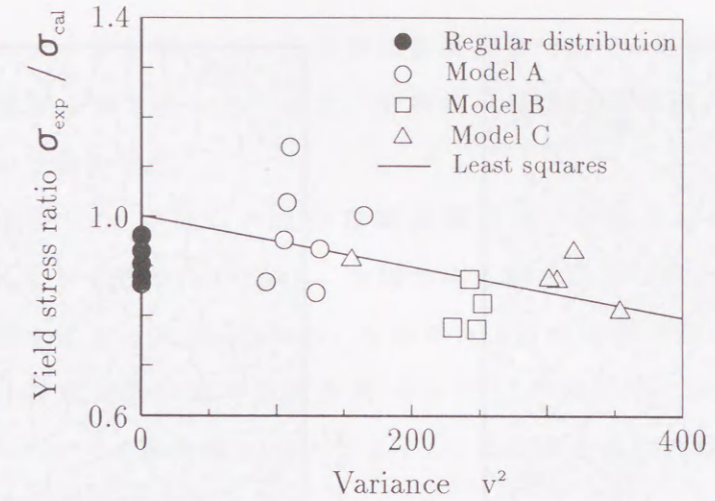


Fig.5.23 Relation between variance of area distribution and yield stress ratio

縦軸に実験から得られた降伏応力と異方性降伏関数から得られた計算結果の比を取り、横軸には多角形の面積分布の分散値を取っている。図中の黒丸印●は、規則円孔分布の場合の結果であり、白丸印○はモデル A の実験結果を、白四角印□、白三角印△はそれぞれモデル B およびモデル C についての実験結果を示している。また、実線はモデル A, B, C についての実験値を最小自乗近似することで得られた結果を示している。

この結果から、多角形の面積分布の分散値の増加とともに、計算結果に対する実験値の降伏応力が低下していることが分かる。円孔分布の不規則性の増加に伴い、円孔分布に密な部分と疎な部分の偏りが大きくなり、円孔分布の密な部分で局部的に円孔間の相互作用が強まるため、材料全体としての巨視的降伏応力が理論計算値より低下すると考えられる。したがって、円孔分布の不規則性が大きなモデルについては、巨視的な損傷状態を評価するだけでなく、局部的な損傷状態の評価も必要であると考えられる。

5.5.3 局所的な損傷テンソルと破断形態との関係

前節までにおいて、円孔が不規則に分布するモデルについて、円孔の分布する領域全体の損傷状態を平均的に評価し、巨視的な力学特性との関係について検討を行ったが、多角形の面積分布の分散値の増加、すなわち円孔分布の不規則性が強まるにつれ、円孔による損傷状態を領域全体の巨視的な量のみによって、評価することが困難であることが明らかとなった。そこで、局所的な損傷テンソル、あるいはそれを一般

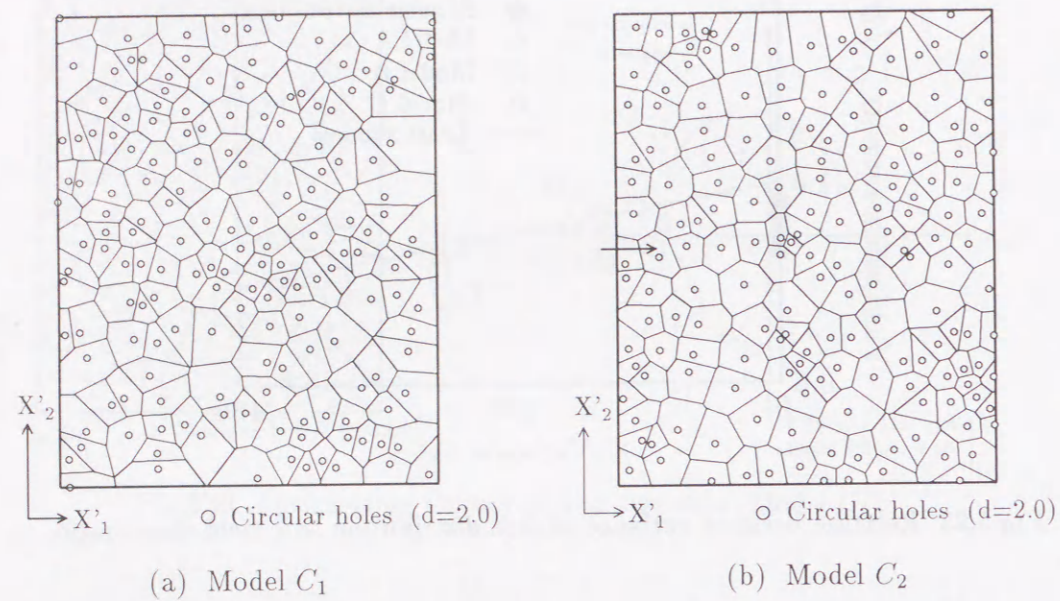


Fig.5.24 Voronoi tessellation for Model C

化した有限領域における損傷テンソルにより，モデル材料の塑性変形挙動について検討する．まず，ポロノイ多角形一つを評価領域とした，局所的な損傷テンソルにより，モデル材料の損傷状態を評価することを考える．モデルCについて，ポロノイ領域分割結果を Fig.5.24 に示す．このモデルにおいて，局所的な損傷テンソルを求める具体例として，Fig.5.24 の矢印で示した多角形についてその形状および方向を評価し，局所的な損傷状態と関係づけた結果を以下に述べる．

ポロノイ多角形の形状を Fig.5.25 (a) に示す．図中の実線がポロノイ多角形を表しており，破線は領域を構成する全多角形の面積の平均値 48.7mm^2 を持つ基準正方形である．図の多角形を構成する線分から得られた分布密度関数が Fig.5.25 (b) である．

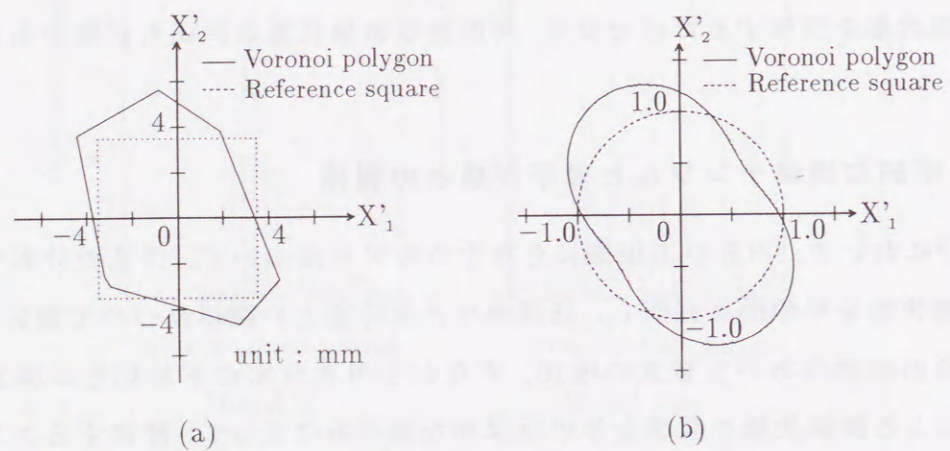


Fig.5.25 Evaluation of voronoi polygon

図中の実線はポロノイ多角形についての分布密度関数であり，破線は基準正方形についての分布密度関数を表している．また，分布密度関数は基準正方形の場合を1.0として，正規化された値を示す．

ポロノイ多角形について得られた分布密度関数は，主軸方向が 33.8° ，固有値が ± 0.277 である．したがって式(5.14)から，主軸方向における形状比は1.77となる．この値と多角形の面積をもとに式(5.18)から，このポロノイ多角形は短辺 $L_1 = 5.77\text{mm}$ ，長辺 $L_2 = 10.21\text{mm}$ ，荷重方向に対する傾き角 $\phi = 33.8^\circ$ の四辺形に変換される．このようにして，個々のポロノイ多角形について L_1, L_2, ϕ が決定されれば，多角形的位置ごとに局所的な損傷状態が評価できる．

次に，局所的な損傷テンソルによる評価の妥当性を検討するため，損傷テンソルの分布とモデルの破断形態との関係を調べる．また，テンソル量で示される損傷状態との比較を行うため，ポロノイ多角形一つの局所領域に占める円孔の面積分率で表されるスカラー量を，損傷状態を記述する量とした場合と併せて検討を行う．スカラー損傷量 ω は，ポロノイ多角形の面積を S_v^{loc} ，中に含まれる円孔の半径を r として，次式のように定義した．

$$\omega = \frac{\pi r^2}{S_v^{loc}} \quad (5.22)$$

このような方法により求めた，各ポロノイ多角形が持つ損傷テンソル Ω およびスカラー損傷量 ω について，まず，モデル C_1 におけるその分布状況を Fig.5.26 ~ Fig.5.29 に示す．損傷テンソルについては，多孔平板モデルに単軸引張荷重を負荷したことを

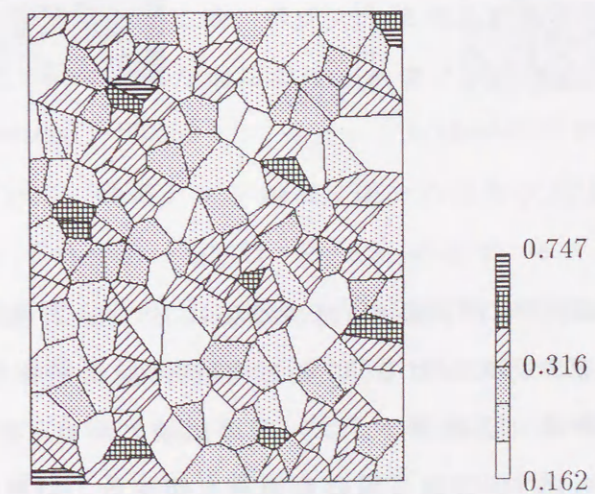


Fig.5.26 Distribution of damage Ω_{11} for Model C_1

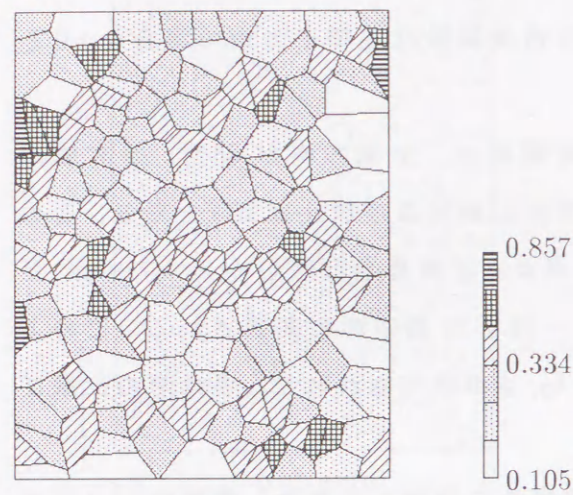


Fig.5.27 Distribution of damage Ω_{22}
for Model C_1

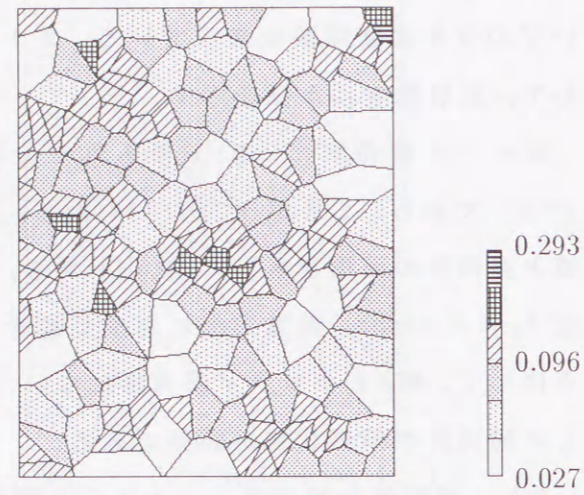


Fig.5.28 Distribution of damage $\det|\Omega|$
for Model C_1

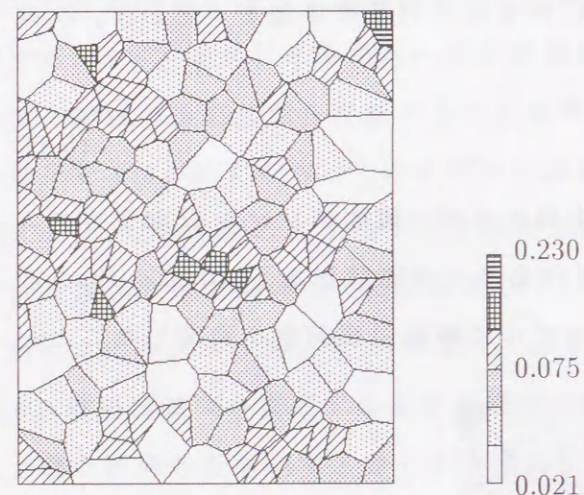


Fig.5.29 Distribution of damage ω
for Model C_1

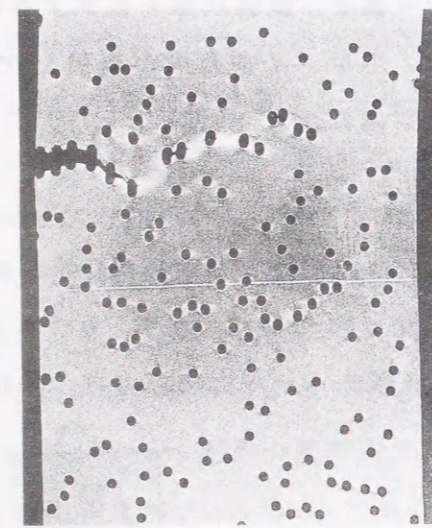


Fig.5.30 Fracture state of model specimen
for Model C_1

考慮して、荷重垂直方向 (X'_1 軸) に垂直な面における X'_1 軸方向成分 Ω_{11} および荷重方向 (X'_2 軸) に垂直な面における X'_2 軸方向成分 Ω_{22} の分布状況について検討を行う。また、スカラー損傷量 ω と損傷テンソルとの比較のため、損傷テンソルの3次不変量 $\det|\Omega|$ の分布状況も示す。これら損傷量の分布状況は、初期の円孔分布状態から求めたものであるが、荷重方向の面における損傷テンソル成分 Ω_{11} の分布状況が Fig.5.26 である。

以下、荷重方向に垂直な面における損傷テンソル成分 Ω_{22} の分布状況を Fig.5.27 に、損傷テンソルの3次不変量 $\det|\Omega|$ の分布状況を Fig.5.28 に、スカラー損傷量 ω の分布状況を Fig.5.29 に示す。荷重方向に垂直な面における損傷テンソル成分 Ω_{22} の分布では、領域内における多角形の大きさが小さいほど、また、その形状が荷重方向に細長いほど、損傷テンソルが大きくなっていることが分かる。一方、荷重方向の面における損傷テンソル成分 Ω_{11} の分布では、領域内における多角形の形状が、荷重垂直方向に細長いほど、損傷テンソルは大きくなっており、Fig.5.27 に示した結果とは相反するものとなっている。

損傷テンソルの3次不変量 $\det|\Omega|$ の分布状況、スカラー損傷量 ω の分布状況については、この両者の間に大きな差は認められない。どちらの場合においても、単にポロノイ多角形の面積が小さいほど損傷量が大きくなっており、多角形状の方向性が反映されていない。

このモデルに対応する試験片の破断状態（巨視的なひずみが3.2%）を Fig.5.30 に示す。モデル試験片の局所的な破断は、Fig.5.27 左上端部にある損傷テンソル Ω_{22} 成分の大きな箇所から起こり、試験片端から中央部に向けて進展した。その過程で、Fig.5.27 中央上部における損傷テンソル Ω_{22} 成分のやや大きな箇所においても円孔の連結や破断が起こり、Fig.5.30 に示す最終的な破断形態へ至った。

この結果から、初期の円孔分布状態から求めた損傷テンソル Ω_{22} 成分の大きな箇所と、試験片の破断箇所が最も良く対応しており、荷重方向に垂直な面における損傷テンソル成分が、多孔平板モデルの塑性変形と最も密接に関連していると考えられる。したがって、損傷状態の評価量としては、ポロノイ領域分割法を用いて得られた多角形を局所領域とし、荷重方向に垂直な面における損傷テンソル成分 Ω_{22} を用いるのが妥当であると言える。

次に、モデル C_2 について、損傷テンソル Ω_{22} 成分の分布状況と、モデルに対応する試験片の破断形態を、それぞれ Fig.5.31, Fig.5.32 に示す。モデル試験片の破断は、Fig.5.31 中央部にある損傷テンソル Ω_{22} 成分の大きな箇所から試験片端に向かって進展し始めた。その破断の進展過程において、Fig.5.31 左上部および右下部の損傷テンソルの大きな箇所においても破断が起こり、やがて Fig.5.32 に示すような破断形態へと至った。この場合、モデルに与えた巨視的なひずみは6.9%である。

この結果からも、初期の円孔分布状態から求めた損傷テンソル Ω_{22} 成分の大きな箇所と、試験片の破断箇所が良く対応しており、上述した損傷量の中でも特に損傷テン



Fig.5.31 Distribution of damage Ω_{22} for Model C_2

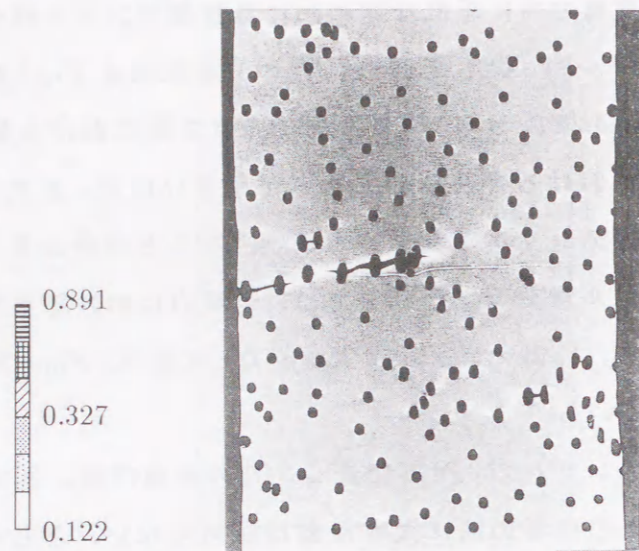


Fig.5.32 Fracture state of model specimen for Model C_2

ソル Ω_{22} 成分を用いての評価が妥当であると言える。また、破断ひずみがモデルによって異なるのは、破断や円孔の連結が起こるような損傷テンソル成分の大きな値を持つ多角形の分布位置と試験片端との距離が影響していると考えられる。

このように、円孔を分布させる際に、規則性を設けなかったモデルCでは、モデルの損傷状態を巨視的な円孔分布の平均として評価することが困難であり、局所的な損傷テンソルによる評価がある程度妥当であると考えられる。そこで、円孔分布形態に規則性があり、ボロノイ多角形の形状のばらつきがモデルCと比較して少ないモデルAおよびBについても、局所的な損傷テンソルによる評価方法を適用できるかどうか検討する。

モデルA、規準配列角 $\psi = 0^\circ$ の場合について、局所的な損傷テンソルの分布およびモデルの破断形態を、Fig.5.33, Fig.5.34に示す。また、規準配列角 $\psi = 30^\circ$ の場合について、局所的な損傷テンソルの分布およびモデルの破断形態を、Fig.5.35, Fig.5.36に示す。モデルA、 $\psi = 0^\circ$ の場合、破断は試験片中央左端で起こっており、損傷テンソルの大きな箇所と対応関係が認められる。また、試験片中央右部、右下部、右上部における損傷テンソルの大きな箇所においても、円孔の連結などの変形の大きな箇所が見られ、損傷テンソルと塑性変形との間に対応関係が得られた。一方、 $\psi = 30^\circ$ の場合、破断は試験片中央左端および下部右端で起こり、このモデルにおいても損傷テンソルの大きな箇所と対応する。

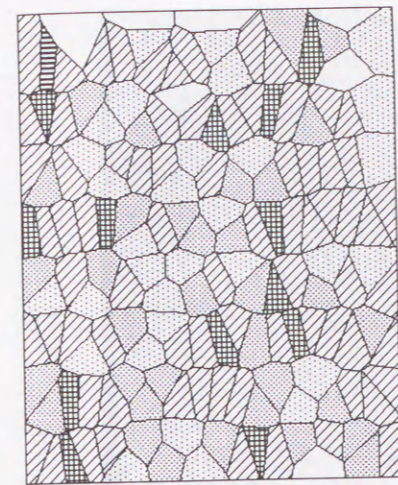


Fig.5.33 Distribution of damage Ω_{22} for Model A ($\psi = 0^\circ$)

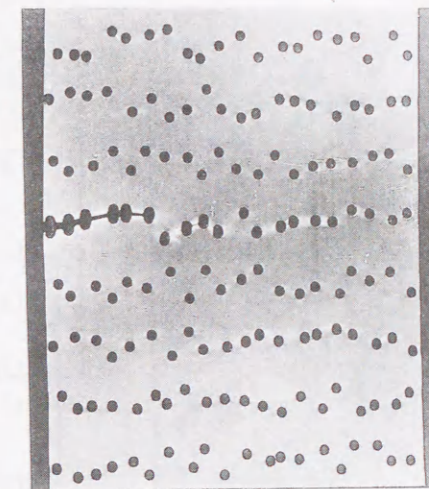


Fig.5.34 Fracture state of model specimen for Model A ($\psi = 0^\circ$)

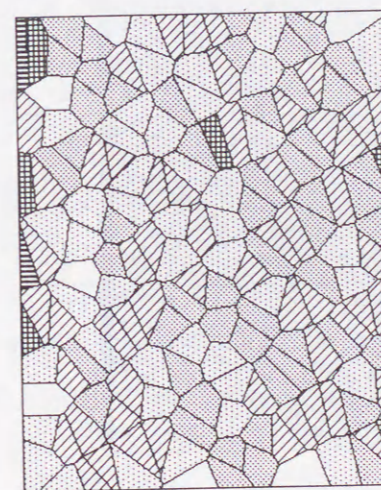


Fig.5.35 Distribution of damage Ω_{22} for Model A ($\psi = 30^\circ$)

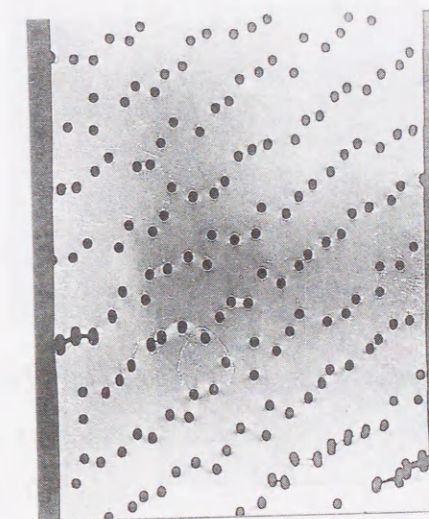


Fig.5.36 Fracture state of model specimen for Model A ($\psi = 30^\circ$)

また、比較的損傷テンソルの大きな箇所が連なった領域では、大きな塑性変形を受けている。

次に、モデルB、規準配列角 $\psi = 30^\circ$ および 60° の場合について、局所的な損傷テンソルの分布とその破断形態をFig.5.37 ~ Fig.5.40に示す。このモデルについても、

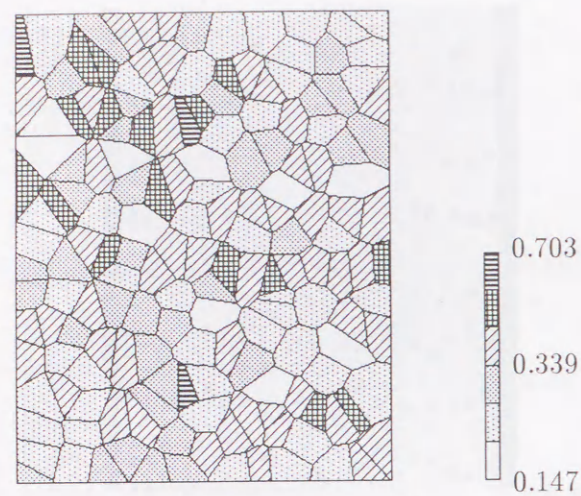


Fig.5.37 Distribution of damage Ω_{22} for Model B ($\psi = 30^\circ$)

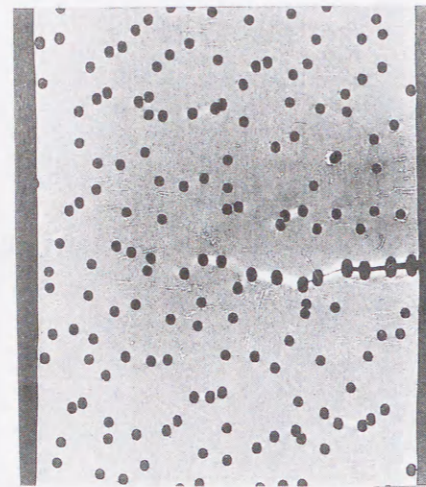


Fig.5.38 Fracture state of model specimen for Model B ($\psi = 30^\circ$)

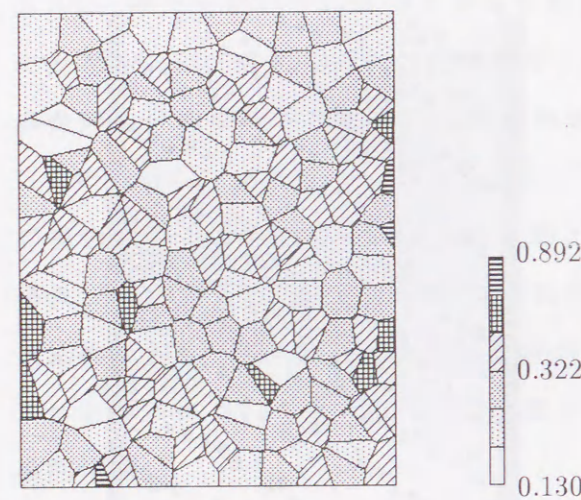


Fig.5.39 Distribution of damage Ω_{22} for Model B ($\psi = 60^\circ$)

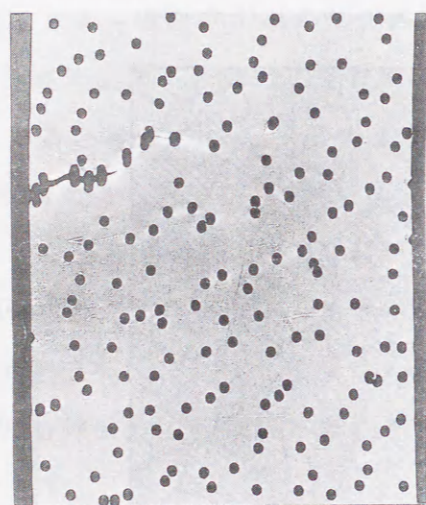


Fig.5.40 Fracture state of model specimen for Model B ($\psi = 60^\circ$)

モデルAの場合と同様、損傷テンソルの大きな箇所と破断形態はよく対応している。

以上の結果から、円孔分布形態に規則性があり、ボロノイ多角形の形状のばらつきが、比較的少ないモデルについても、局所的な損傷テンソル Ω_{22} 成分による評価は、有効であると考えられる。

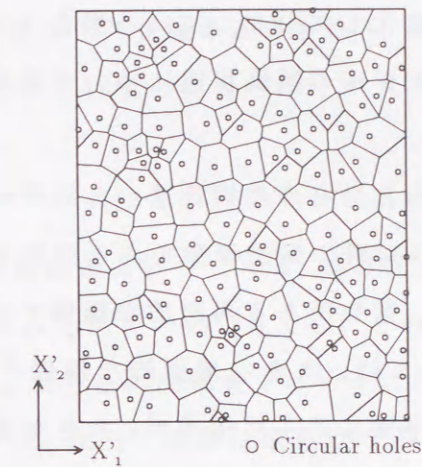


Fig.5.41 Voronoi tessellation for Model C_6 ($d = 0.8mm \sim 2.0mm$)

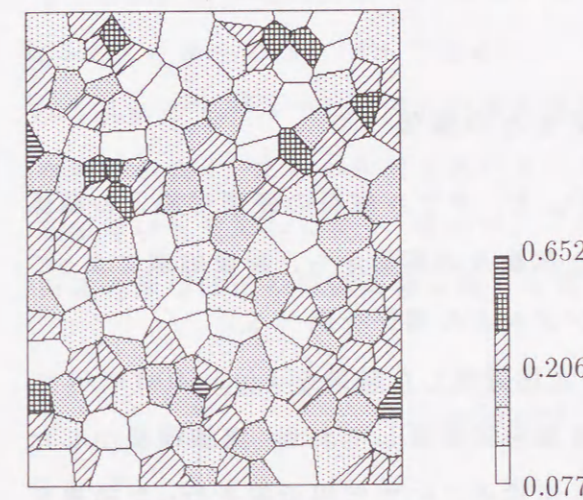


Fig.5.42 Distribution of damage Ω_{22} for Model C_6 ($d = 0.8mm \sim 2.0mm$)

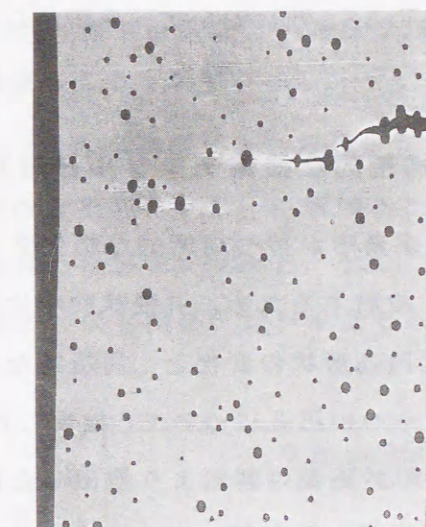


Fig.5.43 Fracture state of model specimen for Model C_6 ($d = 0.8mm \sim 2.0mm$)

ところで、モデル C_6 については、異なる5種類の円孔直径 $0.8mm, 1.0mm, 1.2mm, 1.5mm, 2.0mm$ を分布させたモデルを設定し、円孔直径 d もパラメータとして含んだ損傷テンソルにより、局所的な損傷状態を評価することを試みる。このモデルについての、ボロノイ領域分割結果を Fig.5.41 に示す。また、局所的な損傷テンソルの分布を Fig.5.42 に、モデルの破断形態を Fig.5.43 に示す。モデル試験片の破断は、Fig.5.41 右上部にある損傷テンソルの大きな箇所がつながり、試験片端および試験片中央に向かって進展した。その破断の進展過程において、Fig.5.41 左上部の損傷テンソルの大きな箇所でも大きな変形が認められた。

この結果から、円孔直径が変化して分布している場合についても、損傷テンソルの荷重方向成分 Ω_{22} を用いて、モデルの損傷状態について妥当な評価が得られるものと考えられる。

これまでの結果において、円孔分布の初期状態から局所的な損傷テンソルの分布状態を調べることにより、モデル材料の変形挙動をある程度予測することはできると考えられる。しかしながら、数カ所ある局所的な損傷テンソルの高い領域から、破断箇所を特定することについては、大きな局所的な損傷テンソルを持つ多角形が集中している領域や、荷重垂直方向に並んだ領域が、大きな塑性変形を受けている点から、ある一つの多角形が持つ局所的な損傷テンソルによって評価することに加え、隣接する多角形の持つ損傷量についても評価する必要があると考えられる。この点に関しては後の5.5.5節において、局所的な損傷テンソルを一般化した、有限領域における損傷テンソルによって評価することを試みる。

5.5.4 局所的な損傷テンソルと円孔形状変化との関係

次に、多角形が持つ局所的な損傷テンソル Ω_{22} と、モデル材料の変形形態との関係を詳しく検討するため、引張試験中に撮影した試験片の画像から、画像処理によって検出した円孔形状の変化と、局所的な損傷テンソルとの関係を調べる。

実際に一つの円孔について、検出した形状をだ円近似した結果を Fig.5.44(a) に示す。図中の・印が画像処理により検出した円孔の外周形状を表しており、実線は検出した点をだ円近似した結果である。変形前後の円孔形状についてだ円近似を行った結果を Fig.5.44(b) に示す。図中の実線は変形後の円孔形状を、破線は変形前の円孔形状をそれぞれ示している。

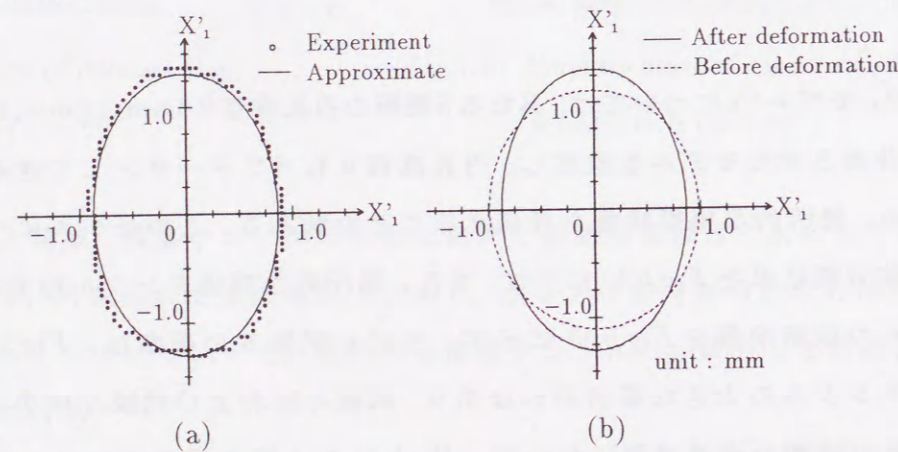


Fig.5.44 Deformation of circular hole

この結果をもとに、変形前のだ円長軸の長さを L_{bef} 、変形後のだ円長軸の長さを L_{aft} として、円孔の伸び比 ζ を以下のように表した。

$$\zeta = \frac{L_{aft} - L_{bef}}{L_{bef}} \quad (5.23)$$

まず、最も円孔分布の規則性が高いモデルA、規準配列角 $\psi = 0^\circ$ および $\psi = 30^\circ$ の場合について、変形前後における円孔の伸び比 ζ と、その円孔を含む多角形形状が持つ局所的な損傷テンソル Ω_{22} 成分との関係を Fig.5.45 に示す。横軸は荷重方向に垂直な面における損傷テンソル Ω_{22} 成分、縦軸は破断ひずみ ε に対する変形前後における円孔の伸び比 ζ/ε をそれぞれ表しており、図中の○印は実験から得られた各円孔の伸び比の値を、その円孔を含む多角形の持つ損傷テンソル Ω_{22} ごとに示した結果である。なお、規準配列角 $\psi = 0^\circ$ のモデルで、与えた巨視的な破断ひずみは3.5%であり、 $\psi = 30^\circ$ の場合では、4.7%である。

これらのモデルでは、円孔分布の規則性が強く、各多角形による損傷テンソルの分布範囲が狭く、ばらつきも大きいものの、局所的な損傷テンソルの増加とともに、円孔の伸びも増加しており、各ボロノイ多角形の持つ損傷テンソルと、それに含まれる円孔の伸びは正の相関関係にあると言える。また、同じ損傷テンソル量であっても、

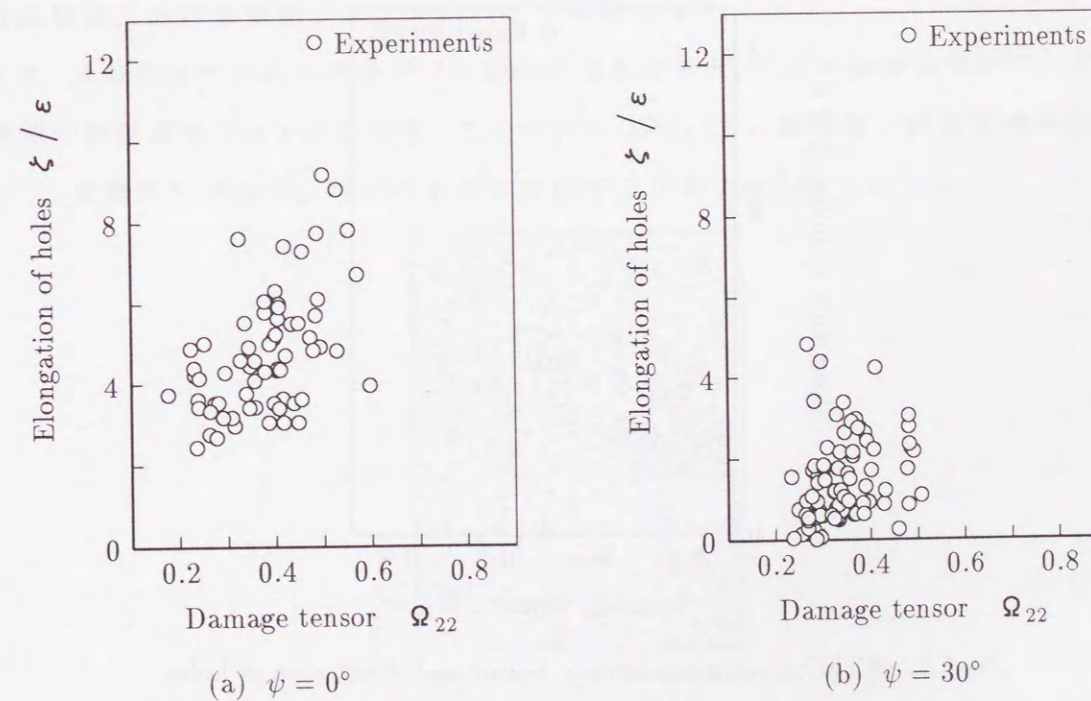


Fig.5.45 Relation between damage tensor and elongation of holes (Model A)

規準配列角 ψ によって円孔の伸び量が異なるものの、損傷テンソルに対する円孔伸びの増加割合は、円孔分布によらずほぼ同じであった。

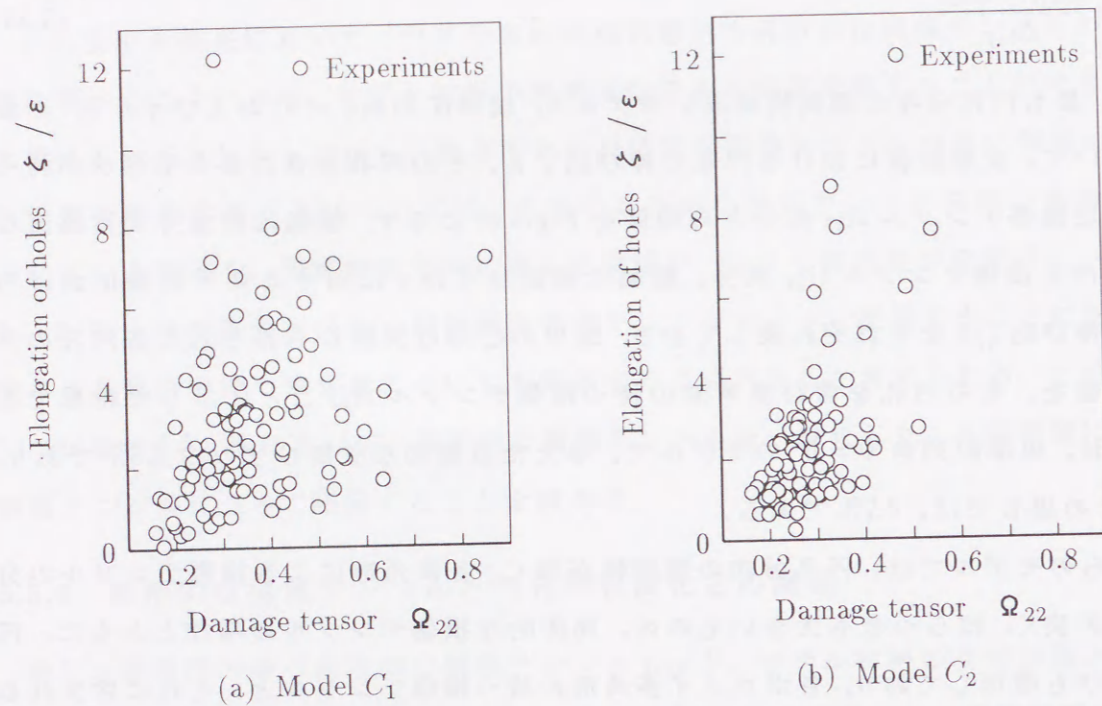


Fig.5.46 Relation between damage tensor and elongation of holes (Model C, $d = 2.0mm$)

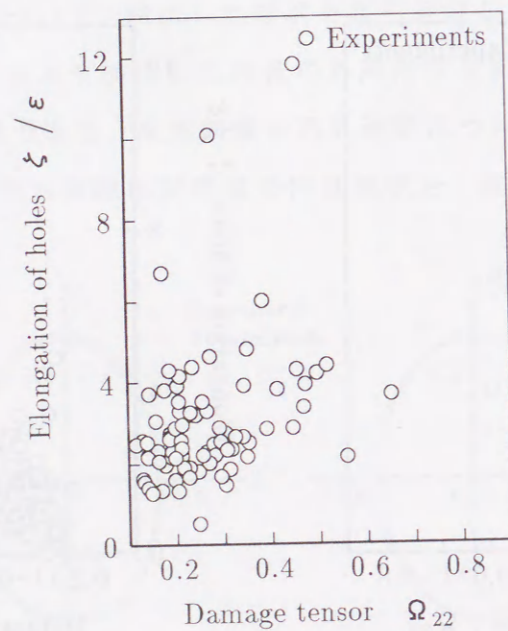


Fig.5.47 Relation between damage tensor and elongation of holes
(Model C_6 , $d = 0.8mm \sim 2.0mm$)

一方、円孔分布の規則性が最も弱いモデルCの場合について、局所的な損傷テンソルと円孔の伸びとの関係を Fig.5.46, Fig.5.47 に示す。Fig.5.46 における結果は、分布させた円孔の直径が全て $2.0mm$ の場合であり、Fig.5.47 は分布させた円孔の直径を、 $0.8mm \sim 2.0mm$ としたモデルの結果である。

これらのモデルについても、円孔の伸びはばらつきがあるものの、損傷テンソルの増加とともに増加しており、円孔分布形態の規則性によらず、各ポロノイ多角形の局所的な損傷テンソルとそれに含まれる円孔の伸びは正の相関関係にあると言える。また、損傷テンソル Ω_{22} に対する円孔の伸び比 ξ/ϵ についても、その増加する割合はいずれのモデルもほぼ同じであり、与えた巨視的なひずみに対する円孔の伸びは、円孔分布形態の規則性にはあまり依存しないと考えられる。

以上の関係から、局所的な損傷テンソルによって、モデル材料の変形形態を評価できると考えられるが、実験結果にばらつきがあることから、隣接する多角形が持つ損傷量も同時に、変形形態の評価に加味する必要がある。

5.5.5 有限領域における損傷テンソルの評価

この節では、前節までに得られた結果から、隣接する多角形の持つ損傷量も考慮して、モデル材料の損傷状態を評価することを考え、局所的な損傷テンソルを一般化した有限領域における損傷テンソルについて検討を行う。

まず、分布させた円孔の直径が $d = 2.0mm$ であるモデル C_2 の場合について、ポロノイ領域分割結果を Fig.5.48 に示す。このモデルについて、損傷量の評価領域の取り方によって、損傷テンソル Ω_{22} がどのように変化するかを Fig.5.49 に示す。

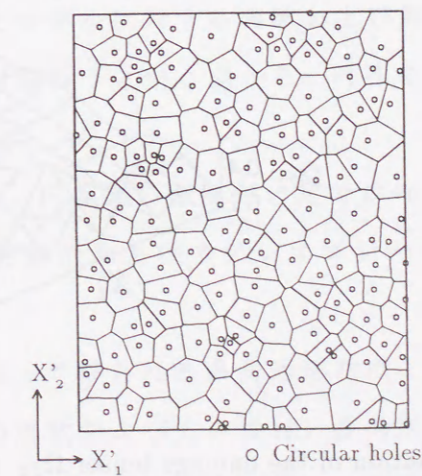


Fig.5.48 Voronoi tessellation for Model C_2 ($d = 2.0mm$)

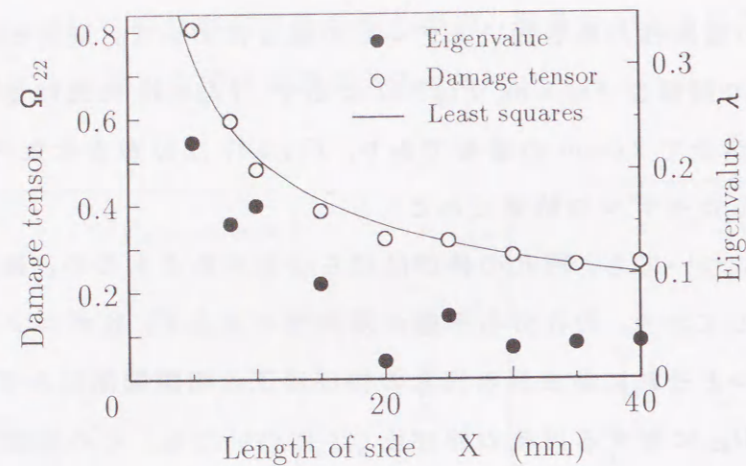


Fig.5.49 Relation between the length X and the damage tensor Ω_{22}

横軸は損傷の評価領域の一辺の長さ X を取り、縦軸は損傷テンソル Ω_{22} 成分と、異方性を示す固有値 λ を示す。この結果から、局所的な損傷テンソル、固有値ともに、領域が大きくなるに伴って、ある一定値に漸近しており、評価領域を大きくすることで、異方性などの評価すべき損傷量の特徴が失われると考えられる。

そこで、損傷テンソルの評価領域の大きさについては、全ポロノイ多角形の平均面積 48mm^2 よりは大きく、隣接する円孔の影響を考慮し、かつ評価すべき特徴が損なわれることのない大きさであることを配慮して、評価領域の一辺の長さを 8mm として、損傷状態を評価する。有限領域における損傷テンソルの分布を Fig.5.50 に、モデルの破断形態を Fig.5.51 に示す。

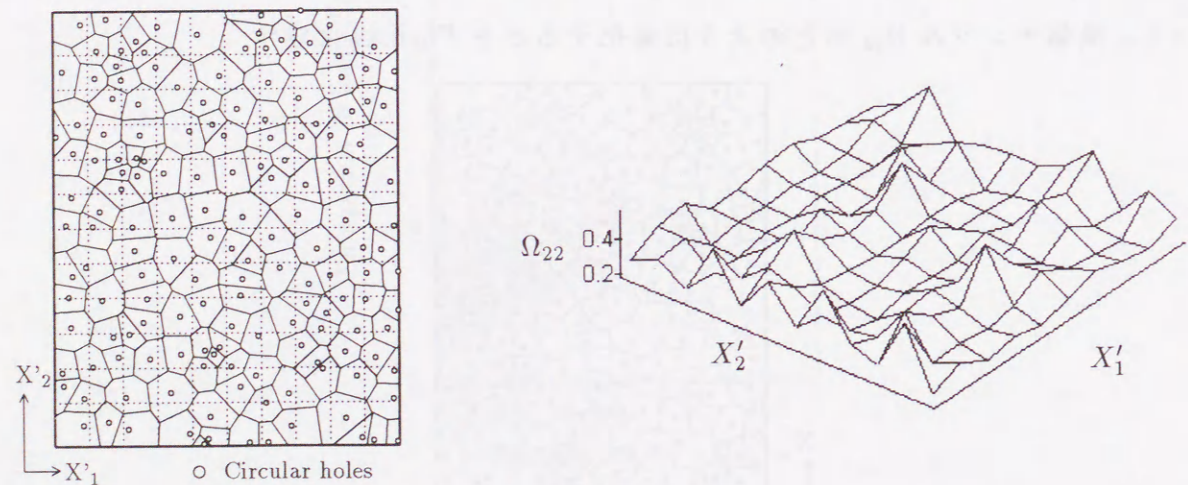


Fig.5.50 Distribution of the damage tensor Ω_{22} (Model C_2)

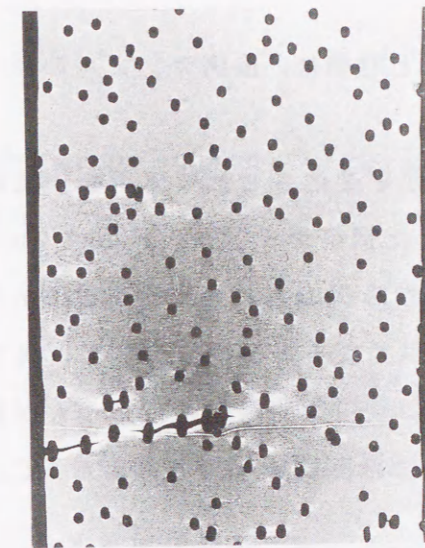


Fig.5.51 Fracture state of model specimen (Model C_2)

この結果から、試験片中央部下部から試験片端へ破断の進展した方向、左上部から試験片端へ向かう変形の大きな箇所など、損傷テンソルの分布状態とよく対応しており、かなり具体的にモデルの変形を評価できると考えられる。したがって、適切な評価領域を設定して、隣接する円孔の持つ損傷量を加味しながら、モデルの変形挙動を評価することは、非常に重要であると言える。

5.6 結 言

本章では、第2章で述べた損傷を有する材料の第一段階的な近似モデルとしての、円孔を規則的に分布させたモデルに対する実験および解析結果をもとに、より実際に即したモデルについて検討を行うという点から、円孔を不規則に分布させたモデルを設定した。

円孔分布が不規則であり、円孔間の距離が一定ではないモデルの損傷状態の評価方法として、ポロノイ領域分割法およびステレオロジーの手法を用いた損傷量を定義した。

ポロノイ領域分割法によって得られる多角形形状は、隣接する円孔との距離関係を反映したものであり、その形状および方向性は、多角形を構成する線分から得られる分布密度関数によって、その主軸方向と固有値として定量的に表現することができる。これにより、多角形形状を等価な直交する2軸を持つ四辺形単位セルとして代表させ、

規則円孔分布モデルの場合と同様に、損傷テンソルの形で、材料の損傷状態を評価することができる。

また、円孔分布の不規則性を变化させたモデルを数種類設定し、実験を行った結果、提案した手法により決定した損傷テンソル、異方性 Gurson の降伏関数を用いて、円孔が分布することによる初期降伏応力の異方性を定性的に説明することができた。さらに、円孔分布の不規則性が強まると初期降伏応力の異方性は減少し等方的になること、巨視的な降伏応力には隣接円孔間距離のばらつきが影響することが考えられ、円孔による損傷状態を領域全体の巨視的な量のみによって、評価することが困難であることが明らかとなった。

次に、この点を考慮して、特定の領域（ポロノイ多角形ひとつ、あるいは一辺 X の正方形評価領域）における損傷量、局所的な損傷量（有限領域における損傷量）による評価を試みた。これにより、局所的な損傷テンソル Ω_{22} 成分の大きな領域と破断形態とはよく対応した結果が得られた。また、円孔形状の変化から求められる伸びは、損傷テンソルの増加に対してほぼ一定の割合で増加し、両者に相関関係があることが明らかとなった。

以上のことから、本章で提案したポロノイ領域分割法およびステレオロジーの手法を用いた、損傷状態の評価方法は妥当なものと言える。すなわち、ある程度均一な円孔の分布形態の場合には、巨視的な円孔分布の平均損傷テンソルとして、巨視的な降伏応力を定性的に評価でき、一方、局所的な損傷テンソルによって、円孔形状の変化、破断形態などの塑性変形挙動を定量的に表すことができることから、この損傷状態の評価方法は有効であると考えられる。

参 考 文 献

- (1) Kachanov, L.M. 'Introduction to Continuum Damage Mechanics', (1986), 4, Martinus Nijhoff Publishers.
- (2) 村上澄男, 大野信忠, 日本機械学会論文集, A45-392 (1979), 318.
- (3) 村上澄男, 大野信忠, 日本機械学会論文集, A45-392 (1979), 327.
- (4) 村上澄男, 大野信忠, 日本機械学会論文集, A46-409 (1980), 940.
- (5) 村上澄男, 大野信忠, 日本機械学会論文集, A47-418 (1981), 573.
- (6) 中山恭秀, 長岐 滋, 阿部武治, 日本機械学会論文集, A62-600 (1996), 1877.
- (7) Dubensky, E.M., Koss, D.A., Metall. Trans. 18 (1987), 1877.
- (8) Magnusen, P.E., Dubensky, E.M., Koss, D.A., Acta. Metall. 36 (1988), 1503.
- (9) Preparata, F.P., Shamos, M.I., 著, 浅野孝夫, 浅野哲夫 訳, "計算幾何学入門", (1992), 228, 総研出版.
- (10) 伊理正夫 監修, 腰塚武志 編修, "計算幾何学と地理情報処理", (1993), 57, 共立出版.
- (11) 金谷健一, 材料科学, 20-4 (1984), 223.
- (12) Kanatani, K., Int. J. Engng. Sci., 22-2 (1984), 149.
- (13) Kanatani, K., Int. J. Engng. Sci., 22-5 (1984), 531.
- (14) 長岐 滋, Sowerby, R., 日本機械学会論文集, A57-539 (1991), 1610.
- (15) 長岐 滋, Sowerby, R., 日本機械学会論文集, A57-544 (1991), 2949.
- (16) Nagaki, S., Goya, M., Sowerby, R., Int. J. Plasticity, 9 (1993), 199.
- (17) 中山恭秀, 長岐 滋, 阿部武治, 日本機械学会論文集, A62-602 (1996), 2297.
- (18) 中山恭秀, 長岐 滋, 阿部武治, 日本機械学会論文集, A62-604 (1996), 2777.

第6章 近接2円孔を有する平板の弾塑性変形挙動

6.1 緒言

前章までにおいて、多数の円孔を規則的、あるいは不規則に分布させたモデルを設定したが、これらのモデルは、損傷を有する材料を単純な構造の連続体とみなし、近似したモデルである。したがって、損傷状態を評価する損傷テンソルは、ある構造単位を定めることによって決定される。このことを利用することによって、複数の円孔が分布する場合における、円孔による損傷状態を定量的に評価し、損傷状態とモデル材料に現れる巨視的異方性、および変形挙動との関係を検討した。

これまでも、円形、楕円形、長円形などを規則的あるいは不規則に分布させた損傷モデルについて、その力学的特性や変形挙動の検討が行われているが^{(1)~(7)}、同時に、隣接する一つの円孔から受ける影響を、定量的に評価した研究は少ない。

一方、円孔が単独で存在するよりも、円孔を付加することによって、円孔近傍での応力集中の緩和現象が起こることは知られており⁽⁸⁾、応力集中の緩和現象についての研究は、長谷川ら⁽⁹⁾、柴原ら⁽¹⁰⁾によって行われている。また、2円孔を有する平板について、瀧本・落合ら⁽¹¹⁾⁽¹²⁾は、隣接する円孔が存在することによって、円孔形状がどのように変化するかを評価し、隣接する円孔から受ける影響について検討を行っている。しかしながら、2円孔が隣接するモデルにおける、損傷状態を規定した研究は少ない。

したがって、2円孔が隣接するモデルにおいて、その損傷量を定義し、円孔一つから受ける影響を評価できれば、前章で述べた、多数の円孔が不規則に分布するモデルについて、隣接する円孔が持つ局所的な損傷量の影響を検討する上で、非常に有効であると考えられる。

そこで、2円孔を近接させた平板モデルを設定し、その損傷状態を規定するとともに、単軸引張試験を行い、他方の円孔から受ける影響を実験的に検討する。

6.2 試験片および実験方法

本実験で使用した供試材料は、前章の不規則分布多孔平板モデルで使用した材料と同じ、工業用純アルミニウム A1100P H14 である。その化学成分および機械的性質は Table 6.1, Table 6.2 に示す。

Table 6.1 Chemical composition (unit : %)

Al	Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Zn	Ti
99.17	0.12	0.54	0.12	0.01	0.01	0.01	0.02

Table 6.2 Mechanical properties of matrix material

0.005% proof stress	0.01% proof stress	Tensile strength
9.70 (MPa)	10.2 (MPa)	65.2 (MPa)

次に、試験片形状およびその寸法を Fig. 6.1 に示す。円孔は直径 2.0mm のものを、中心間距離 L 、2円孔の中心を結ぶ直線と荷重垂直方向 X_1 軸とのなす角 θ をパラメータとして配置させる。中心間距離 L は 3.0mm, 4.0mm, 5.0mm の3種類とし、配列角 θ は、 0° から 90° まで、 15° おきに7種類用意した。

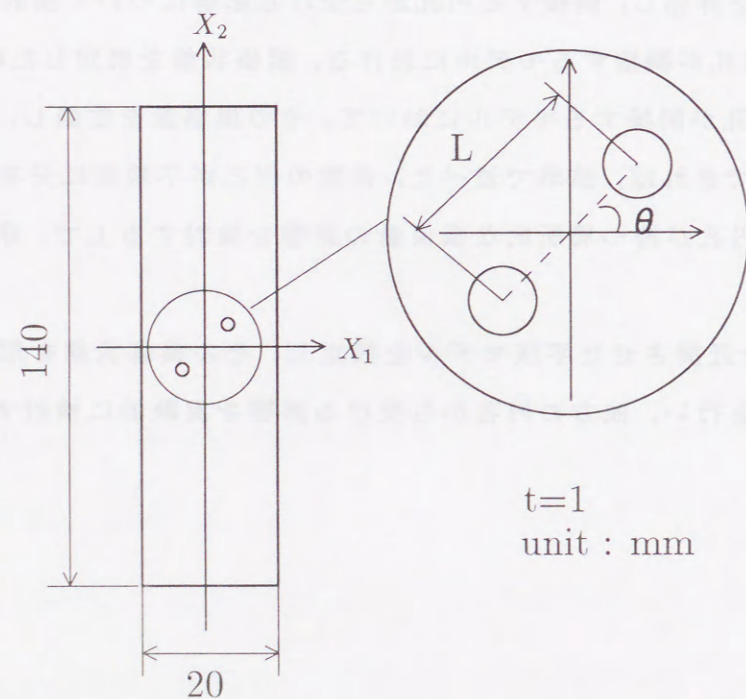


Fig. 6.1 Test specimen

試験方法は単軸引張試験であり、引張速度は $0.5\text{mm}/\text{min}$ である。変位測定には、評点間距離 50mm の差動トランス式変位計を用い、初期降伏応力としてオフセットひずみ 0.005% および 0.01% の耐力を測定した。

円孔形状は、引張試験の際に CCD カメラによって撮影した画像を、画像処理装置において A/D 変換し、画像データとして取り込む。その後、3.2.2.1 節で述べた二値化処理によって、試験片表面を画素値 255、円孔内部を画素値 0 として分離した後、画素値 255 と画素値 0 の境界座標値を検出することで、その形状測定を行う。Fig. 6.2 に円孔形状を検出した結果の一例を示す。図中における点が、実験の際に撮影した画像から検出した円孔形状であるが、2円孔モデルの場合配列角度によっては、円孔形状はだ円形状に変化していない。その変形状態の評価方法については、次節で述べる。

6.3 だ円近似と相対半径変位

2円孔モデルの場合、多孔平板モデルとは異なり、隣接する円孔が一つであるため、他の円孔から受ける影響が一方向に限られ、局所的な突出あるいはくぼみを伴いながら円孔形状が変形する。このような円孔形状の変化を評価する方法として、以下に示す評価方法を考える。

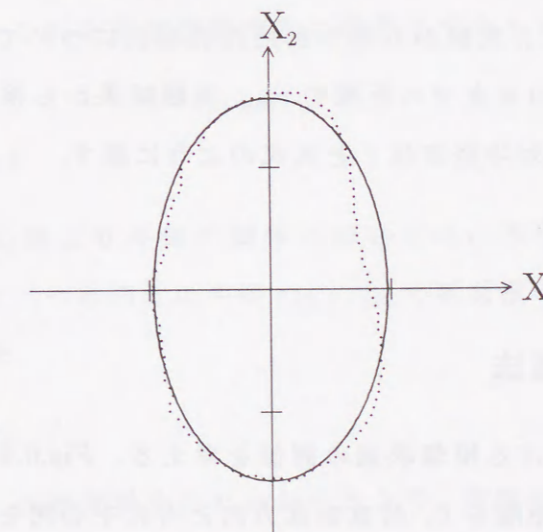


Fig. 6.2 Detection of circular holes

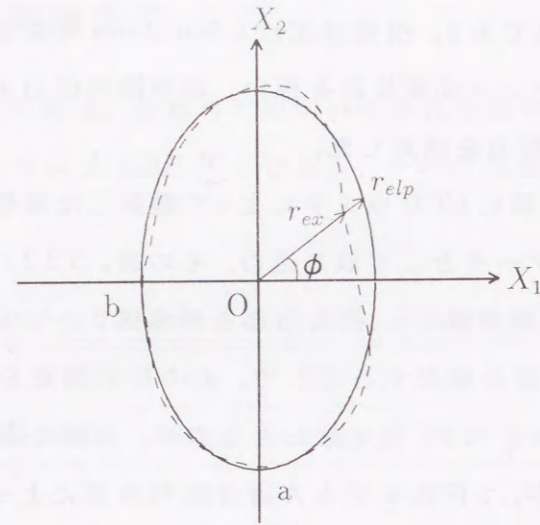


Fig.6.3 Relative radial displacement

Fig.6.1 に示したモデルについて、向かって左下の円孔に着目し、その円孔の変形状態を Fig.6.3 に示す。円孔形状の評価は、検出した円孔の重心点を座標系の中心 O とし、荷重方向を X_2 軸、荷重垂直方向を X_1 軸とすると、実線で示されるだ円と、破線で示される実験点との相対変位によって表す。実線で示しただ円形状は、検出した円孔形状データから、座標軸上の点でありかつ他方の円孔とは反対側にある点 a , b を通り、 X_2 軸方向への単軸引張荷重を負荷することを考慮して、 X_2 軸を長軸とするだ円によって表した。

以上に示しただ円形状と、実験から得られた円孔形状について、任意の方向 ϕ における重心点 O からだ円上の点までの距離を r_{elp} 、実験結果から検出した円孔上の点までの距離を r_{ex} とし、相対半径変位 ξ を次式のように表す。

$$\xi = \frac{r_{ex} - r_{elp}}{r_{elp}} \quad (6.1)$$

6.4 損傷状態の評価法

次に、2円孔モデルにおける損傷状態の評価を考える。Fig.6.4 に示すように、試験片の幅を L_0 、円孔中心間距離を L 、荷重垂直方向と円孔中心間を結ぶ線分とのなす角を θ とする。また、円孔の中心間より内側の領域について、円孔 A , B の θ 方向の半径をそれぞれ r_A , r_B とし、円孔の中心間より外側の領域について、円孔 A , B の荷重垂直方向の半径をそれぞれ r_{A0} , r_{B0} とする。

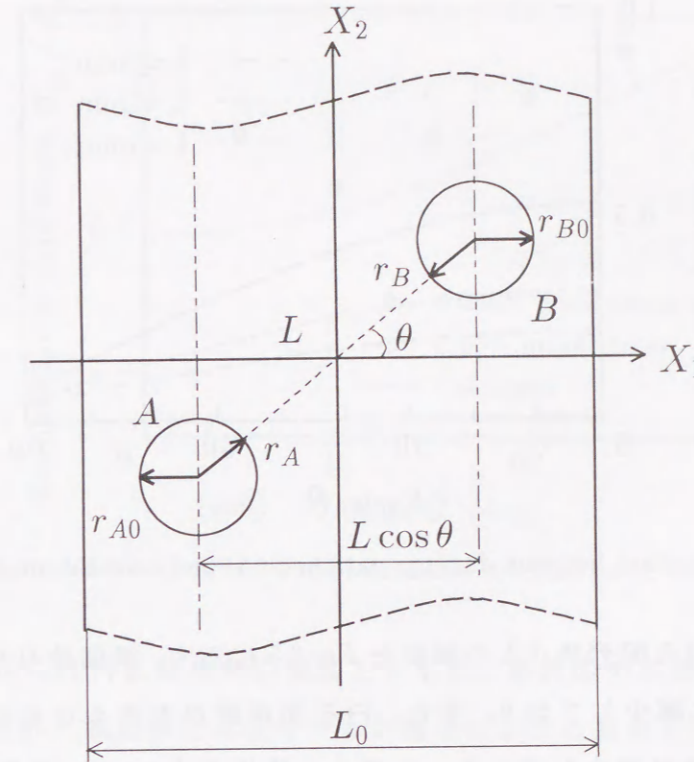


Fig.6.4 Evaluation of damage state

まず、円孔の中心間より内側の領域について、その損傷状態を考える。この領域では、円孔は他方の円孔の影響を大きく受けると考えられ、円孔の中心を結ぶ線分上での断面積の減少、すなわち円孔中心間距離 L に対して二つの円孔の半径 $r_A + r_B$ の断面積の減少があり、これを荷重垂直方向に投影させたものを式(6.2)のように損傷量 ω_1 とした。

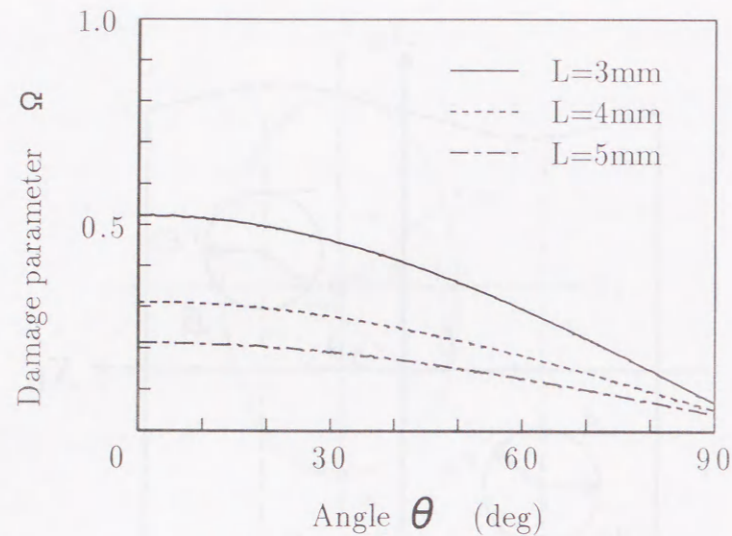
$$\omega_1 = \frac{r_A + r_B}{L} \cos \theta \quad (6.2)$$

一方、円孔の中心間より外側の領域においては、円孔の中心間より外側の距離 $L_0 - L \cos \theta$ に対して二つの円孔の半径 $r_{A0} + r_{B0}$ の断面積の減少を、損傷量 ω_2 とし、次式のように定義した。

$$\omega_2 = \frac{r_{A0} + r_{B0}}{L_0 - L \cos \theta} \quad (6.3)$$

以上のように表した損傷量を足し合わせた上で、実験結果との対応をとるため、円孔間距離 L に応じた円孔相互の影響を考慮した補正パラメータ d/L をかけたものを、2円孔を有する平板モデルの損傷量 Ω とし、次のように表す。

$$\Omega = \left\{ \frac{r_A + r_B}{L} \cos \theta + \frac{r_{A0} + r_{B0}}{L_0 - L \cos \theta} \right\} \frac{d}{L} \quad (6.4)$$

Fig.6.5 Relation between damage parameter Ω and orientation of holes θ

この損傷量 Ω と円孔配列角 θ との関係を Fig.6.5 に示す。損傷量 Ω は、円孔配列角の増加に伴って単調に減少しており、また、円孔間距離が大きくなるにつれて、円孔配列角に対する異方性が減少している。モデルの降伏応力 σ_y を、損傷量 Ω および母材の降伏応力 σ_m を用いて表すと、以下のように書ける。

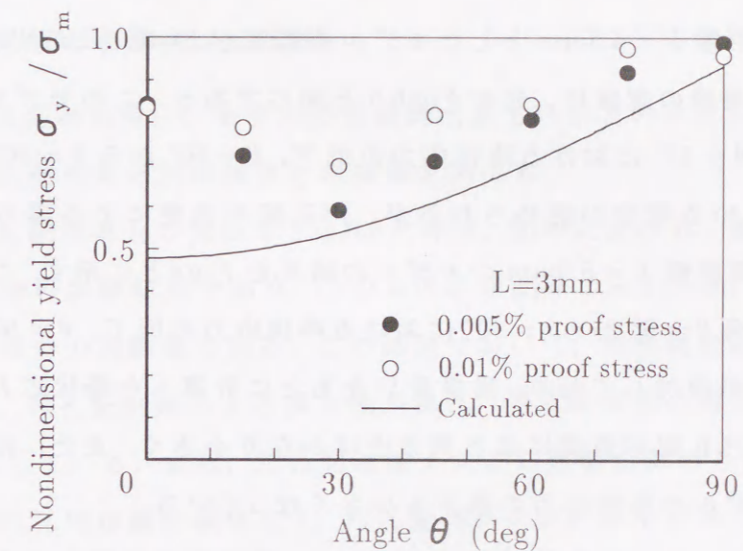
$$\sigma_y = (1 - \Omega)\sigma_m \quad (6.5)$$

この関係を用いて、円孔配列角と巨視的降伏応力の関係を表し、2円孔のみが近接して分布するモデルの機械的性質、円孔一つから受ける影響について検討する。

6.5 実験結果および考察

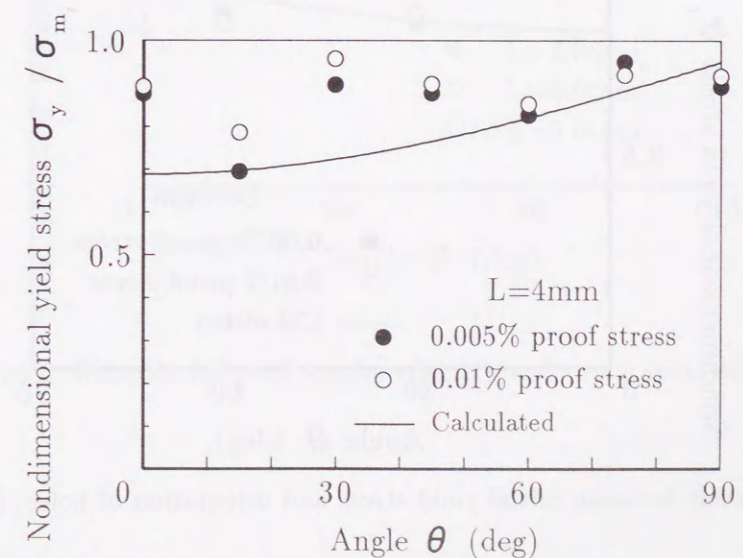
6.5.1 円孔配列角と初期降伏応力の関係

まず、円孔配列角 θ と初期降伏応力との関係を示す。Fig.6.6 は円孔間距離 $L = 3.0\text{mm}$ における結果であり、横軸に円孔配列角 θ 、縦軸に母材の降伏応力に対する2円孔板の降伏応力をとっている。図中における●印は0.005%耐力の実験値、○印は0.01%耐力の実験値を示している。また、実線は、式(6.5)で示した降伏応力の計算値である。この結果において、2円孔を有するモデルの降伏応力は、円孔による損傷の影響を受け、母材の降伏応力より低下している。しかしながら、円孔配列角 $\theta = 75^\circ$ および $\theta = 90^\circ$ については、母材に対する降伏応力に対してあまり低下していない。また、円孔配列角に対する降伏応力の異方性は、配列角 $\theta = 0^\circ \sim 30^\circ$ にかけて降伏応力が低下し、

Fig.6.6 Relation between initial yield stress and orientation of holes ($L = 3.0\text{mm}$)

配列角 $\theta = 30^\circ$ からは円孔配列角の増加とともに、降伏応力が増加している。この結果は、2章で得られた規則多孔平板モデルの場合における結果と同様の傾向を示した。オフセットひずみ0.005%の場合と、0.01%の場合では、その異方性の傾向に大きな違いは認められなかった。

一方、損傷量 Ω によって降伏応力を求めた計算結果は、円孔配列角の増加とともに、降伏応力が単調に増加しており、配列角 $\theta = 30^\circ$ からは実験結果に沿う傾向であるが、配列角 $\theta = 0^\circ \sim 30^\circ$ では実験結果と異なる傾向となった。この結果から、式(6.2)に示したような荷重垂直方向の面に投影された円孔の面積分率のみで、降伏応力の異方性が決まるのではなく、応力集中の緩和減少も考慮する必要があると考えられる。

Fig.6.7 Relation between initial yield stress and orientation of holes ($L = 4.0\text{mm}$)

次に、円孔間距離 $L = 4.0\text{mm}$ としたモデルの結果を Fig.6.7 に示す。図中における●印、○印および実線の意味は、先の Fig.6.6 と同じである。このモデルの場合、円孔配列角 $\theta = 0^\circ$ から $\theta = 15^\circ$ における降伏応力の低下、 $\theta = 60^\circ$ から $\theta = 90^\circ$ にかけて、降伏応力が増加している傾向が認められるが、円孔配列角度による異方性はかなり小さい。また、円孔間距離 $L = 5.0\text{mm}$ のモデルの結果を Fig.6.8 に示す。このモデルにおいても、円孔配列角 $\theta = 0^\circ$ から $\theta = 30^\circ$ における降伏応力の低下、 $\theta = 60^\circ$ から $\theta = 90^\circ$ にかけて降伏応力が増加しており、損傷量 Ω をもとに計算した降伏応力と同様の傾向が認められるが、円孔配列角度による異方性はかなり小さく、また、母材の降伏応力に対する2円孔モデルの降伏応力の低下も小さくなっている。

以上の結果から、 $\theta = 0^\circ$ から 45° においては、降伏応力に現れる異方性が、荷重垂直方向の面に投影された円孔の面積分率から評価した損傷量 Ω により求めた異方性とは異なっており、また距離による影響も大きいことから、荷重垂直方向の面に投影された円孔の面積分率、応力集中の緩和減少、円孔間におけるせん断応力の影響などが、複雑に関連しているものと考えられる。一方、 $\theta = 60^\circ$ から 90° においては、降伏応力に現れる異方性が、損傷量 Ω による評価とほぼ一致することから、応力集中の緩和減少による影響よりも、荷重垂直方向の面に投影された円孔の面積分率の影響が支配的であると考えられる。

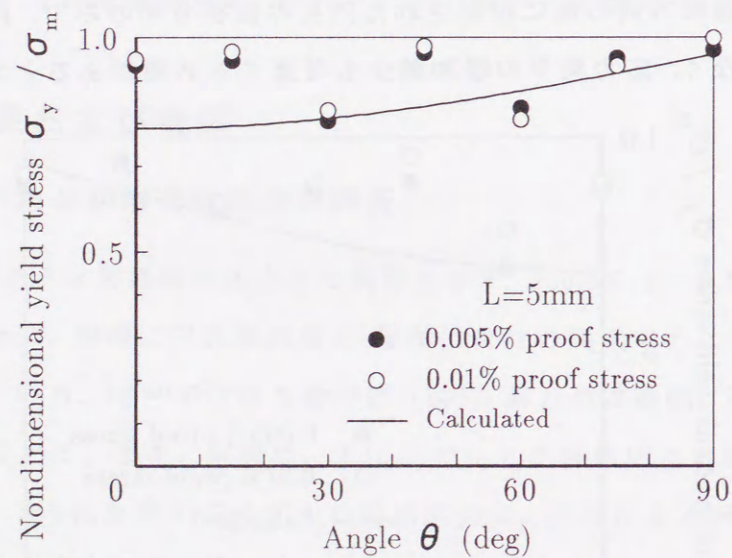


Fig.6.8 Relation between initial yield stress and orientation of holes ($L = 5.0\text{mm}$)

6.5.2 円孔配列角と引張強さの関係

ここでは、塑性変形に伴い、モデルの巨視的な異方性がどのように変化するかを検討するため、円孔配列角と引張強さとの関係を調べる。

引張強さと円孔配列角との関係を Fig.6.9 に示す。図中における、●印は円孔間距離 $L = 3.0\text{mm}$ の場合の実験結果であり、○印は円孔間距離 $L = 4.0\text{mm}$ 、□印は円孔間距離 $L = 5.0\text{mm}$ の場合の実験値である。この結果において、実験値は母材の引張強さから低下しており、円孔配列角による異方性が現れ、円孔配列角の増加とともに引張強さも単調に増加している。また、円孔間距離 L による影響は認められなかった。このモデルの場合、円孔間距離に関係なく、円孔配列角 $\theta = 0^\circ$ のモデルの破断ひずみがおよそ4%、 $\theta = 90^\circ$ の場合における破断ひずみがおよそ8%であり、荷重垂直方向の面に投影された円孔の面積分率に対応し、ほぼ2倍となっている。したがって、このような変形の大きな段階では、円孔周囲が完全に塑性変形領域となり、弾性変形段階における応力集中などの相互作用は減少し、荷重方向垂直断面での実質有効断面積の影響が、最も重要な因子となっていると考えられる。

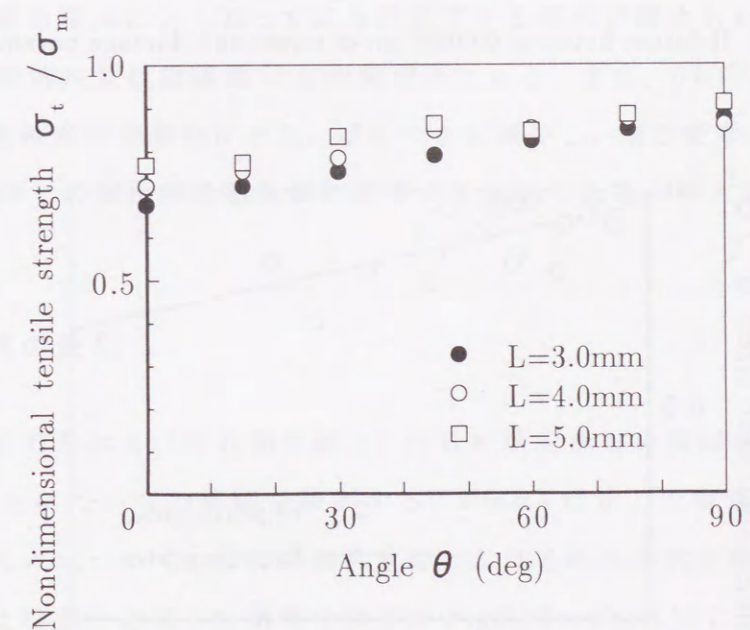


Fig.6.9 Relation between tensile strength and orientation of holes

6.5.3 損傷量と応力の関係

次に、損傷量 Ω と初期降伏応力、引張強さの関係について検討する。0.005% 耐力と損傷量との関係を Fig.6.10 に、0.01% 耐力と損傷量との関係を Fig.6.11 に、引張強さと損傷量との関係を Fig.6.12 にそれぞれ示す。

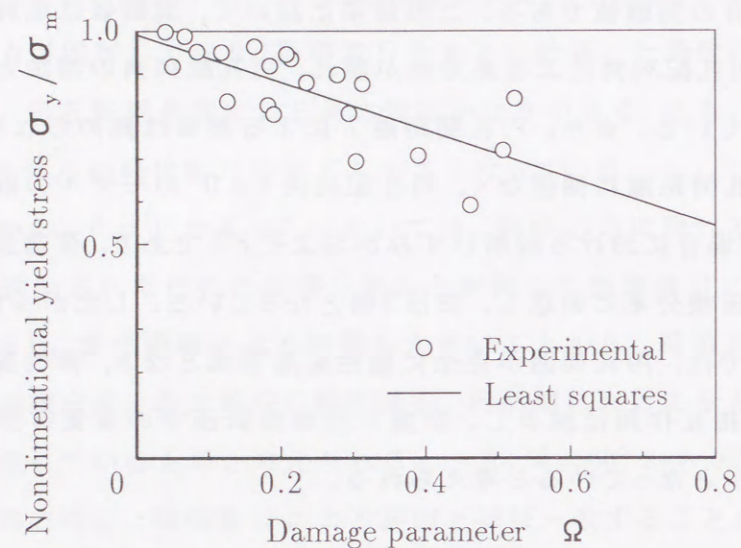


Fig.6.10 Relation between 0.005% proof stress and damage parameter

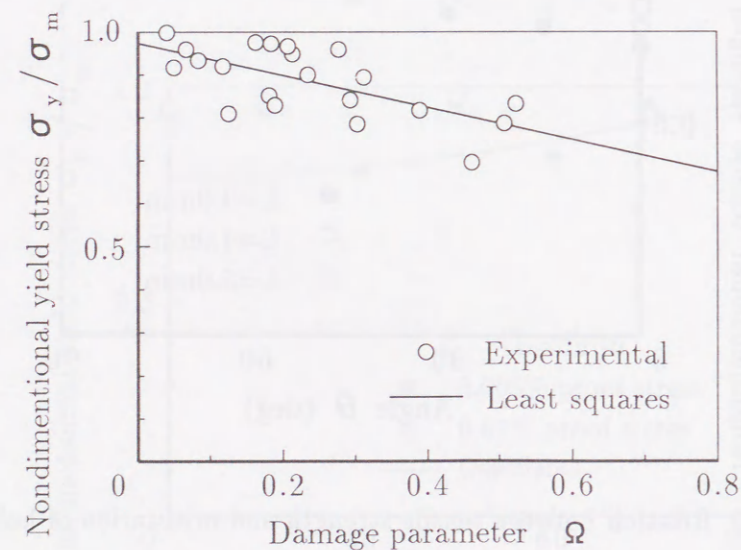


Fig.6.11 Relation between 0.01% proof stress and damage parameter

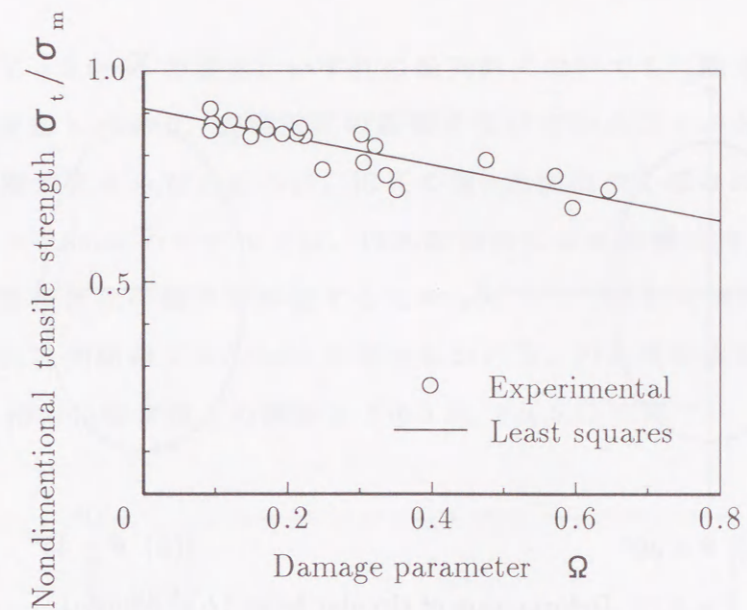


Fig.6.12 Relation between tensile strength and damage parameter

いずれの場合も、図中の○印が実験値を表し、実線は実験値を最小自乗近似して得られた結果である。初期降伏応力、引張強さいずれの場合においても、ばらつきはあるものの、損傷量の増加にともなって応力が低下する傾向が認められ、降伏応力、引張強さなどの機械的性質は損傷量 Ω と相関関係にある。また、0.005% 耐力、0.01% 耐力、引張強さと塑性変形が進むにつれ、ばらつきが減少し、塑性変形が大きくなると、荷重方向垂直断面での実質有効断面積の影響が支配的であると考えられる。

6.5.4 円孔形状の変化

ここで、円孔配列角および円孔間距離と、円孔形状変形との関係を評価し、円孔が一つ隣接することについての影響を検討する。Fig.6.4 に示した試験片において、向かって左側の円孔 A について、最大引張荷重時における円孔形状を画像処理により検出した結果、およびだ円近似した結果を以下の Fig.6.13 ~ Fig.6.15 に示す。結果としては、円孔配列角 $\theta = 30^\circ, 45^\circ$ のモデルについての円孔形状であり、Fig.6.13 は円孔間距離 $L = 3.0\text{mm}$ 、Fig.6.14 は円孔間距離 $L = 4.0\text{mm}$ 、Fig.6.15 は円孔間距離 $L = 5.0\text{mm}$ の場合の結果をそれぞれ示している。また、各図中における点は実験の際に撮影したビデオ画像から、検出した円孔形状を表しており、実線は 6.4 節で述べた方法により円孔形状をだ円近似した結果を示している。

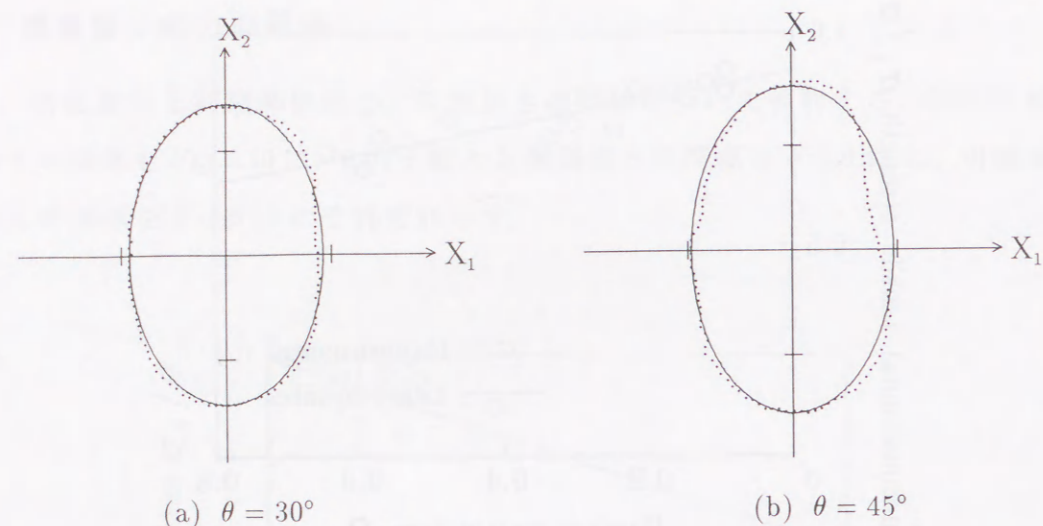


Fig. 6.13 Deformation of circular holes ($L = 3.0mm$)

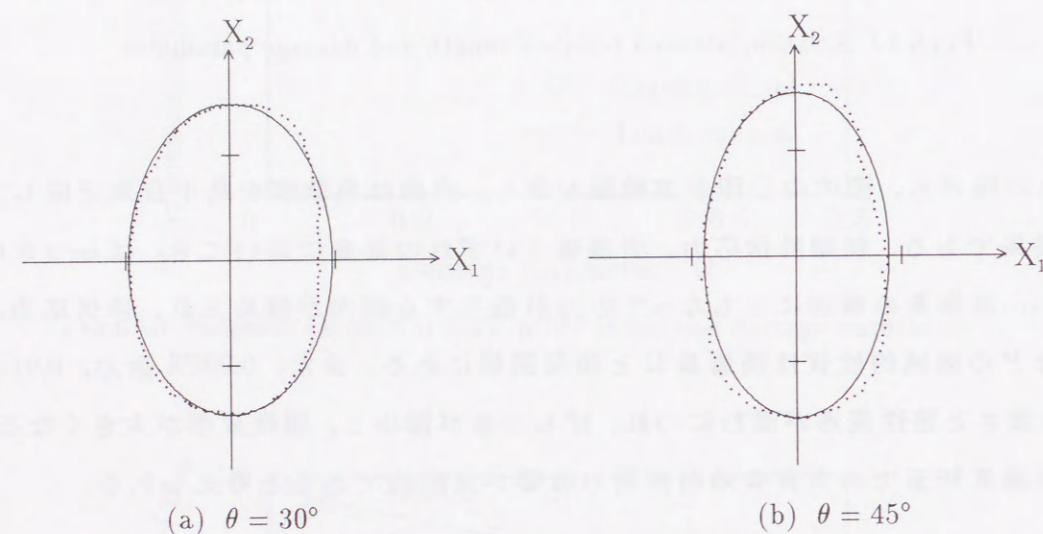


Fig. 6.14 Deformation of circular holes ($L = 4.0mm$)

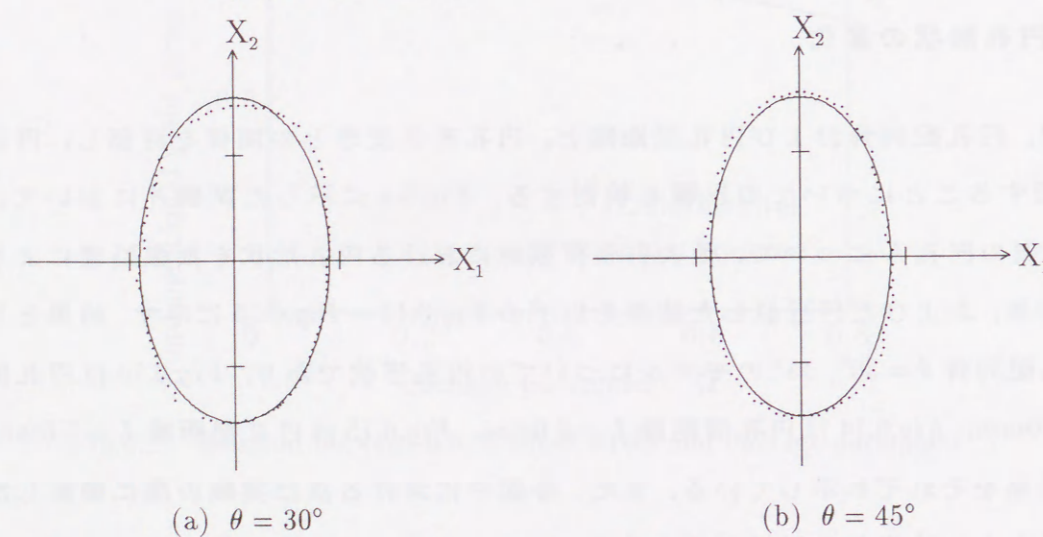


Fig. 6.15 Deformation of circular holes ($L = 5.0mm$)

円孔間距離 $L = 3.0mm$ の場合、いずれの配列角においても、他方の円孔が隣接する方向に偏って変形しており、近接円孔の影響を受けていることが分かる。しかしながら、円孔間距離が大きくなるにつれ、円孔の偏った突出やくぼみは少なくなっており、円孔間距離 $L = 5.0mm$ のモデルでは、円孔配列角による影響はほとんど見られない。これら、円孔形状変化の偏りを評価するため、式(6.1)で示した相対半径変位 ξ について検討する。円孔間距離 $L = 3.0mm$ の場合における、円孔重心点からの方向 ϕ とその方向における相対半径変位 ξ の関係を Fig. 6.16, Fig. 6.17 に示す。

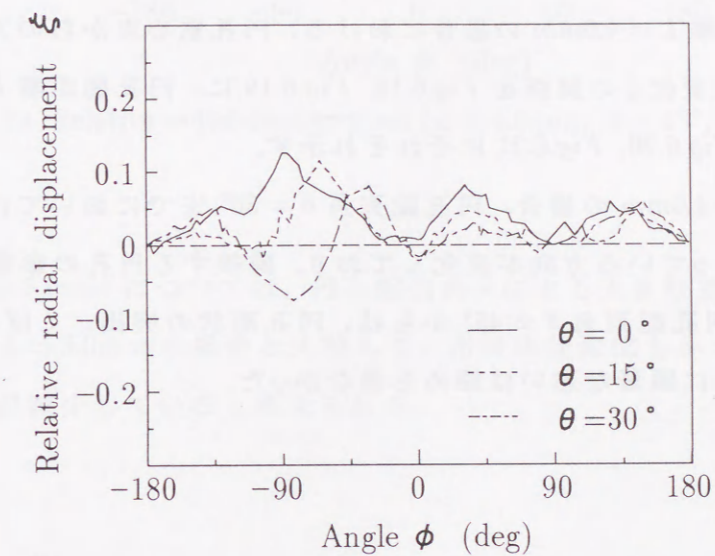


Fig. 6.16 Relative radial displacement ($L = 3.0mm$, $\theta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ$)

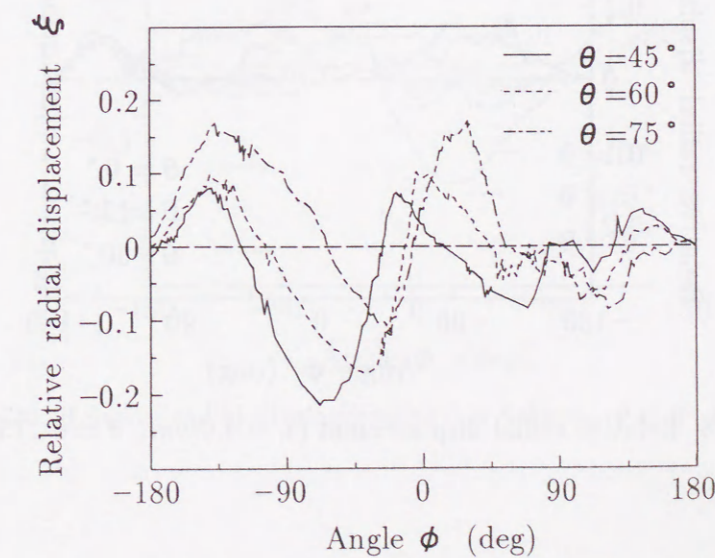


Fig. 6.17 Relative radial displacement ($L = 3.0mm$, $\theta = 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$)

円孔配列角 $\theta = 0^\circ \sim 30^\circ$ においては、くぼみ量よりも突出量の方が大きく、円孔配列角 θ の増加とともに、荷重方向へその突出方向が変化していることが分かる。また、円孔配列角の増加とともに、突出量は減少している。一方、円孔配列角 $\theta = 45^\circ \sim 75^\circ$ においては、円孔形状のくぼみ量、突出量とも大きく、隣接する円孔の影響が非常に大きいと考えられる。この場合においても、円孔のくぼみが起こっている方向、突出方向とともに、円孔配列角の増加とともに増加している。また、円孔形状の突出量は、円孔配列角の増加とともに増加し、逆に円孔のくぼみ量が、円孔配列角の増加とともに減少しており、円孔配列角 $\theta = 30^\circ$ までの変形形態とは明らかに異なっている。

次に、円孔間距離 $L = 4.0\text{mm}$ の場合における、円孔重心点からの方向 ϕ とその方向における相対半径変位 ξ の関係を Fig.6.18, Fig.6.19 に、円孔間距離 $L = 5.0\text{mm}$ の場合における結果を Fig.6.20, Fig.6.21 にそれぞれ示す。

円孔間距離 $L = 4.0\text{mm}$ の場合、円孔配列角 $\theta = 30^\circ$ までにおいては、円孔形状の突出、くぼみが起こっている方向が変化しており、隣接する円孔の影響を受けていると考えられるが、円孔配列角 $\theta = 45^\circ$ からは、円孔形状の突出、くぼみの起こる方向、およびその量ともに顕著な違いは認められなかった。

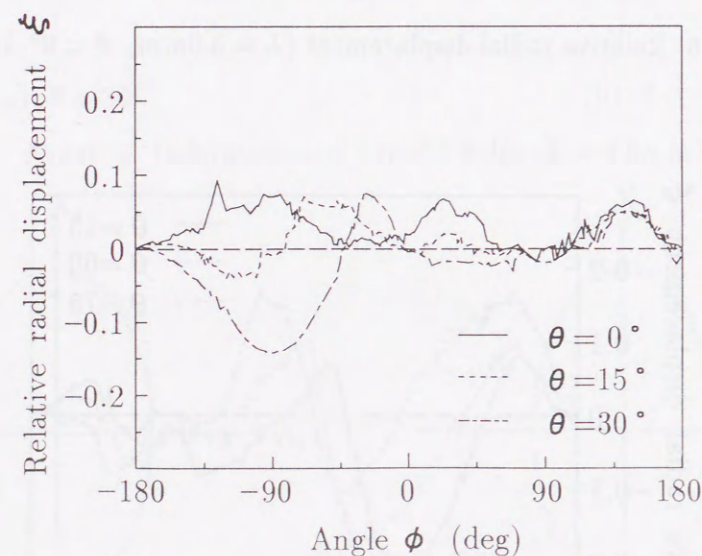


Fig.6.18 Relative radial displacement ($L = 4.0\text{mm}$, $\theta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ$)

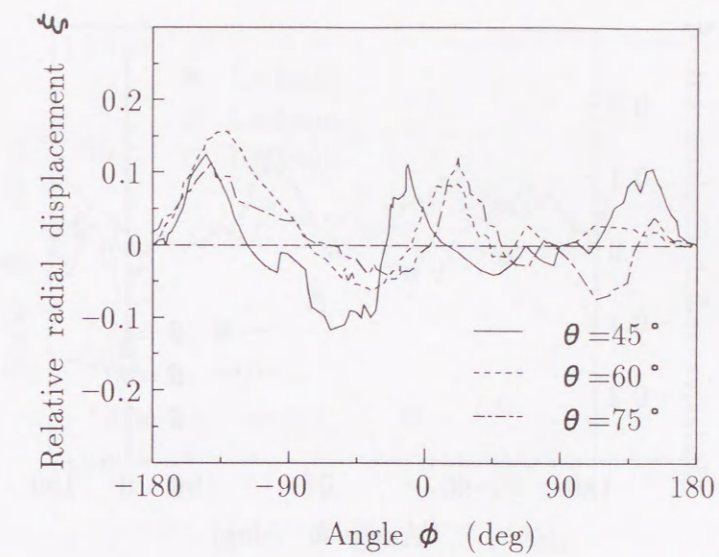


Fig.6.19 Relative radial displacement ($L = 4.0\text{mm}$, $\theta = 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$)

円孔間距離 $L = 5.0\text{mm}$ については、円孔配列角 θ による大きな差は見られない。また、円孔間距離 $L = 3.0\text{mm}$ の場合と比較して、相対半径変位も小さくなっており、円孔間の相互作用が減少していると考えられる。

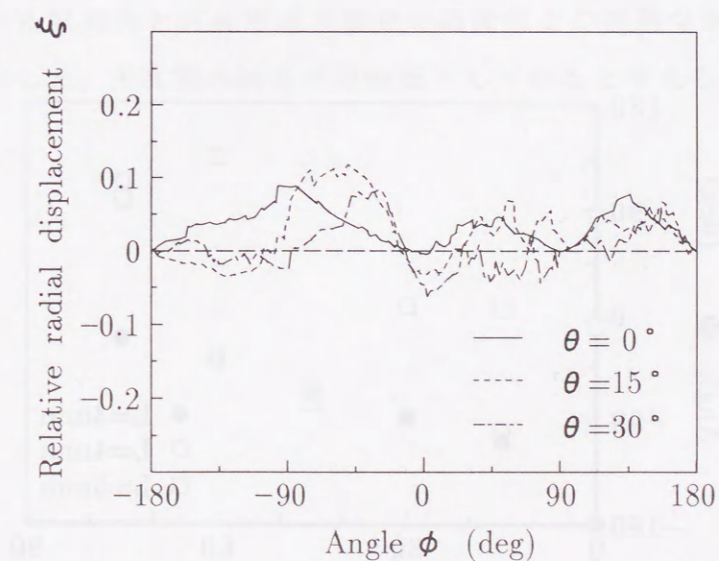


Fig.6.20 Relative radial displacement ($L = 5.0\text{mm}$, $\theta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ$)

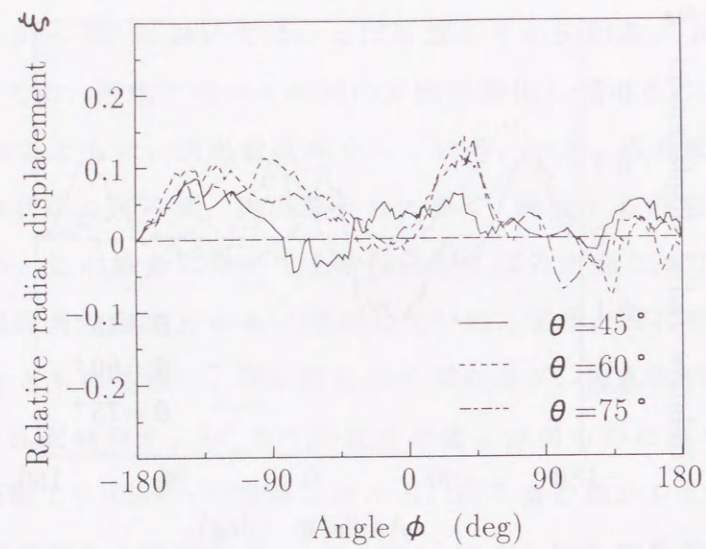


Fig.6.21 Relative radial displacement ($L = 5.0mm$, $\theta = 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$)

以上の結果について、円孔形状の変形形態の傾向を調べるため、相対半径変位が最小となる円孔の変形方向と、最大となる変形方向をとり、円孔配列角との関係を検討する。相対半径変位が最小となる円孔の変形方向 ϕ と円孔配列角 θ の関係を Fig.6.22 に示す。図中における●印は円孔間距離 $L = 3.0mm$ の場合における結果を表しており、○印は円孔間距離 $L = 4.0mm$ 、□印は円孔間距離 $L = 5.0mm$ の場合における結果をそれぞれ示している。

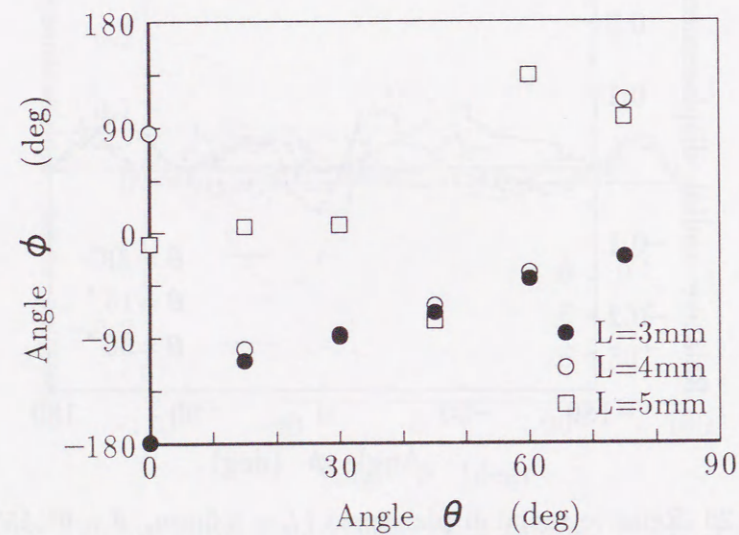


Fig.6.22 Relation between minimum relative radial displacement and orientation of holes

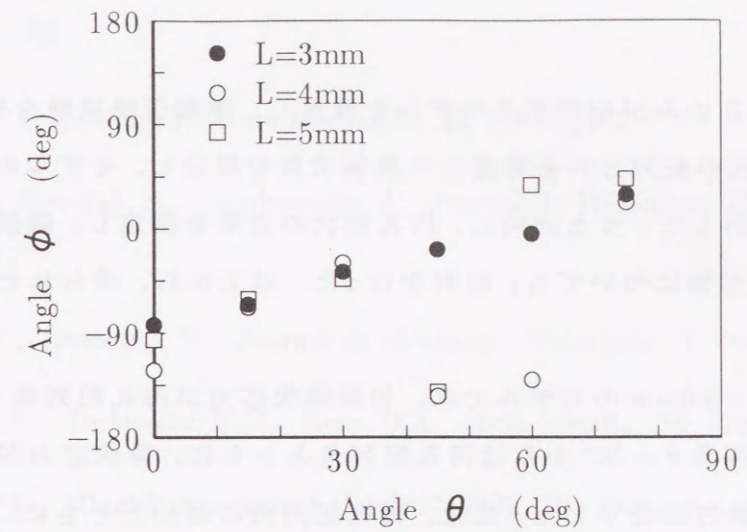


Fig.6.23 Relation between maximum relative radial displacement and orientation of holes

また、相対半径変位が最大となる円孔の変形方向 ϕ と円孔配列角 θ の関係を Fig.6.23 に示す。図中における●印、○印および□印は Fig.6.22 の場合と同じ意味である。円孔間距離 $L = 3.0mm$ の場合については、円孔配列角 θ の増加とともに、相対半径変位が最大もしくは最小となる方向 ϕ が単調に増加しており、隣接する円孔の配列方向に応じた、塑性変形挙動を示している。しかしながら、円孔間距離 $L = 4.0mm$, $5.0mm$ のモデルでは、円孔配列角と円孔形状の相対半径変位との明確な関係が認められず、円孔配列角に依存した、円孔間の相互作用は低下していると考えられる。

6.6 結 言

第6章では、2円孔のみが配列するモデルを設定し、単軸引張試験を行った。このモデルについて、円孔の配列方向を考慮した損傷状態を規定し、モデルの力学特性と損傷量との関係を検討した。また同時に、円孔形状の変形を測定し、隣接する円孔が他方の円孔に及ぼす影響についても、検討を行った。以上から、得られた結果は以下の通りである。

円孔間距離が $L = 3.0\text{mm}$ のモデルでは、初期降伏応力が円孔配列角 $\theta = 0^\circ \sim 30^\circ$ にかけて低下し、配列角 $\theta = 30^\circ$ からは円孔配列角とともに、降伏応力が増加する傾向が得られ、大きな異方性を示した。また、円孔配列角の増加とともに、相対半径変位が最大もしくは最小となる方向が単調に増加しており、隣接する円孔の配列方向に応じた、塑性変形挙動を示していることから、隣接円孔の影響が非常に大きいものと考えられ、荷重垂直方向の面に投影された円孔の面積分率のみで、力学的異方性が決まるのではなく、円孔間の相互作用も考慮する必要があると考えられる。一方、円孔間距離 $L = 4.0\text{mm}$, 5.0mm のモデルでは、初期降伏応力の異方性に明らかな傾向が認められず、弾性変形段階における円孔間の影響が低下していることが考えられる。

また、本章で提起した損傷量 Ω と降伏応力、引張強さなどとの関係については、損傷量の増加にともなって応力が単調に低下する傾向が見られ、損傷状態と力学的性質との相関関係が得られた。しかしながら、引張強さについては、円孔間距離による違いが現れなかった。したがって、塑性変形が進むにつれて、荷重方向垂直断面での実質有効断面積の影響が支配的であると考えられる。

参 考 文 献

- (1) Litewka, A., *Computing Fracture Mechanics*, **25** (1986), 637.
- (2) Litewka, A., Sawczuk, A., Stanislawski, J., *Journal de Mécanique Théorique.*, **3** (1984), 675.
- (3) Murakami, S., Imaizumi, T., *Journal de Mécanique Théorique.*, **1** (1982), 744.
- (4) Magnusen, P.E., Dubensky, E.M., Koss, D.A., *Acta Metall.*, **36** (1988), 1503.
- (5) Thomason P.F., '*Ductile Fracture of Metals*', (1990), 56, Pergamon Press.
- (6) 長岐 滋, Sowerby, R., *日本機械学会論文集*, **A57-539** (1991), 1610.
- (7) 長岐 滋, Sowerby, R., *日本機械学会論文集*, **A57-544** (1991), 2949.
- (8) Peterson, R.E., '*Stress Concentration Design Factors*', (1965), 91, John Wiley & Sons Inc.
- (9) 長谷川久夫, 熊本国夫, 今井健二, *日本機械学会論文集*, **A53-485** (1987), 55.
- (10) 柴原正雄, 谷口佳文, *日本機械学会論文集*, **A49-446** (1983), 1261.
- (11) 瀧本昭夫, 藤原宗良, 落合 進, *日本機械学会論文集*, **A52-477** (1986), 1364.
- (12) 瀧本昭夫, 落合 進, *日本機械学会論文集*, **A53-496** (1987), 2370.

第7章 総括

本研究では、損傷を有する材料の2次元損傷モデルとして、円孔を規則的あるいは不規則に分布させた平板モデルを設定し、まず規則的に円孔を分布させたモデルでは、円孔の幾何学的配列構造と材料の巨視的力学特性との関係を明らかにすることから検討を行った。また、不規則に円孔を分布させた2次元モデルについては、損傷状態の定量的評価方法を提起し、巨視的、局所的両面から損傷状態を定量的に評価し、モデル材料の塑性変形との関係について明らかにすることを目的として、検討を行った。本研究において、得られた結果は以下の通りである。

第1章序論で述べたこの分野における従来の研究の背景に基づき、まず第2章では、損傷を有する材料の2次元モデルとして、円孔を格子状に規則配列したモデルを設定し、円孔配列構造と巨視的異方性との関係について実験的検討を行った。円孔による損傷状態の評価については、座標系の主軸をなす単位ベクトルによって、規定される面における空孔の面積分率で示されるテンソル量を導入した。また、損傷テンソルという異方性を考慮した状態量を用いて、円孔の幾何学的な配列構造を取り入れた、異方性 Gurson の降伏関数により、材料の内部構造と異方性との関係を記述し、巨視的異方性を評価した。これにより、異方性 Gurson の降伏関数は材料内部の空孔配列から巨視的力学特性を評価する手段の第一次近似として有効であると考えられる。また、単純に配列格子の短辺方向、長辺方向に応力集中が起こるのではなく、巨視的異方性を決定する円孔配列格子の形状比、傾き角および円孔直径などの因子はそれぞれ相互に密接に関係していることが考えられる。しかしながら、塑性変形の増加に伴う、円孔配列構造の単位セル内における、局所的なせん断の発生、円孔形状の変化による損傷状態の変化も、力学的性質の評価には、考慮する必要があると考えられる。

第3章では、第2章と同じく、規則円孔分布の多孔平板モデルについて、画像処理によるひずみ分布の測定、円孔形状の測定を行うことで、第2章で示した異方性降伏関数とは異なる観点から、円孔配列構造と巨視的異方性との関係について実験的検討を行った。ひずみ分布の測定から、円孔配列角によって隣接する円孔の影響はさまざま、変形形態が異なり、このことが、モデルの巨視的な異方性に大きく関係しているものと考えられる。円孔形状の測定からは、いずれの配列角のモデルについても、与えたひずみに対し、長短軸比はほぼ単調に増加するが、ひずみに対する軸比増加の割合

は、ひずみの集中する方向やその伝播範囲と大きく関係していることが明らかとなった。また、円孔形状の変化は、偏心率 m により定量的に表し、塑性変形に伴う損傷の成長を評価することができることを示した。

第4章では、多孔平板モデルにおける有限要素法解析を行い、応力、ひずみ分布を調べることで、前章までの実験で得られた、多数の円孔が配列された場合に現れる巨視的な異方性の原因について、解析的な検討を行った。

応力、ひずみの分布は、円孔配列格子の形状比、配列角によってさまざまに異なり、配列角の大きいほどその伝播範囲は大きくなる。一方、配列角 $\theta = 0^\circ$ から 30° にかけては、円孔近傍の応力値が高くなり、円孔配列角 $\theta = 0^\circ$ では、円孔近傍の応力値、応力勾配がともに低く、応力の分布範囲が広いことから、その変形は単純に配列格子の短辺方向あるいは荷重垂直方向に起こるのではなく、荷重垂直方向に円孔が多く並ぶモデルでは、実際に円孔近傍において応力緩和も起こっていると考えられる。したがって、このことが配列角 $\theta = 0^\circ$ から 30° にかけて、巨視的降伏応力や流動応力が低下するという、実験から得られたモデルの巨視的な異方性を生じさせていると考えられる。

また、板厚方向のひずみ分布に関しても、円孔配列格子の形状およびその配列角により、板厚ひずみの分布、その伝播範囲、方向が多様に変化しており、配列角 $\theta = 0^\circ$ から 45° のモデルでは、板厚の減少している範囲は非常に狭いが、配列角 $\theta = 60^\circ$ 以降のモデルでは、単位セルの長辺方向にも、板厚ひずみの伝播が広がっている。さらに、いずれの形状比のモデルについても、配列角 $\theta = 30^\circ$ から荷重方向に板厚増加方向のひずみが現れ、荷重垂直方向の大きな圧縮ひずみが起こり、円孔上部において板厚の増加することが確認された。これらのことがモデルの破断形態、破断ひずみに大きく影響していることが明らかとなった。

第5章では、損傷を有する材料の第一段階的な近似モデルとしての、円孔を規則的に分布させたモデルにおける、実験および解析結果をもとに、より実際に即したモデルについて、検討を行うという点から、円孔を不規則に分布させたモデルを設定した。

円孔分布が不規則であり、円孔間の距離が一定ではないモデルの、損傷状態の評価方法としては、ポロノイ領域分割法およびステレオロジーの手法を用いた方法を提起した。ポロノイ領域分割法によって得られる多角形状は、隣接する円孔との距離関係を反映したものであり、その形状および方向性は、多角形を構成する線分から得られる分布密度関数によって、その主軸方向と固有値として定量的に表現することができる。これにより、多角形状を等価な直交する2軸を持つ四辺形単位セルとして代

表させ、規則円孔分布モデルの場合と同様に、損傷テンソルの形で、材料の損傷状態を評価することができる。

以上の方法に基づき、円孔分布の不規則性を変化させたモデルを数種類設定し、実験を行った結果、提案した手法により決定した損傷テンソル、異方性 Gurson の降伏関数を用いて、円孔が分布することによる初期降伏応力の異方性を定性的に説明することができた。さらに、円孔分布の不規則性が強まると、円孔による損傷状態を領域全体の巨視的、平均的な量のみによって、評価することが困難であることが明らかとなった。この点を考慮して、特定の領域（ポロノイ多角形ひとつ、あるいは一辺 X の正方形評価領域）における損傷量、局所的な損傷量（有限領域における損傷量）による評価を試みた。これにより、局所的な損傷テンソルの大きな領域と破断形態とはよく対応した結果が得られた。また、円孔形状の伸びは、損傷テンソルの増加に対してほぼ一定の割合で増加し、両者に相関関係があることが明らかとなり、ポロノイ領域分割法およびステレオロジーの手法を用いた損傷状態の評価方法は、有効であると考えられる。

最後に第6章では、2円孔のみを近接したモデルを設定し、単軸引張試験を行った。このモデルについて、円孔の配列方向を考慮した損傷状態を規定し、モデルの力学特性と損傷量との関係を検討した。また同時に、円孔形状の変形を測定し、隣接する円孔が他方の円孔に及ぼす影響についても、検討を行った。その結果、荷重垂直方向の面に投影された円孔の面積分率のみで、力学的異方性が決まるのではなく、円孔間の相互作用も考慮する必要があるものと考えられる。また、本章で提起した損傷量 Ω と降伏応力、引張強さなどとの関係については、損傷量の増加にともなって応力が単調に低下する傾向が見られ、損傷状態と力学的性質との相関関係が得られた。しかしながら、引張強さについては、円孔間距離による違いが現れず、塑性変形が進むにつれて、荷重方向垂直断面での実質有効断面積の影響が支配的であることが明らかとなった。

以上、各章で述べたように、損傷として多数の円孔を配列した2次元モデルを設定し、その力学的性質について検討するために、本論文では、多数の円孔が存在する場合における、巨視的な力学特性から、円孔形状の変化の測定、円孔近傍の応力、ひずみの解析まで、系統的に行った。特に、不規則に円孔を分布させたモデルについて、その損傷状態を定量的に評価し、モデルの変形挙動との関係を調べた。したがって、このような研究は、損傷を有する材料の力学的性質、変形挙動の解明に役立つものと考えられる。しかしながら、本研究では2次元モデルについての検討であり、3次元的な

モデルについての検討が残されている。また、実材料との対応関係についての問題、有限要素法による解析をもとに、円孔間における応力の緩和現象をいかに降伏関数に反映させるかという問題もあり、今後は、このような点を踏まえた研究を行う必要があると考えられる。

謝 辞

本研究を進めるにあたり、終始暖かいご指導、ご鞭撻を賜りました岡山大学工学部機械工学科 阿部武治教授ならびに長岐 滋助教授には、心から厚く御礼申し上げます。

本論文の作成にあたって、査読と助言を賜りました岡山大学工学部 鳥居太始之教授、飛田守孝教授、宇野義幸教授、吉田 彰教授、および自然科学研究科システム科学専攻生産構成学講座各教授の先生方に感謝の意を表します。また、研究を行うにあたり、適切なお助言とご指導を頂きました岡山県立大学情報工学部 納所孝至助教授、岡山大学工学部機械工学科 清水一郎助手に厚く御礼申し上げます。

本論文をまとめるにあたり、第2章は蒲原晋一郎氏、竹ノ内 肇氏(現 NTT(株))、第3章、第4章は当時岡山大学生の網島大輔君、児玉 章君、新崎正彦君、第5章は大山康浩氏(現 東亜医用電子(株))ならびに藤本順也氏(現 山陽特殊鋼(株))、第6章は桜 和彦氏(現 備前発条(株))の成果によるところが大きく、岡山大学工学部機械工学科弾塑性工学研究室に在籍され、共同研究を推進された各位に謝意を表します。

