

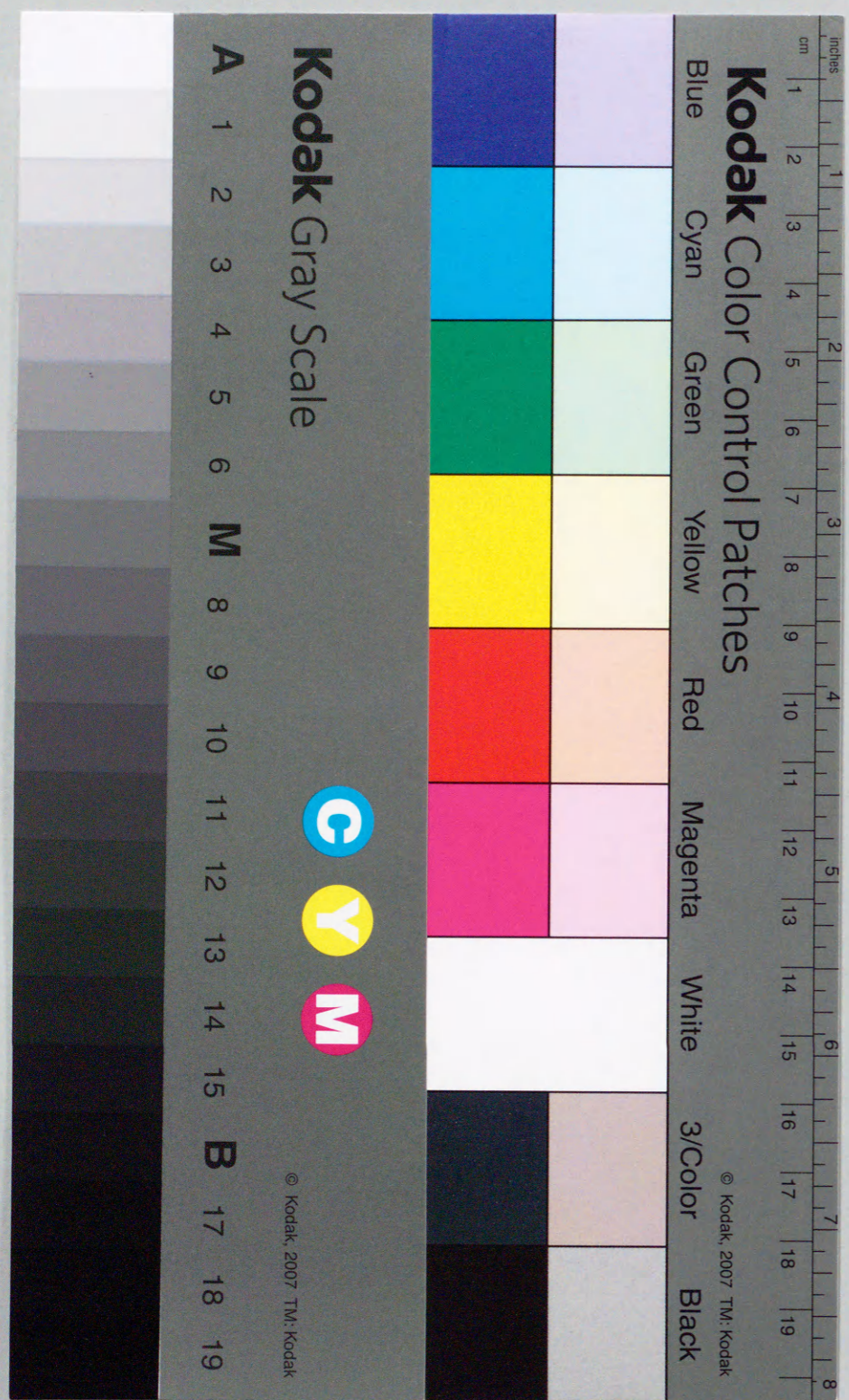
博士論文

多孔平板の弾塑性変形と損傷評価
に関する研究

平成9年3月
(1997年)

中山 恭秀

岡山大学大学院
自然科学研究科



①

博士論文

多孔平板の弾塑性変形と損傷評価
に関する研究

平成9年3月

(1997年)

中山 恭秀

岡山大学大学院

自然科学研究科

目次

第1章 序論	1
参考文献	4
第2章 規則分布多孔平板の降伏応力と異方性降伏関数	7
2.1 緒言	7
2.2 損傷状態の評価	8
2.2.1 まえがき	8
2.2.2 損傷テンソルおよび損傷効果テンソル	9
2.3 異方性降伏関数	10
2.3.1 異方性 Gurson の降伏関数	10
2.3.2 Hill の降伏関数	13
2.4 供試材料および実験方法	15
2.4.1 供試材料	15
2.4.2 試験片および実験方法	16
2.5 実験結果および考察	17
2.5.1 円孔配列角度と初期降伏応力との関係	17
2.5.2 円孔配列角度と流動応力との関係	21
2.5.3 Hill の降伏関数による異方性の評価	24
2.6 結言	27
参考文献	28
第3章 多孔平板における巨視的塑性変形とひずみ分布との関係	31
3.1 緒言	31
3.2 ひずみ分布計測および円孔形状変化測定	32
3.2.1 システム構成	32
3.2.2 画像処理	33
3.2.2.1 画像データ処理	33
3.2.2.2 対応点検策	34

3.2.3	ひずみ計算	35
3.2.4	円孔形状の検出	36
3.3	円孔形状変化の評価	37
3.4	供試材料および実験方法	39
3.5	実験結果および考察	40
3.5.1	円孔配列角度とひずみ分布の関係	40
3.5.2	巨視的なひずみと円孔形状変化の関係	42
3.5.2.1	円孔偏心率の変化	42
3.5.2.2	円孔面積の変化	47
3.6	結言	50
	参考文献	51
第4章	多孔平板の弾塑性変形における有限要素法解析	53
4.1	緒言	53
4.2	弾塑性有限要素法	54
4.2.1	有限要素法定式化	54
4.2.2	応力-ひずみ関係	55
4.3	解析方法	56
4.3.1	要素分割	57
4.3.2	拘束条件	58
4.4	計算結果および考察	61
4.4.1	初期降伏応力の計算結果	61
4.4.2	相当応力, 相当塑性ひずみの分布	63
4.4.3	板厚ひずみの分布	74
4.5	結言	80
	参考文献	81
第5章	不規則分布多孔平板における円孔分布形態と塑性変形との関係	83
5.1	緒言	83
5.2	円孔分布形態の評価法	84
5.2.1	ポロノイ領域分割法	84
5.2.2	分布密度関数	85
5.3	不規則円孔分布における損傷状態の評価	87
5.3.1	損傷状態の評価への損傷テンソルの導入	87

5.3.2	分布平均損傷テンソル	88
5.3.3	局所的な損傷テンソル	89
5.3.4	有限領域における損傷テンソル	90
5.4	試験片および円孔分布形態	91
5.5	実験結果および考察	93
5.5.1	円孔分布形態と分布密度関数	93
5.5.2	円孔分布と初期降伏応力との関係	98
5.5.3	局所的な損傷テンソルと破断形態との関係	101
5.5.4	局所的な損傷テンソルと円孔形状変化との関係	110
5.5.5	有限領域における損傷テンソルの評価	113
5.6	結言	115
	参考文献	117
第6章	近接2円孔を有する平板の弾塑性変形挙動	119
6.1	緒言	119
6.2	試験片および実験方法	120
6.3	だ円近似と相対半径変位	121
6.4	損傷状態の評価法	122
6.5	実験結果および考察	124
6.5.1	円孔配列角と初期降伏応力との関係	124
6.5.2	円孔配列角と引張強さとの関係	127
6.5.3	損傷量と応力との関係	128
6.5.4	円孔形状の変化	129
6.6	結言	136
	参考文献	137

第7章	総括	139
	謝辞	143

第 1 章 序 論

工業用部材として用いられる金属材料は、経済性や供給規模、信頼性などの点から、依然としてその使用頻度、重要性は高く、一般に使用されている延性金属材料の弾塑性変形挙動については、従来から様々な観点より論じられている^{(1) ~ (5)}。しかしながら、近年においては、金属、セラミックス、高分子材料を用いた複合材料など、多様な目的に応えるべく様々な材料が開発、実用化され、材料内の化合物や複合材料を含めた材料全体を一つのシステムとして捉えた構造解析、材料設計^{(6) ~ (10)}が求められている。また、工業用材料としての金属材料も、焼結体^{(11) ~ (13)}や、発泡金属体^{(14) ~ (18)}などの多孔質体に見られるように、目的に応じた新しい機能を有する材料の研究、開発がなされている。このように、材料には更なる高機能、高付加価値が要求されるとともに、材料の構造解析などの基礎的研究や、微視的な力学的挙動から巨視的な力学的性質に至るまでの研究が、いっそう重要になるものと予想される。

一般の延性金属材料は、変形が進むにつれ材料内部に欠陥や微視空孔が発生し、それらが成長、合体することで破壊に至ると考えられている。構造材料として金属材料を用いる場合、延性破壊に至るほどの塑性変形が生じるような構造設計は行われぬものの、材料の経年変化や使用条件によっては、材料の弾塑性変形解析が必要となる。また、塑性加工のように大きな塑性変形を生じさせる過程においては、延性破壊を引き起こす場合がある。したがって、材料内部の構造を考慮することは重要な問題であるが、欠陥や微視空孔の成長、合体過程は複雑であり、それらが材料の巨視的な力学特性に及ぼす影響や、微視空孔近傍の局所的な変形過程、それら空孔の相互作用と材料全体の巨視的な変形過程との関連など、金属材料の延性破壊過程に関しては、欠陥や微視空孔の成長を主過程とみなすか、あるいはその合体の過程を主過程とするかなど諸説があり、いまだに不明な部分が多い。

これまで、こうした材料の延性破壊過程の問題に関して、微視空孔などの材料内部の損傷の成長という観点から、McClintok⁽¹⁹⁾は損傷をだ円近似したモデルについて、その成長の定式化を試みており、一方、Rice - Tracey⁽²⁰⁾は、3軸応力場における球状空孔の成長挙動を示すなど、材料内部の損傷の成長に関して検討を行っている。また、Shima - Oyane⁽²¹⁾は多孔質体の降伏条件を提起し、Gurson⁽²²⁾は無限媒体中に1個の球状空孔が存在する場合の解析をもとに降伏関数を導出しており、Dodd⁽²³⁾は局所的な

せん断変形による空孔の成長について検討している。これに対し、空孔合体の過程を延性破壊の主過程とする観点から、Thomason⁽²⁴⁾は円孔を幾何学的に配列したモデルについて、すべり線場の理論によって、内部くびれの発生による円孔合体の過程を記述し、延性破壊過程について研究を行っている。また、微視空孔などの損傷が分布することで、材料に異方性が生じるものと考えられるが、塑性異方性を記述するものとしては、一般的にHill⁽²⁵⁾の降伏関数が知られている。Hillの降伏関数は、直交異方性材料について異方性パラメータを有する形で表されるが、材料内部における微視空孔などの分布構造と異方性パラメータは直接的には関係づけられていないという問題点がある。

以上に述べた、損傷を有する材料についてのモデル解析については、それに対応する単純モデルを設定し、実験的検討による裏付けが必要であると考えられる。したがって、損傷を有する材料の単純なモデルとして、容易に実験を行うことのできる円孔などを分布させた2次元モデルを設定し、実験的検討を行うことは有効である。

多数の空孔を有する材料の2次元モデルについては、Litewka⁽²⁶⁾⁽²⁷⁾が長円を規則配列したモデル、Murakami-Imaizumi⁽²⁸⁾が円孔を規則配列したモデルについて材料の損傷と巨視的降伏応力の関係について検討を行っている。また、熱交換機などに用いられる多孔板を考慮して、猪狩ら^{(29)~(31)}は、多孔板のクリープ変形について検討している。円孔の相互作用については、例えば瀧本・落合⁽³²⁾⁽³³⁾が近接二円孔モデルの円孔形状変化についての研究、Peterson⁽³⁴⁾、長谷川ら⁽³⁵⁾が複数の円孔が分布することによる応力集中の緩和現象についての研究を行っており、様々な検討がこれまでになされている。

一方、欠陥や微視空孔などの損傷の分布は何らかの方向性を持ち、塑性変形において巨視的異方性を示すことが考えられる。したがって、このような巨視的異方性と材料内部における微視空孔などの分布構造との関係を、降伏関数などの評価基準にいかん反映させるかは重要な問題である。この点に関して、Kachanov⁽³⁶⁾が損傷変数を導入し、損傷の進行を記述している。これに対し、村上・大野^{(37)~(40)}は、材料の変形に伴う損傷の発生、成長を力学的な内部状態変数とし、方向性を持つテンソル量として表現した。しかしながら、一般に使用される実材料において、損傷の分布は不規則であり、単純な損傷モデルによる検討のみならず、より実際に即したモデルによる解析も必要であると考えられる。不規則に円孔を分布させたモデルについては、Magnusenら⁽⁴¹⁾が円孔間距離と破断形態との関係を検討しているものの、これまで円孔が不規則

に分布する場合の損傷状態の定量的評価はなされておらず、損傷状態とモデルの塑性変形、破断形態などの関係も不明である。

以上の点を踏まえ、本研究では、規則的に円孔を配列した2次元損傷モデルを設定し、円孔の幾何学的配列構造と材料の巨視的力学特性との関係を明らかにすることから始め、不規則に円孔を分布させた2次元モデルについては、損傷状態の定量的評価方法を提起し、巨視的、局所的両面から損傷状態を定量的に評価し、モデル材料の塑性変形との関係について明らかにすることを目的としている。

本論文は、序論(第1章)、総括(第7章)を含め7章から構成されており、その内容は以下の通りである。

第2章では、規則的に円孔を分布させたモデルについて、村上・大野^{(37)~(40)}によって導入された損傷テンソルを用い、長岐ら^{(42)~(44)}が提案した異方性Gursonの降伏関数によって、円孔配列構造と巨視的降伏応力の異方性との関係の定量化を試みる⁽⁴⁵⁾。

第3章では、同じく円孔を規則分布させたモデルについて、画像処理を用いたひずみ分布測定法を確立し、これにより得られたひずみ分布と、巨視的異方性および塑性変形との関係を検討する。また、塑性変形に伴う円孔形状の変化も測定し、ひずみ分布との関係について調べる。

第4章では、数値シミュレーションによる解析という観点から、弾塑性有限要素法を用いて、応力、ひずみ分布の解析を行い、円孔近傍において局所的に起こっている現象を解明するとともに、前章までに得られた実験結果との比較検討を行う。

規則円孔分布モデルで得られた結果を踏まえて、第5章では、より実際に即したモデルでの解析を目的として、不規則に円孔を分布させたモデルを設定する。ここでは、ポロノイ領域分割法⁽⁴⁶⁾⁽⁴⁷⁾およびステレオロジー^{(48)~(50)}の手法を用いて、損傷状態の評価方法を提案し、その妥当性を実験的に検討するとともに、円孔が不規則に分布するモデルにおける損傷状態と塑性変形、モデルの破断形態との関係を明らかにする⁽⁵¹⁾⁽⁵²⁾。

第6章では、複数の円孔が分布する場合では解明することが困難な、隣接する一つの円孔から受ける影響について、二つの円孔を分布させたモデルを設定し、初期降伏応力の測定、円孔形状の変形測定などから実験的に検討を行う。

最後に第7章では、以上の各章で検討を行い得られた結果、および円孔が分布することによる損傷状態と、損傷材料の巨視的、局所的変形挙動についての本研究の成果についてまとめるとともに、今後の課題について述べる。

参 考 文 献

- (1) 阿部武治, 清水茂俊, 山田勝俊, "弹性力学", (1991), 33, 朝倉書店.
- (2) 大矢根守哉 監修, "新編 塑性加工学", (1988), 2, 養賢堂.
- (3) Lippmann, H., 著, 阿部武治, 田中喜久昭, 田中正隆, 長岐 滋 訳, "塑性変形と加工の力学", (1983), 10, 森北出版.
- (4) 日本機械学会 編, "固体力学 - 基礎と応用 -", (1987), 59, オーム社.
- (5) Prager, W., 著, 福岡秀和, 阿部武治 訳, "連続体力学入門", (1980), 233, 共立全書.
- (6) 日本材料学会 編, "先端材料の基礎知識", (1991), 59, オーム社.
- (7) 須藤 一, "材料システム学", (1989), 6, 内田老鶴圃.
- (8) 阿部武治 編, "強度解析学 [II] - 実験的アプローチ -", (1984), 25, オーム社.
- (9) 石井勇五郎, "材料科学概説", (1988), 103, 朝倉書店.
- (10) Ashby, M.F., Jones, D.R.H., 著, 堀内 良, 金子純一, 大塚正久 訳, "材料工学入門", (1989), 69, 内田老鶴圃.
- (11) 大矢根守哉, 田端 強, 塑性と加工, 15-156 (1974), 93.
- (12) 田端 強, 真崎才次, 塑性と加工, 16-171 (1975), 279.
- (13) 真崎才次, 島 進, 塑性と加工, 18-195 (1977), 243.
- (14) Coussy, O., 'Mechanics of Porous Continua', (1994), 129, John Wiley & Sons Inc.
- (15) Schaefer, D.W., MRS Bulletin April(1994), 14.
- (16) Durian, D.J., MRS Bulletin April(1994), 20.
- (17) Shapovalov, V., MRS Bulletin April(1994), 24.
- (18) Even, W.R.Jr., Gregry, D.P., MRS Bulletin April(1994), 29.

- (19) McClintok A.L., J. Appl. Mech., 35 (1968) 363.
- (20) Rice J.R., Tracey D.M., J. Mech. Phys. Solids, 17 (1969) 201.
- (21) Shima, S., Oyane, M., Int. J. Mech. Sci., 18-6 (1976), 285.
- (22) Gurson, A.L., Trans, ASME, J.Eng.Mater.Technol., 99 (1979),2.
- (23) Bai, Y., Dodd, B., 'Adiabatic Shear Localization', (1992), 54, Pergamon Press.
- (24) Thomason, P.F., 'Ductile Fracture of Metals', (1990), 56, Pergamon Press.
- (25) Hill, R., 著, 鷲津久一郎, 山田嘉昭, 工藤英明 訳, "塑性学", (1954), 313, 培風館.
- (26) Litewka, A., Computing Fracture Mechanics, 25 (1986), 637.
- (27) Litewka, A., Sawczuk, A., Stanislawski, J., Journal de Mécanique Théorique., 3 (1984), 675.
- (28) Murakami, S., Imaizumi, T., Journal de Mécanique Théorique., 1 (1982), 744.
- (29) 猪狩敏秀, 瀬戸口克哉, 野村真一, 日本機械学会論文集, A51-463 (1985), 898.
- (30) 猪狩敏秀, 瀬戸口克哉, 若松良彦, 野村真一, 日本機械学会論文集, A53-488 (1987),764.
- (31) 猪狩敏秀, 山内雅文, 野村真一, 材料, 41-471 (1992),1793.
- (32) 瀧本昭夫, 藤原宗良, 落合 進, 日本機械学会論文集, A52-477 (1986), 1364.
- (33) 瀧本昭夫, 落合 進, 日本機械学会論文集, A53-496 (1987), 2370.
- (34) Peterson, R.E., 'Stress Concentration Design Factors', (1965), 91, John Wiley & Sons Inc.
- (35) 長谷川久夫, 熊本国夫, 今井健二, 日本機械学会論文集, A53-485 (1987), 55.
- (36) Kachanov, L.M., 'Introduction to Continuum Damage Mechanics', (1986), 4, Martinus Nijhoff Publishers.
- (37) 村上澄男, 大野信忠, 日本機械学会論文集, A45-392 (1979),318.

1. 参考文献

- (38) 村上澄男, 大野信忠, 日本機械学会論文集, A45-392 (1979), 327.
- (39) 村上澄男, 大野信忠, 日本機械学会論文集, A46-409 (1980), 940.
- (40) 村上澄男, 大野信忠, 日本機械学会論文集, A47-418 (1981), 573.
- (41) Magnusen, P.E., Dubensky, E.M., Koss, D.A., Acta Metall., 36 (1988), 1503.
- (42) 長岐 滋, Sowerby, R., 日本機械学会論文集, A57-539 (1991), 1610.
- (43) 長岐 滋, Sowerby, R., 日本機械学会論文集, A57-544 (1991), 2949.
- (44) Nagaki, S., Goya, M., Sowerby, R., Int. J. Plasticity, 9 (1993), 199.
- (45) 中山恭秀, 長岐 滋, 阿部武治, 日本機械学会論文集, A62-600 (1996), 1877.
- (46) Preparata, F.P., Shamos, M.I., 著, 浅野孝夫, 浅野哲夫 訳,
”計算幾何学入門”, (1992), 228, 総研出版.
- (47) 伊理正夫 監修, 腰塚武志 編集, ”計算幾何学と地理情報処理”,
(1993), 57, 共立出版.
- (48) 金谷健一, 材料科学, 20-4 (1984), 223.
- (49) Kanatani, K., Int. J. Engng. Sci., 22-2 (1984), 149.
- (50) Kanatani, K., Int. J. Engng. Sci., 22-5 (1984), 531.
- (51) 中山恭秀, 長岐 滋, 阿部武治, 日本機械学会論文集, A62-602 (1996), 2297.
- (52) 中山恭秀, 長岐 滋, 阿部武治, 日本機械学会論文集, A62-604 (1996), 2777.

第 2 章 規則分布多孔平板の降伏応力と異方性降伏関数

2.1 緒 言

序論で述べたように, 一般に使用される延性金属材料は, 変形が進むに伴って材料内部に欠陥や微視空孔が発生し, それらが成長, 合体することで破壊に至ると考えられている. しかしながら, 欠陥や空孔の成長過程は複雑であり, それらが材料の巨視的力学特性に与える影響や, 空孔近傍の微視的変形過程および空孔の相互作用などについては, これまでにも Litewka⁽¹⁾⁽²⁾, Murakami - Imaizumi⁽³⁾, 瀧本ら⁽⁴⁾⁽⁵⁾, 長谷川ら⁽⁶⁾が様々な観点から研究を行っているが, いまだ不明な部分が多い. また, これら欠陥や空孔の材料内部における分布状態が, 何らかの方向性を有し, 塑性変形において巨視的異方性を示すものと考えられる. したがって, このような巨視的異方性と材料内部における空孔などの分布構造との関係を, 降伏関数などの評価基準にいかに関与させるかも重要な問題となっている.

この章ではまず, 材料の内部構造と巨視的力学特性および巨視的異方性との関係を明らかにするため, 損傷を有する材料の2次元モデルを考え, 多数の円孔を格子状に規則配列した多孔平板を設定し, 円孔の配列構造と巨視的異方性との関係について実験的検討を行う.

2次元多孔平板モデルにおいては, 円孔が存在することによって, 材料の巨視的異方性が現れると考えられるが, これには円孔近傍の局所的な応力集中, 隣接する円孔との相互作用などが複雑に関連していると考えられる. したがって, 円孔による損傷状態を表す量は, 各円孔単独に成立するスカラーな量ではなく, 何らかの方向性を有する量が望ましい.

そこで円孔による損傷状態を, 村上・大野^{(7)~(10)}によって導入された損傷テンソルを用いて評価し, 長岐ら^{(11)~(13)}によって提案された異方性 Gurson の降伏関数⁽¹⁴⁾を用いて円孔配列構造と巨視的降伏応力との関係の定量化を試みる⁽¹⁵⁾. 一方で, 実験値から得られる Hill の降伏関数⁽¹⁶⁾を用いて, 力学的特性の評価を実験的観点から行う. また, 塑性変形の進行に伴って, モデルの塑性変形挙動がどのように変化するかについて検討する.

2.2 損傷状態の評価

2.2.1 まえがき

焼結金属などの多孔質体中に存在する微視的空孔やき裂などによる損傷状態を表す量は、これまでしばしば、体積分率、面積分率などのスカラー量として扱われてきた。Kachanov⁽¹⁷⁾は、等方的な内部変数としての損傷量を考え、物体中の任意の面における空孔の面積分率をスカラー損傷変数と定義した。しかしながら、損傷量が空孔の分布形態に依存せず、物体を構成する単位構造単独に成立するスカラーな量では、任意の応力状態に対して空孔の分布形態と材料の力学的特性との関係を記述できない。したがって、空孔など損傷の分布形態を考慮した、何らかの方向性を有する量によって、損傷状態を評価する必要がある。

そこで、Vakulenko - Kachanov⁽¹⁸⁾は、き裂を持つ物体において、微視的き裂の集合を転位密度テンソルに類似なテンソル量 Ψ で表した。これは、物体中のき裂生成面 $dS_{(k)}$ の単位法線ベクトル $n^{(k)}$ と、面 $dS_{(k)}$ 上にあつた点のき裂発生による変位の不連続量を表すベクトル $b^{(k)}$ で記述された、次のようなテンソル量[†]であつた。

$$\Psi = b^{(k)} \otimes n^{(k)} dS_{(k)} \quad (2.1)$$

村上・大野は、これを空孔の分布する平面について応用し、Vakulenko - Kachanovとは別の2階対称テンソルで記述した。Fig.2.1に示すような単純なモデルを考え、単位ベクトル n に垂直な面について、空孔の面積分率を Ω とする。このとき、単位ベクトル n 方向については、損傷の分布状態は均一であるとし、損傷テンソル量を

$$\Omega = \Omega n \otimes n \quad (2.2)$$

と表し、方向性を有する量によって記述した。

[†] \otimes はテンソル積を表し、任意のベクトル a, b のテンソル積は、基底ベクトル e_i, e_j を用いて、 $a \otimes b = a_i b_j (e_i \otimes e_j)$ と書ける。

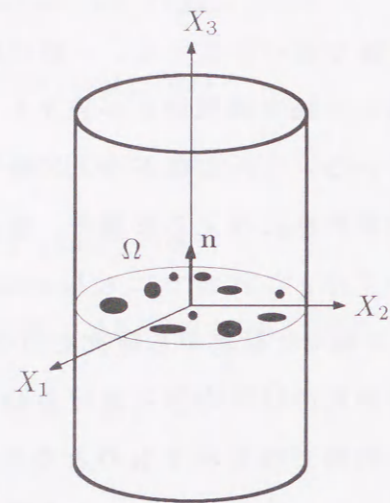


Fig.2.1 Damage in a section of body

2.2.2 損傷テンソルおよび損傷効果テンソル

いま、損傷を有する材料が近似的な形として、Fig.2.2に示すようなある構造単位の規則的な配列によって成り立ち、その構造単位は直交する3つの座標軸によって規定される場合を考える。この構造単位において、円孔による損傷状態を、村上・大野によって導入された損傷テンソルを用いて評価し、材料の巨視的異方性を記述する。

損傷テンソル Ω は、座標系をなす主軸によって規定される面における空孔の面積分率によって表され、次式で与えられる。

$$\Omega = \sum \Omega_i n_i \otimes n_i \quad (i = 1, \dots, 3) \quad (2.3)$$

ここで、 n_i は座標系の主軸をなす単位ベクトルであり、 Ω_i は n_i で規定される面における空孔の面積分率である。したがって、このテンソル量は、材料を構成する構造単位における、空孔の3次元的な面積分率を表現する量である。

ところで、空孔が存在することによって有効面積が減少し、応力が拡大される力学的効果を考慮し、村上・大野は次の実質応力テンソル S を定義した。

$$S = \frac{1}{2}(\sigma \Phi + \Phi \sigma) \quad (2.4)$$

ここで、 σ はCauchyの応力テンソルであり、 Φ は有効面積を考慮し、次式で定義される損傷効果テンソルと呼ばれる量である。

$$\Phi = (1 - \Omega)^{-1} \quad (2.5)$$

以上の損傷状態量 Ω, Φ を、巨視的な降伏関数に導入することによって、材料の微視的内部構造と巨視的異方性との関係を定量的に評価することを試みる。

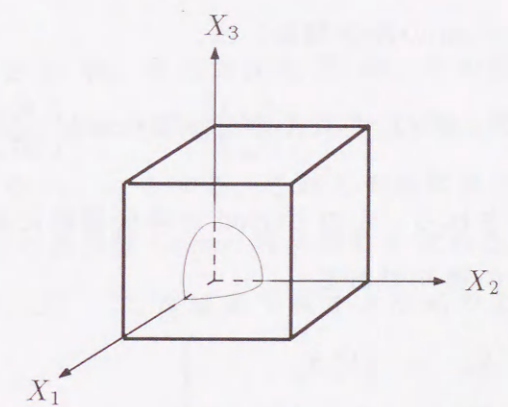


Fig.2.2 A unit cell of structure

2.3 異方性降伏関数

2.3.1 異方性 Gurson の降伏関数

内部に空隙を含む焼結材料のような、損傷を有する材料について、その変形の基礎式に関する検討はいくつかなされており、Shima - Oyane⁽¹⁹⁾が、Mises の降伏条件式に多孔質体の見かけの密度を考慮した降伏関数を示している。また、微視的な空孔の存在とその成長を考慮した、延性金属材料の降伏関数として、Gurson の降伏関数が知られている。Gurson の降伏関数 F_G は次式で与えられ^{††}、降伏は $F_G = 0$ の条件を満足する場合である。

$$F_G(\sigma, \sigma_m, f) = \left(\frac{\sigma_{eq}}{\sigma_m}\right)^2 + 2f \cosh\left(\frac{\sigma_{kk}}{2\sigma_m}\right) - (1 + f^2) \quad (2.6)$$

ここで、 σ_{eq} は相当応力であり、偏差応力 σ' を用いて以下の式で表される。なお、 δ_{ij} はクロネッカのデルタである。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{eq} &= \frac{3}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} \\ \sigma'_{ij} &= \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

また、 σ_m は母材の降伏応力、 f は空孔の体積分率である。この Gurson の降伏関数は、スカラー量である空孔の体積分率によって損傷を考慮しているため、空孔の配列構造による異方性は記述されない。そこで、上述の降伏関数における応力 σ を、式(2.4)で定義された実質応力 S で置き換えることで、長岐ら^{(11)~(13)}は空孔が分布することによる異方性を記述した降伏関数を提案した。これにより得られる降伏関数（以下異方性 Gurson の降伏関数）は、

$$F_G(S, \sigma_m, f) = \left(\frac{S_{eq}}{\sigma_m}\right)^2 + 2f \cosh\left(\frac{S_{kk}}{2\sigma_m}\right) - (1 + f^2) \quad (2.8)$$

と表される。先の Gurson の降伏関数において対応する相当応力 S_{eq} 、偏差応力 S'_{ij} は以下の通りである。

$$\left. \begin{aligned} S_{eq} &= \frac{3}{2} S'_{ij} S'_{ij} \\ S'_{ij} &= S_{ij} - \frac{1}{3} S_{kk} \delta_{ij} \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

^{††} 関数の表記には、テンソルを表す Symbol 記号と、各成分を表す添字記号による表記を併用した。添字記号表記については、総和規約を用いるものとする。

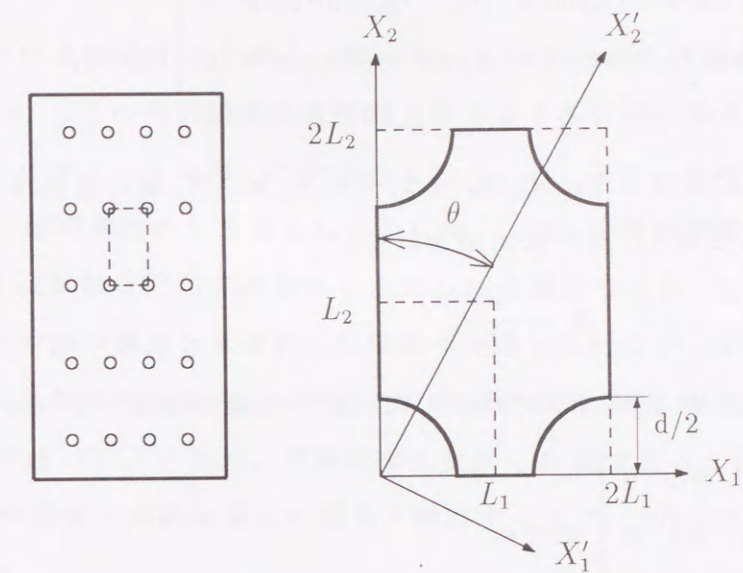


Fig.2.3 Array of circular holes

この異方性 Gurson の降伏関数は、損傷テンソルにより決定される実質有効面積、実質有効応力に依存しており、材料の内部構造と異方性との関係を直接的に評価することが可能である。

次に、異方性降伏関数により、円孔配列構造と巨視的異方性との関係を評価し、実験的に検討する。そこで、Fig.2.3に示すような短辺 $2L_1$ 、長辺 $2L_2$ の格子状に、直径 d の円孔を規則配列した2次元モデルを考え、単軸引張負荷がモデルにかかる場合について、異方性 Gurson 降伏関数を求める。

Fig.2.3に示した円孔配列格子の短辺方向を X_1 軸、長辺方向を X_2 軸、その座標系をなす単位ベクトルをそれぞれ n_1, n_2 とする。また、荷重垂直方向を X'_1 軸、荷重方向を X'_2 軸、その座標系をなす単位ベクトルを e_1, e_2 とする。これらの座標系において、 X_2 軸と X'_2 軸とのなす角が θ である場合の異方性 Gurson 降伏関数を求める。

$X_1 - X_2$ 座標系をなす単位ベクトル n_i を、 $X'_1 - X'_2$ 座標系で表すと次式のようになる。

$$n_1 = \cos \theta e_1 + \sin \theta e_2 \quad n_2 = -\sin \theta e_1 + \cos \theta e_2 \quad (2.10)$$

したがって、式(2.3)で示した損傷テンソルは以下のように書ける。

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_1 \cos^2 \theta + \Omega_2 \sin^2 \theta & (\Omega_1 - \Omega_2) \sin \theta \cos \theta & 0 \\ (\Omega_1 - \Omega_2) \sin \theta \cos \theta & \Omega_1 \sin^2 \theta + \Omega_2 \cos^2 \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} e_i \otimes e_i \quad (2.11)$$

ここで、上式における Ω_1, Ω_2 は、それぞれ X_1 軸, X_2 軸に垂直な面における円孔の面積分率を表しており、次の式で示される。

$$\Omega_1 = \frac{d}{2L_2} \quad \Omega_2 = \frac{d}{2L_1} \quad (2.12)$$

この損傷テンソルを式(2.5)に代入して、以下の損傷効果テンソルが得られる。

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} & 0 \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} e_i \otimes e_i \quad (2.13)$$

ここで、損傷効果テンソル Φ の各成分は次の通りである。

$$\Phi_{11} = \frac{1 - (\Omega_1 \sin^2 \theta + \Omega_2 \cos^2 \theta)}{(1 - \Omega_1)(1 - \Omega_2)} \quad (2.14)$$

$$\Phi_{12} = \Phi_{21} = \frac{-(\Omega_1 - \Omega_2) \sin \theta \cos \theta}{(1 - \Omega_1)(1 - \Omega_2)} \quad (2.15)$$

$$\Phi_{22} = \frac{1 - (\Omega_1 \cos^2 \theta + \Omega_2 \sin^2 \theta)}{(1 - \Omega_1)(1 - \Omega_2)} \quad (2.16)$$

以上の関係と、単軸引張負荷の成分が $\sigma_{22} = \sigma$ のみであることを考慮して、相当応力および偏差応力は以下のように書ける。

$$\left. \begin{aligned} S_{eq} &= |\sigma \Phi_{22}| \\ S_{kk} &= \sigma \Phi_{22} \end{aligned} \right\} \quad (2.17)$$

したがって、異方性降伏関数は次式で示される。

$$F_G = \left(\frac{|\sigma \Phi_{22}|}{\sigma_m} \right)^2 + 2f \cosh \left(\frac{\sigma \Phi_{22}}{2\sigma_m} \right) - (1 + f^2) \quad (2.18)$$

ここで、円孔の体積分率 f は次の通りである。

$$f = \frac{\pi d^2}{16L_1L_2} \quad (2.19)$$

以上に示した、応力 σ を実質応力 S で置き換えることにより、損傷テンソルという異方性を考慮した状態量を用いて、円孔の幾何学的な配列構造を降伏関数に取り入れ、材料の内部構造と異方性との関係を記述できる。

2.3.2 Hill の降伏関数

従来、材料の異方性を記述するため、一般に用いられている降伏関数として、Hill の降伏関数⁽¹⁶⁾がある。Hill の降伏関数は直交異方性を有する材料の降伏条件を示した関数であり、異方性パラメータを用いて表されている。ところが、先の異方性 Gurson の降伏関数が円孔の配列構造から決定されるのに対し、Hill の降伏関数における異方性パラメータは、引張試験などの実験値から求められる関数である。したがって、Hill の降伏関数は、材料内部の構造と直接的には関係づけられていないという問題点がある。しかしながら、単軸引張試験によって得られた降伏応力から、決定した Hill の降伏関数における異方性パラメータが、実験結果を反映した値であることを考えると、異方性 Gurson の降伏関数と実験結果との関係を検討する上で、Hill の降伏関数を用いることは有効である。

Hill の降伏関数 F_H は、異方性の主軸を直交座標系に取り、異方性パラメータ F, G, H, L, M, N を用いて、次のように定義されている。降伏条件は、 $F_H = 0$ を満足する場合である。

$$F_H = F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2L\tau_{23}^2 + 2M\tau_{31}^2 + 2N\tau_{12}^2 - 1 \quad (2.20)$$

ここで、Fig.2.3 に示したように、円孔分布に関して直交異方性を有する2次元モデル材料において、異方性の主軸方向 X_2 軸と、単軸引張負荷方向 X'_2 軸とのなす角が θ であり、その引張応力が σ である場合を考える。このとき、上式(2.20)における、 $\sigma_{33}, \tau_{23}, \tau_{31}$ を0として、各応力成分 $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \tau_{12}$ および Hill の降伏関数は、以下のように書ける。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{11} &= \sigma \sin^2 \theta \\ \sigma_{22} &= \sigma \cos^2 \theta \\ \tau_{12} &= \sigma \sin \theta \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad (2.21)$$

$$F_H = (H + F)\sigma^2 \cos^4 \theta + (G + H)\sigma^2 \sin^4 \theta + 2(N - H)\sigma^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta - 1 \quad (2.22)$$

上式の各項の係数 $(H + F), (G + H), 2(N - H)$ を、初期降伏応力の円孔配列角 θ 依存性に関する実験値の最小二乗近似から求め、円孔配列構造と巨視的降伏応力の異方性との関係を検討する。

ところで、上述したように、Hillの降伏関数は巨視的降伏応力の実験値から決定される関数であり、一方、異方性 Gurson の降伏関数はモデルの構造と母材の降伏応力から決定される関数である。したがって両者の比較によって、材料の構造と実験結果との関係を検討することは、非常に重要であると考えられる。そこで、異方性 Gurson の降伏関数を式(2.22)で示される関数形に展開し、両者を比較することを考える。

式(2.18)で示される異方性 Gurson の降伏関数

$$F_G = \left(\frac{|\sigma_{\Phi 22}|}{\sigma_m} \right)^2 + 2f \cosh \left(\frac{\sigma_{\Phi 22}}{2\sigma_m} \right) - (1 + f^2)$$

について、第一項および第二項を展開すると、以下のように書ける。

$$\begin{aligned} \left(\frac{|\sigma_{\Phi 22}|}{\sigma_m} \right)^2 &= \frac{\Omega_1^2}{(1-\Omega_1)^2(1-\Omega_2)^2\sigma_m^2} \cos^4 \theta \sigma^2 + \frac{\Omega_2^2}{(1-\Omega_1)^2(1-\Omega_2)^2\sigma_m^2} \sin^4 \theta \sigma^2 \\ &+ \frac{2\Omega_1\Omega_2}{(1-\Omega_1)^2(1-\Omega_2)^2\sigma_m^2} \sin^2 \theta \cos^2 \theta \sigma^2 + \frac{1-2(\Omega_1 \cos^2 \theta + \Omega_2 \sin^2 \theta)}{(1-\Omega_1)^2(1-\Omega_2)^2\sigma_m^2} \sigma^2 \end{aligned} \quad (2.23)$$

$$\begin{aligned} 2f \cosh \left(\frac{\sigma_{\Phi 22}}{2\sigma_m} \right) &= 2f \left[1 + \sum_k \frac{1}{(2k)!} \left(\frac{\sigma_{\Phi 22}}{2\sigma_m} \right)^{2k} \right] \\ &= 2f + f \left(\frac{\sigma_{\Phi 22}}{2\sigma_m} \right)^2 + \frac{1}{12} \left(\frac{\sigma_{\Phi 22}}{2\sigma_m} \right)^4 + \dots \end{aligned} \quad (2.24)$$

上述の関係から、異方性 Gurson の降伏関数は次式で表される。

$$F_G = \alpha \cos^4 \theta \sigma^2 + \beta \sin^4 \theta \sigma^2 + \gamma \sin^2 \theta \cos^2 \theta \sigma^2 + \xi \quad (2.25)$$

$$\alpha = \left(1 + \frac{f}{4} \right) \frac{\Omega_1^2}{(1-\Omega_1)^2(1-\Omega_2)^2\sigma_m^2} \quad (2.26)$$

$$\beta = \left(1 + \frac{f}{4} \right) \frac{\Omega_2^2}{(1-\Omega_1)^2(1-\Omega_2)^2\sigma_m^2} \quad (2.27)$$

$$\gamma = \left(1 + \frac{f}{4} \right) \frac{2\Omega_1\Omega_2}{(1-\Omega_1)^2(1-\Omega_2)^2\sigma_m^2} \quad (2.28)$$

これら各項の係数 α, β, γ と式(2.22)の係数 $(H+F), (G+H), 2(N-H)$ とを比較し、モデル構造から求めた計算値と実験値との関係を検討する。

2.4 供試材料および実験方法

2.4.1 供試材料

本研究では、損傷を有する材料の2次元モデルを用いて、材料の巨視的異方性を評価するにあたり、次の点を考慮して供試材料を決定した。

- 多数の円孔を分布させた2次元モデルの巨視的異方性を評価するため、母材自体の延性が大きな材料。
- 材料の異方性を評価するにあたり、初期降伏応力を測定するため、上降伏点、下降伏点のない材料。
- 工業用材料として使用頻度の高い材料。
- 使用する引張試験機の設計能力で十分に試験可能である材料。

上述の条件から、本実験では、工業用純アルミニウム JIS H4000 A1050P を用いた。その成分は以下に示す Table 2.1 の通りである。

Table 2.1 Chemical composition (unit : %)

Al	Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Zn	Ti	others
99.58	0.11	0.27	0.02	≤ 0.01	≤ 0.01	≤ 0.01	0.01	≤ 0.03

また、供試材料の機械的性質は Table 2.2 に示す通りである。

Table 2.2 Mechanical properties of matrix material

0.005% proof stress	0.01% proof stress	Tensile strength
16.4 (MPa)	17.6 (MPa)	93.6 (MPa)

試験片の作製に際して、母材自体の異方性についても検討するため、アルミニウム板材からの切り出し角度を変化させて、円孔を有さない平板について引張試験を行った。アルミニウム母材の初期降伏応力については、切り出し角度によって最大で約10%の異方性が現れたため、試験片切り出し角度は常に一定方向として以降の試験片作製を行い、これによってアルミニウム母材の異方性の多孔平板モデルへの影響は無視できるものとした。

2.4.2 試験片および実験方法

次に、本実験で使用した試験片の形状および寸法を Fig.2.4 に示す。円孔は、試験片平行部 $80\text{mm} \times 200\text{mm}$ の領域に分布させ、円孔直径は 1.0mm と 2.0mm の2種類を用意した。試験片平行部における円孔分布形態は、短辺 $2L_1$ 、長辺 $2L_2$ の格子状である。円孔配列格子は短辺を 4.0mm とし、形状比 L_2/L_1 は 1.0 、 2.0 、 3.0 の3種類を用意した。また、円孔配列角度 θ を配列格子の長辺と引張軸のなす角とし、 0° から 90° まで、 15° 間隔で7種類準備した。

本実験で使用した試験片には、機械加工後残留応力除去のため、 360°C 、 1hr 保持の焼鈍を施した。

試験方法は単軸引張試験であり、引張速度は $0.5\text{mm}/\text{min}$ である。変位測定には、標点間距離 50mm の差動トランス式変位計を用い、初期降伏応力としてオフセットひずみ 0.005% 、 0.01% の耐力を測定した。

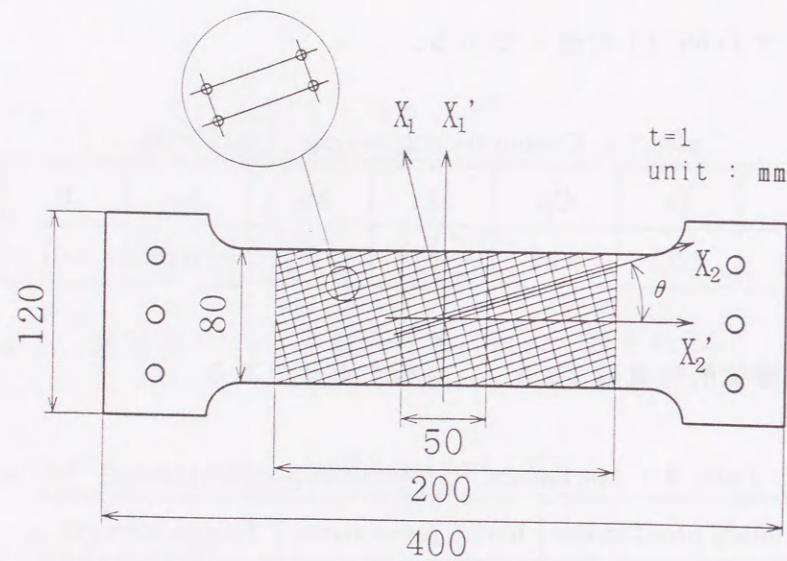


Fig.2.4 Test Specimen

2.5 実験結果および考察

2.5.1 円孔配列角度と初期降伏応力との関係

まず、単軸引張試験によって得られた応力-ひずみ関係の一例を Fig.2.5 に示す。図中における実線は、円孔を含まない試験片（母材）についての結果であり、破線は円孔を有する試験片（円孔直径 $d = 2.0\text{mm}$ 、円孔配列格子の形状比 $L_2/L_1 = 2.0$ 、円孔配列角 $\theta = 45^\circ$ ）の場合の結果を示している。この結果から、モデルが円孔が存在することによる損傷を受けている状態では、円孔を配列させたモデル試験片の応力が母材に比べ低下していることが分かる。すなわち、円孔が存在することによって、多孔平板に作用する実質応力が増加していることになる。

このような単軸引張試験の結果をもとに、円孔配列格子の形状比 2.0 の場合における円孔配列角度と初期降伏応力との関係を以下の Fig.2.6、Fig.2.7 に示す。図中における●印は、 0.005% 耐力の実験値、○印は 0.01% 耐力の実験値をそれぞれ示している。また、図中の実線は異方性 Gurson の降伏関数による計算値を表しており、先に述べたように母材の降伏応力と円孔配列格子の形状および円孔直径から計算される。なお、図中の降伏応力はすべて母材の初期降伏応力 σ_m によって無次元化した値である。また、Fig.2.6 は円孔直径 1.0mm の場合の実験結果を、Fig.2.7 は円孔直径 2.0mm の場合における実験結果をそれぞれ示している。

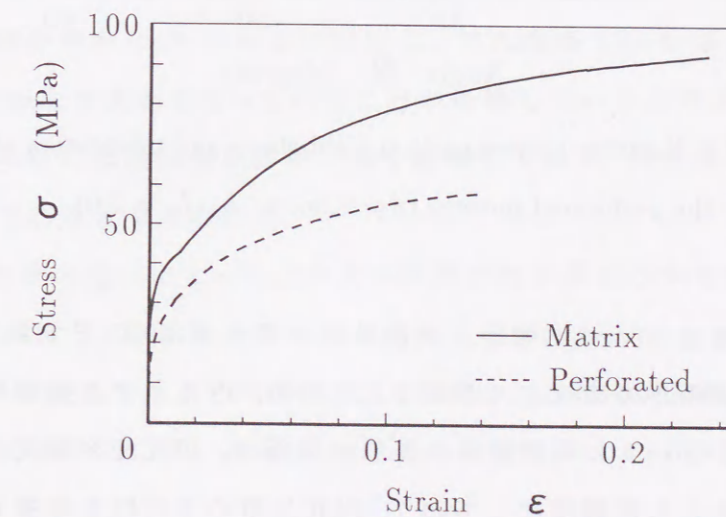


Fig.2.5 Stress-strain curves of matrix material and perforated sheet

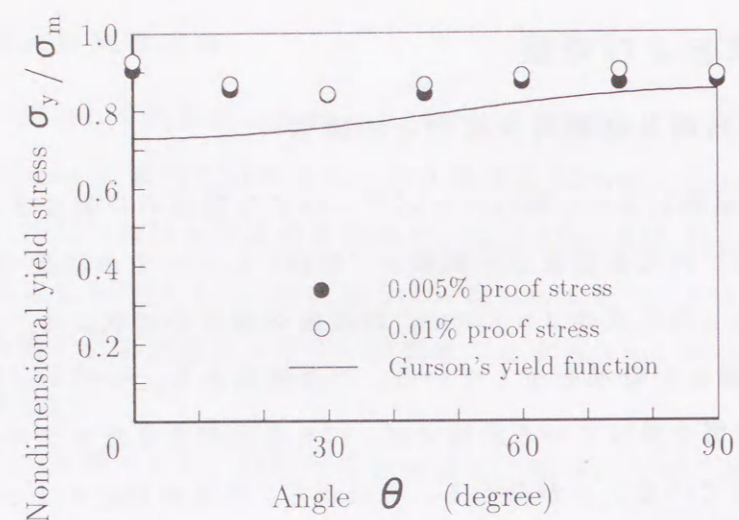


Fig.2.6 Relation between initial yield stress and orientation of the perforated pattern ($d = 1.0\text{mm}$, $L_2/L_1 = 2.0$)

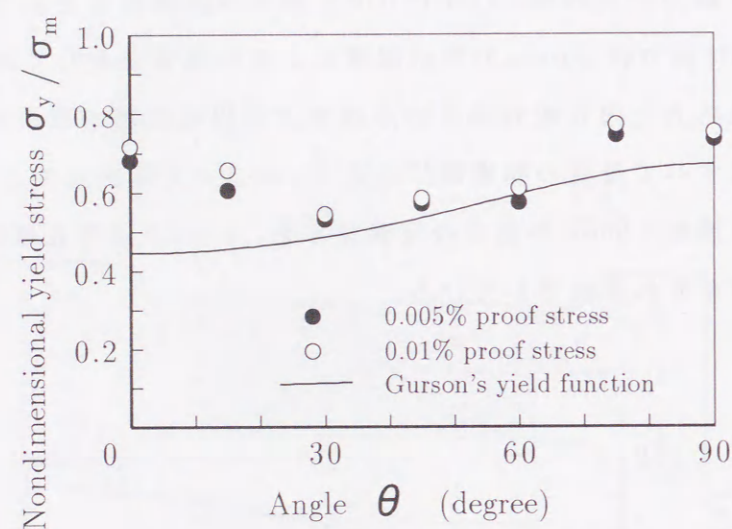


Fig.2.7 Relation between initial yield stress and orientation of the perforated pattern ($d = 2.0\text{mm}$, $L_2/L_1 = 2.0$)

形状比 2.0, 円孔直径 1.0mm の場合, 実験値はいずれも 1.0 以下であり, 母材の降伏応力よりもモデル試験片の降伏応力が低下しており, 円孔による損傷の影響が現れている。また, 異方性 Gurson の降伏関数による計算値は, 円孔配列角度の増加とともに初期降伏応力の大きさも単調増加しており, 円孔分布の方向性を考慮したことによる異方性が現れている。

実験結果と異方性 Gurson の降伏関数による計算値とを比較すると, 実験から得られた初期降伏応力の異方性は少ないものの, 円孔配列角度 $\theta = 0^\circ \sim 30^\circ$ において降伏応力が低下しており, 異方性 Gurson の降伏関数による計算結果は異なる傾向を示している。しかしながら, 円孔配列角 $\theta = 45^\circ$ からは, 実験値と異方性降伏関数とは対応した傾向を示した。

一方円孔直径 2.0mm の場合, 実験値, 計算値ともに円孔直径 1.0mm の場合よりも低下しており, 円孔配列角による異方性も強く現れている。また, 円孔配列角度 θ が 0° から 30° の間において, 実験から得られた初期降伏応力が配列角 θ の増加とともに減少している傾向が認められ, 直径 1.0mm の場合と同様に, 計算結果とは異なる傾向を示した。しかしながら, 円孔配列角 $\theta = 45^\circ$ からは, 円孔配列角の増加とともに実験値が増加しており, 異方性降伏関数と同様の傾向を示し, 円孔分布形態の異方性を考慮することが有効であると考えられる。

以上の形状比 2.0 の場合について, 円孔配列格子の短辺と荷重垂直方向が一致している円孔配列角度 $\theta = 0^\circ$ における降伏応力が異方性 Gurson の降伏関数による計算値より大きくなっていることから, 応力集中が単純に円孔配列格子の短辺方向にのみ起こっているのではないと考えられる。また, 異方性 Gurson の降伏関数は, 円孔の面積分率によって定義された損傷テンソルを通じて平均的な巨視的降伏応力を求めているが, 実際には多数の円孔が存在することによる応力集中の緩和現象が起こっていると考えられる⁽²⁰⁾。この点に関しては, 後の第 3 章, 第 4 章で検討する。

また円孔直径によって異方性が大きく異なる点については, 円孔直径が 1.0mm の場合, 円孔の面積分率が 2.4% であるのに対し, 円孔直径 2.0mm 場合では, 円孔の面積分率が 9.8% とかなり大きくなっていることが影響していると考えられる。すなわち, 円孔の面積分率が円孔間の相互作用に強く影響しており, 異方性を考慮する点において重要な要素であると考えられる。

次に, 配列形状の違いによってどのように異方性が異なるかを調べるため, 円孔直径を 2.0mm に固定し, 形状比のみを変化させて実験を行った。

まず, 円孔間距離を大きくした形状比 3.0 の場合における実験結果を Fig.2.8 に示す。Fig.2.8 における ●印, ○印, 実線および破線の意味は先の Fig.2.6, Fig.2.7 と同じである。

形状比 3.0 における実験結果は, 円孔配列角の増加とともに初期降伏応力が単調増加しており, 形状比 2.0 の実験結果とは異なる傾向を示している。対応する異方性

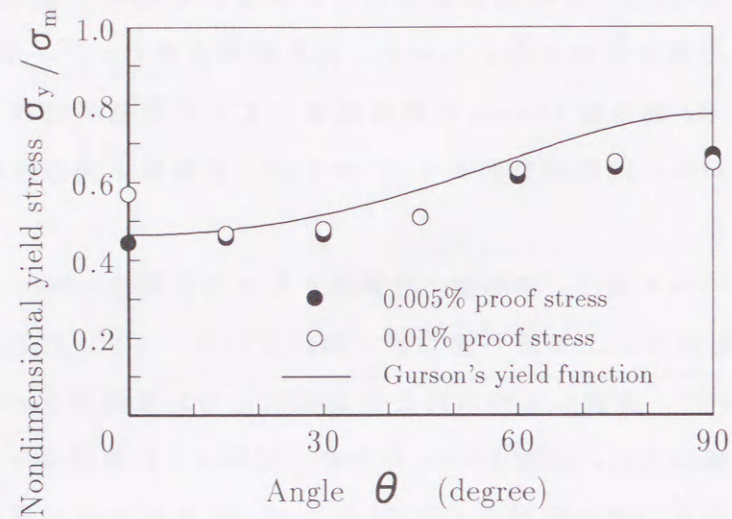


Fig.2.8 Relation between initial yield stress and orientation of the perforated pattern ($d = 2.0\text{mm}$, $L_2/L_1 = 3.0$)

Gurson の降伏関数による計算値は、円孔配列角度の増加とともに初期降伏応力が単調増加しており、実験結果と一致した傾向を示している。したがって、形状比が大きくなったことによって配列格子の短辺方向への応力集中がより強くなり、この影響が異方性に現れていると考えられる。しかしながら、円孔配列角度 60° から 90° においては、初期降伏応力の実験値が計算値よりも低下していることが分かる。この点に関しては、円孔配列格子の長辺が荷重垂直方向に近づくにつれ、最も円孔の影響を受ける荷重垂直面において、円孔間の距離が大きくなることで、円孔の相互作用が減少し、応力集中が大きいものと考えられる。

さらに、円孔間距離を小さくした形状比 1.0 の場合における実験結果を Fig.2.9 に示す。Fig.2.9 における ●印、○印、実線および破線もこれまでと同じ意味である。

形状比 1.0 の場合の実験結果では、初期降伏応力が円孔配列角によらずほぼ一定となっている。一方、異方性 Gurson の降伏関数による計算値についても、円孔配列角の変化によらず一定値となっており、等方的であることを示している。このことは、形状比を 1.0 とした場合、どの方向についても円孔間距離に大きな差がないことによると考えられる。

以上のことから規則円孔配列モデルの場合、配列格子の形状比の増加とともに異方性が強く現れるだけでなく、円孔の面積分率も非常に重要であることがわかる。したがって、円孔配列格子の形状や傾き角、円孔直径などは異方性を決定する因子として

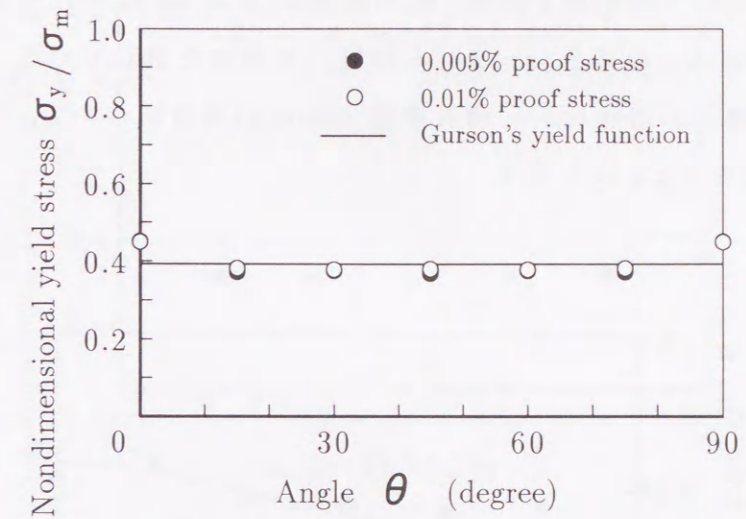


Fig.2.9 Relation between initial yield stress and orientation of the perforated pattern ($d = 2.0\text{mm}$, $L_2/L_1 = 1.0$)

それぞれ独立しているのではなく、相互に密接に関連していると考えられる。

2.5.2 円孔配列角度と流動応力との関係

塑性変形の進行に伴い、多孔平板モデルの塑性変形挙動がどのように変化するかを検討するため、0.2% のオフセットひずみを取った流動応力と円孔配列構造との関係について、検討を行う。

まず、円孔配列格子の形状比 2.0、円孔直径 2.0mm の場合についての結果を Fig.2.10 に示す。図中の ●印は 0.2% 耐力の実験値であり、実線は異方性 Gurson の降伏関数による計算結果を示している。異方性 Gurson の降伏関数による計算結果は、変形初期の円孔の形状と分布形態に対応する損傷状態に基づいて計算しており、0.2% オフセットひずみに対応した円孔の形状変化を厳密に損傷量として考慮しているわけではないが、ここでは円孔の分布形態の差が塑性異方性に及ぼす影響を定量的に検討する手段として、実験結果との比較を試みる。

初期降伏応力の場合の結果 (Fig.2.7) と同様に、円孔配列角度 0° から 30° にかけて流動応力が減少しており、降伏関数による計算結果とは異なる傾向となっている。しかしながら、配列角度が 30° を越えると、計算結果と良く一致した結果となった。

次に、円孔配列格子の形状比 3.0、円孔直径 2.0mm の場合についての結果を Fig.2.11 に示す。図中の ●印および実線は、Fig.2.10 と同じ意味である。この場合、円孔配列格

子 2.0 のモデルについての結果と同様、配列角度 0° から 30° にかけて流動応力が減少しており、初期降伏応力の場合 (Fig.2.8) とは異なる傾向を示している。

次に、円孔配列格子の形状比 1.0, 円孔直径 2.0mm の場合について、円孔配列角度と流動応力との関係を Fig.2.12 に示す。

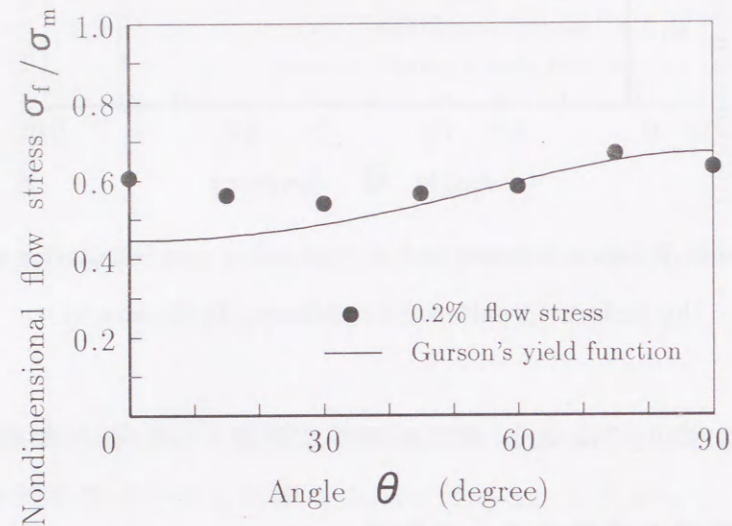


Fig.2.10 Relation between flow stress and orientation of the perforated pattern ($d = 2.0mm, L_2/L_1 = 2.0$)

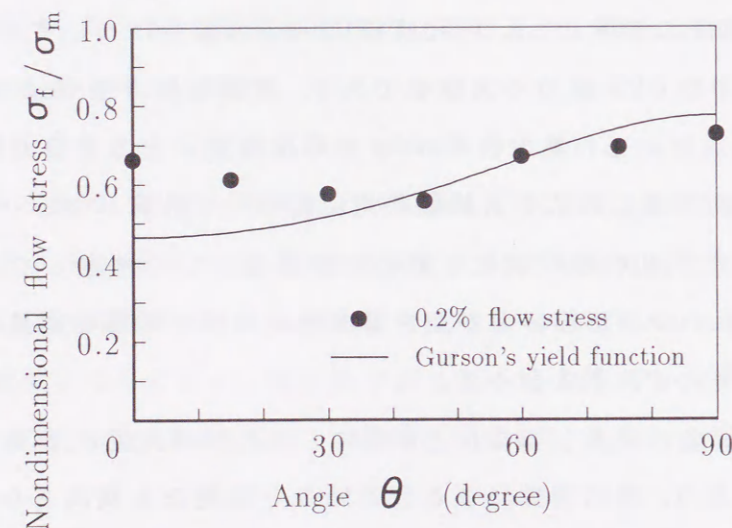


Fig.2.11 Relation between flow stress and orientation of the perforated pattern ($d = 2.0mm, L_2/L_1 = 3.0$)

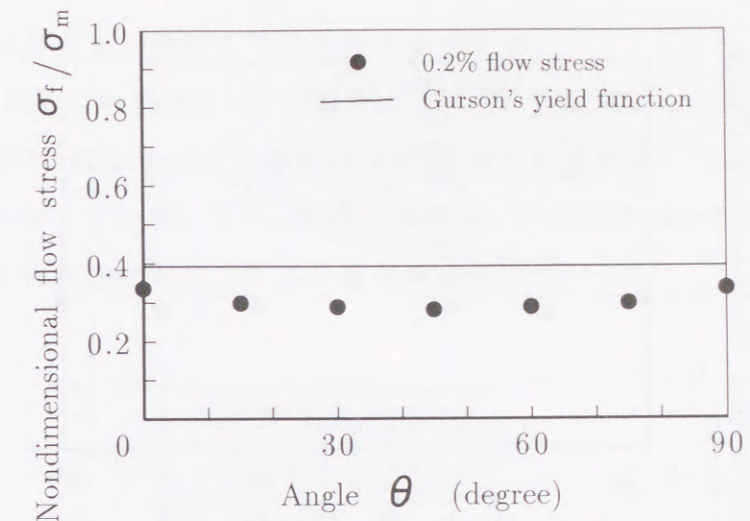


Fig.2.12 Relation between flow stress and orientation of the perforated pattern ($d = 2.0mm, L_2/L_1 = 1.0$)

このモデルの場合、円孔配列構造の違いによる異方性は現れておらず、等方的な性質を示すが、初期降伏の段階と比較してかなりの流動応力の減少がみられる。円孔配列格子の形状比が 1.0 では、いずれの円孔配列角においても隣接する円孔間の距離に大きな差がなく、塑性変形が起こる段階において、常に荷重垂直方向に最も近い方向における隣接円孔間に変形が集中し、流動応力が減少したと考えられる。

上述の結果 (Fig.2.10 ~ Fig.2.12) から、塑性変形の初期段階における流動応力のこのような変化は、個々の円孔周辺に弾性領域が残っていることによる影響を受けており、初期の変形段階において塑性域が拡大し、円孔近傍の領域が完全に塑性域になるまでの段階に起こると考えられる。また、配列角度 0° から 30° にかけての流動応力の減少は、塑性変形の増加に伴って、円孔配列構造の単位セル内における、局所的なせん断の発生も影響していると考えられる。さらには、塑性変形とともに円孔形状も変化しており、損傷状態が初期の段階とは異なっていることも原因と考えられる。

最後に、円孔配列構造と引張強さとの関係を Fig.2.13 に示す。図中の□印、実線はそれぞれ円孔配列格子の形状比が 3.0 の場合についての実験値および降伏関数による計算結果を示しており、○印、破線は円孔配列格子の形状比が 2.0 の場合、●印、一点鎖線は円孔配列格子の形状比 1.0 の場合について、各々実験値および計算結果を示している。計算結果は、初期の損傷状態に基づいており、先に述べた 0.2% 流動応力の場合と同様の意味で実験結果との比較を行うと次のようになる。

形状比 3.0 のモデルにおける円孔配列角 $45^\circ, 75^\circ$ の場合については、計算値よりも応

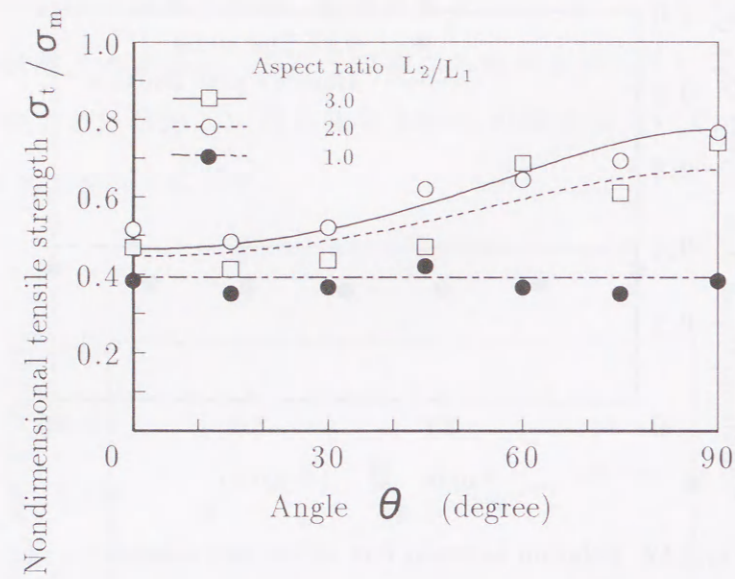


Fig.2.13 Relation between tensile strength and orientation of the perforated pattern

力の低下が認められるが、円孔配列格子の形状比が1.0, 2.0の場合については、実験値と降伏関数による計算結果とは比較的一致した結果が得られた。このように塑性変形が大きな場合、円孔による損傷の成長が著しく、初期の損傷状態とはかなりの隔たりにあると考えられる。

塑性変形が大きな場合、円孔の配列構造によっても損傷の成長の度合いにかなりの差が実験で認められる。また、多孔平板モデルの破断形態についても、すべてのモデルが円孔配列格子の短辺方向に破断するのではなく、配列角度によっては長辺や対角線方向にも破断する。したがって、大変形の段階まで至った場合は、荷重方向と円孔配列構造と損傷の成長状態との関係が重要であると考えられる。この塑性変形に伴う円孔形状の変化については、後の第3章で検討を行う。

2.5.3 Hill の降伏関数による異方性の評価

Hill の降伏関数は、巨視的な降伏応力の実験値から決定される関数であり、一方、異方性 Gurson の降伏関数は、モデル材料の構造と、母材の降伏応力から決定される関数である。したがって、両者の比較は、材料の構造と実験結果との関係を考慮するうえで、非常に有用であると考えられる。ここでは、円孔直径2.0mmの場合について、実験値からHillの降伏関数を求め、異方性パラメータについて検討を行い、実際にどの

ような応力成分が大きく作用しているのかを考える。

まず、円孔配列格子の形状比2.0の場合について、実験値から求めたHillの降伏関数をFig.2.14に示す。図中における●印は0.005%耐力の実験値、○印は0.01%耐力の実験値をそれぞれ示している。また、図中の実線は、引張試験から得られた0.005%耐力の実験値をもとに決定されたHillの降伏関数を表している。

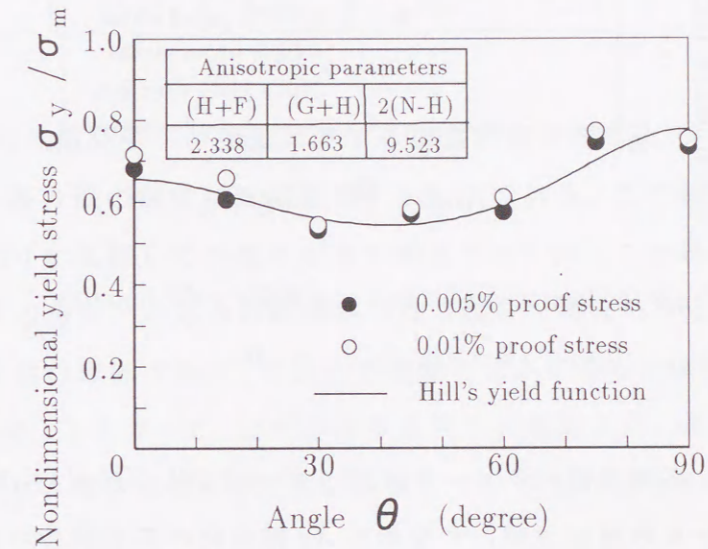


Fig.2.14 Initial yield stress and Hill's yield function (d = 2.0, L₂/L₁ = 2.0)

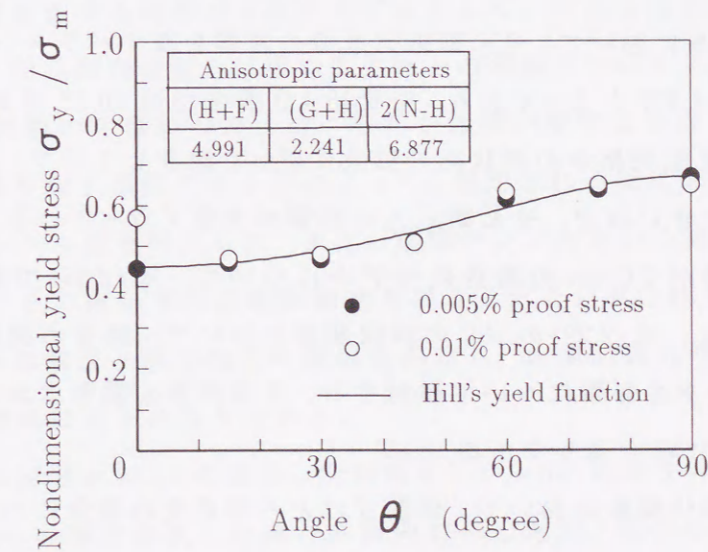


Fig.2.15 Initial yield stress and Hill's yield function (d = 2.0, L₂/L₁ = 3.0)

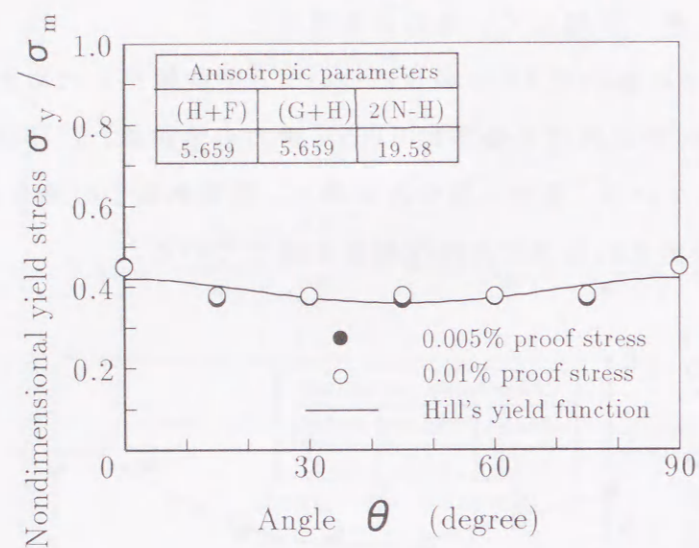


Fig.2.16 Initial yield stress and Hill's yield function
($d = 2.0, L_2/L_1 = 1.0$)

このモデルの場合、各異方性パラメータは $(H+F) = 2.338$, $(G+H) = 1.663$, $2(N-H) = 9.523$ である。単位セルの短辺方向、すなわち X_1 軸方向の応力成分の影響を示すパラメータ $(H+F)$ に対し、せん断応力成分の影響を表すパラメータ $2(N-H)$ はそのおよそ4倍となっており、かなりせん断応力の影響が大きく評価されている。

次に、円孔配列格子の形状比3.0, 1.0の場合における結果を、それぞれ Fig.2.15, Fig.2.16 に示す。これらの結果において、せん断応力成分の影響を表すパラメータ $2(N-H)$ は、形状比3.0の場合、6.877となっており、形状比1.0の場合では19.58である。すなわち、 $2(N-H)$ の値は円孔配列格子の形状比の拡大に伴って減少しており、形状比が小さく円孔の面積分率が大きいほど、せん断応力の影響が大きくなっていることが分かる。

ここで、円孔直径が2.0mmの場合のモデルについて、式(2.25)で表される異方性 Gurson の降伏関数と、式(2.22)の Hill の降伏関数について、両者の関数の係数を比較し、異方性パラメータの影響について検討する。その両者の関数における異方性パラメータは、Table 2.3 に示す通りである。

異方性 Gurson の降伏関数において、係数 β はどの形状比の場合についても Hill の異方性降伏関数と比較的一致しているが、係数 α, γ は形状比1.0の場合を除いて、Hill の異方性降伏関数とは一致していない。

Table 2.3 Anisotropic parameters

Aspect ratio L_2/L_1	Gurson's	Hill's	Gurson's	Hill's	Gurson's	Hill's
	α	(H+F)	β	(G+H)	γ	2(N-H)
1.0	4.413	5.659	4.413	5.659	8.825	19.58
2.0	0.479	2.338	1.915	1.663	1.915	9.523
3.0	0.172	4.991	1.540	2.241	1.029	6.877

特に係数 α は、円孔配列格子の長辺に対する損傷状態を示す Ω_1 による係数であることから、モデルの異方性の程度に直接影響するものである。この係数 α が Hill の降伏関数の係数 $(H+F)$ と比較してかなり小さい値となっていることは、実際の実験において配列格子の長辺方向への応力の影響がかなり強いと考えられる。また、係数 γ はせん断応力の項を含む係数であり、これも実験値によって求めた係数 $2(N-H)$ より小さい値となっている。したがって、ひずみは単に円孔の短辺方向、長辺方向に集中するのではなく、ひずみの集中は様々な方向に影響しているものと考えられる。

2.6 結 言

本章では、損傷を有する材料の2次元モデルとして、円孔を格子状に規則配列したモデルを設定し、円孔配列構造と巨視的異方性との関係について実験的検討を行った。円孔による損傷状態の評価については、円孔の体積分率のようなスカラー量ではなく、座標系の主軸をなす単位ベクトルによって、規定される面における空孔の面積分率で示されるテンソル量を導入した。また、損傷テンソルという異方性を考慮した状態量を用いて、円孔の幾何学的な配列構造を取り入れた、異方性 Gurson の降伏関数により、材料の内部構造と異方性との関係を記述し、巨視的異方性を評価した。以上から、得られた結果は以下の通りである。

円孔配列格子の形状比が2.0の場合、配列角 $\theta = 0^\circ \sim 30^\circ$ のモデルでは、巨視的異方性は異方性 Gurson の降伏関数とは異なる傾向を示したが、他のモデルでは比較的良い対応関係が得られた。したがって、異方性 Gurson の降伏関数は材料内部の空孔配列から巨視的力学特性を評価する手段の第一次近似として有効であると考えられる。

また、実験によって決定される Hill の降伏関数と、異方性 Gurson の降伏関数との比

較から，規則円孔分布多孔平板では，単純に配列格子の短辺方向，長辺方向に応力集中が起こるのではなく，巨視的異方性を決定する円孔配列格子の形状比，傾き角および円孔直径などの因子はそれぞれ相互に密接に関係していることが考えられる。

一方，塑性変形の初期段階における流動応力の変化は，個々の円孔周辺に弾性領域が残っていることによる影響を受けており，初期の変形段階において塑性域が拡大し，円孔近傍の領域が完全に塑性域になるまでの段階に起こると考えられる。さらには，塑性変形の増加に伴う，円孔配列構造の単位セル内における，局所的なせん断の発生や，円孔形状の変化によって，損傷状態が初期の段階とは異なっていることも原因として考えられる。

参 考 文 献

- (1) Litewka, A., *Computing Fracture of Mech.*, **25** (1986), 637.
- (2) Litewka, A., Sawczuk, A., Stanislawski, J., *Journal de Mécanique Théorique.*, **3** (1984), 675.
- (3) Murakami, S., Imaizumi, T., *Journal de Mécanique Théorique.*, **1** (1982), 744.
- (4) 瀧本昭夫，藤原宗良，落合 進，*日本機械学会論文集*，**A52-477** (1986)，1364.
- (5) 瀧本昭夫，落合 進，*日本機械学会論文集*，**A53-496** (1987)，2370.
- (6) 長谷川久夫，熊本国夫，今井健二，*日本機械学会論文集*，**A53-485** (1987)，55.
- (7) 村上澄男，大野信忠，*日本機械学会論文集*，**A45-392** (1979)，318.
- (8) 村上澄男，大野信忠，*日本機械学会論文集*，**A45-392** (1979)，327.
- (9) 村上澄男，大野信忠，*日本機械学会論文集*，**A46-409** (1980)，940.
- (10) 村上澄男，大野信忠，*日本機械学会論文集*，**A47-418** (1981)，573.
- (11) 長岐 滋，Sowerby, R., *日本機械学会論文集*，**A57-539** (1991)，1610.
- (12) 長岐 滋，Sowerby, R., *日本機械学会論文集*，**A57-544** (1991)，2949.

- (13) Nagaki, S., Goya, M., Sowerby, R., *Int. J. Plasticity*, **9** (1993), 199.
- (14) Gurson, A.L., *Trans, ASME, J.Eng.Mater.Technol.*, **99** (1979),2.
- (15) 中山恭秀，長岐 滋，阿部武治，*日本機械学会論文集*，**A62-600** (1996)，1877.
- (16) Hill, R., 著，鷺津久一郎，山田嘉昭，工藤英明 訳，”塑性学”，(1954)，313，培風館。
- (17) Kachanov, L.M. *'Introduction to Continuum Damage Mechanics'*, (1986), 97, Martinus Nijhoff Publishers.
- (18) Vakulenko, A.A., Kachanov, L.M., *Mekhanika Tverdogo Tela.*, **4** (1971), 159.
- (19) Shima, S., Oyane, M., *Int. J. Mech. Sci.*, **18-6** (1976), 285.
- (20) Peterson, R.E., *'Stress Concentration Design Factors'*, (1965), 91, John Wiley & Sons., Inc.

第3章 多孔平板における巨視的塑性変形とひずみ分布との関係

3.1 緒言

前章では、損傷を有する材料について、その内部構造と巨視的力学特性との関係を検討するにあたり、多数の円孔を規則的に配列した2次元モデルを設定した。このモデルにおいて、円孔の配列方向によって巨視的異方性が認められ、円孔が多数存在する場合、円孔間の相互作用は、非常に複雑であることが分かった。円孔間の相互作用が、円孔分布形態によって異なることで、塑性変形を受けた際の材料内部における損傷の成長にも影響が現れ、材料の機械的性質に大きな変化を与えるものと考えられる。

これまで、材料内部の損傷の成長については、損傷を円もしくは楕円に近似することで、しばしばそのモデル化がなされている。その損傷成長と材料の延性破壊過程には、密接な関係があると考えられ、材料の延性破壊モデルとして、McClintok⁽¹⁾による、楕円近似された損傷の成長の定式化と、それに関連した材料の延性破壊基準がよく知られている。また、Rice-Tracey⁽²⁾は、3軸応力場における球状空孔の成長挙動を示すなど、材料内部の損傷成長のモデル化と定式化に関しては、様々な検討がなされている^{(3)~(9)}。

一方、損傷成長のモデル化に対応する形で、実際に円孔などを有するモデルについて、その損傷近傍における応力、ひずみの実験による測定、解析も重要である。近年では、計算機の能力向上に伴い、画像処理^{(10)~(12)}を応用した応力、ひずみ測定が盛んに行われている。画像処理を応用した応力、ひずみ測定には、スクライブド・サークル法⁽¹³⁾、モアレ干渉法や、格子縞あるいは点認識による測定法^{(14)~(16)}などがある。また最近では、格子縞の認識にニューラルネットワークを用いて、ひずみ分布測定を行う手法も試みられている⁽¹⁷⁾。このようにして、材料モデルにおいて、実際に応力、ひずみを測定することは、材料内部の損傷成長や、材料の巨視的異方性、破断形態を評価するうえで非常に重要であると考えられる。

そこで第3章では、円孔を規則的に配列したモデルにおいて、円孔間の相互作用を明らかにすべく、画像処理を用いたひずみ分布測定を行い、円孔配列構造と巨視的異方性との関係、塑性変形に伴う円孔形状の変化について検討する。

3.2 ひずみ分布計測および円孔形状変化測定

3.2.1 システム構成

物体の変形は、その物体中の任意の二点間の距離の変化によって表される。したがって、材料の変形挙動を実験的に測定するには、モデル試験片表面に注目点となるマークを、変形測定のための基準節点として設定する必要がある。ひずみ測定用節点のマークキングとしては、フォトレジスト、耐熱格子による焼付け、微小硬度計圧子による圧痕などがあるが、本研究では、

- 試験片表面を損傷しないかどうか
- 試験片表面との密着性
- マークの大きさの統一、規則性
- マーキングの簡便性

などの点を考慮して、マーク材料として転写式パターンシートを用いた。ひずみ測定用マークのパターンは千鳥格子状であり、格子間隔は 1.0mm である。

次に、試験表面にひずみ測定用のマーキングを行った後、その測定用マーク位置の検出を行うが、これには画像処理による点認識の手法を用いる。引張試験から画像処理を経て、ひずみ分布測定に至るまでのシステム構成を、Fig.3.1 に示す。

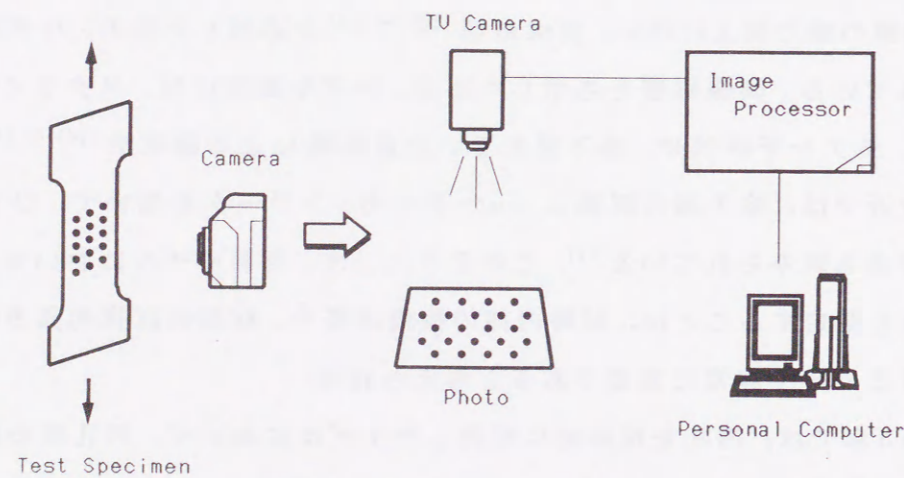


Fig.3.1 System of image processing

また、ひずみ分布測定の手順は、以下の通りである。

<ひずみ分布測定の手順>

1. 試験片表面に付着させたマークを、変形の各段階（およそ 2% ごと）においてカメラによって撮影する。
2. 撮影された写真をもとに、変形前後の画像を TV カメラから画像処理装置に取り込み、A/D 変換を行う。
3. 画像データを画像処理装置からパーソナルコンピュータへ転送し、画像データの改善処理、ひずみ測定用マークの位置の検出を、変形前後それぞれについて行う。
4. 検出された各マークを、変形前後について対応させ、変位量を求める。
5. ひずみ測定領域について、マーク位置を節点とする要素分割を行い、マークの変位量からひずみを計算する。

3.2.2 画像処理

3.2.2.1 画像データ処理

上述したひずみ分布の測定手順において、測定点のみを検出し、その他の不要なノイズなどは除去する必要がある。したがって、写真から得られる画像をデジタル化し、画像データの改善処理等が可能なデータとすることが必要である。画像処理装置による画像データのデジタル化によって、画素数 512×480 、濃淡 256 階調（画素値 0 が黒、画素値 255 が白に対応。）のデジタル画像が得られる (Fig.3.2)。

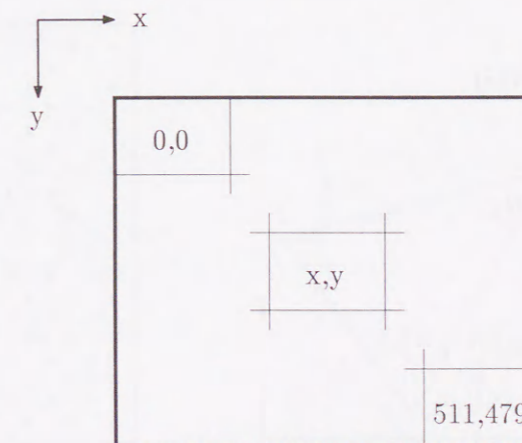


Fig.3.2 Coordinate system of image data

画像データの改善処理としては、二値化処理およびノイズ除去を行う。

二値化処理は、濃淡画像の多値画像から、画素値0と画素値255のみからなる二値画像へ変換する処理である。この二値化処理は、ひずみ測定の注目点であるマークと背景との分離するしきい値処理である。

次に、画像データに含まれるノイズの除去であるが、この処理は、画像データ中の1ドットあるいは2ドットのノイズを除去し、注目点なるマークをより特徴づけることを目的とした処理である。また、線幅1の線分形状ノイズについても、線分の端点を除去する処理（端点ノイズ除去）を行い、さらに、この処理によって残存する1点ノイズも除去する。

以上の処理によって抽出したマークは、数ドットの画素からなるが、ひずみ分布の計算を行うために、これを1ドットの大きさにし、マーク位置を直交座標系における座標値として表わす必要がある。マーク位置の座標値を特定するため、マークの代表点として、その重心点を選択した。

3.2.2.2 対応点検策

変形前後におけるマークを、同一と認識し対応させるためには、変形前後すべてのマークに特徴を与える必要がある。そこで、 i 番目のマークを原点とする x 方向、 y 方向それぞれ ± 50 ドット以内の領域（計算領域）を設定し、その領域内に含まれるマークの個数 $N(i)$ 、マーク1つの重さを1とした場合の x, y 両方向についての平均 $(x_g(i), y_g(i))$ および分散 $(x_v(i), y_v(i))$ を求め、これらの値をマークの特徴とした。 i 番目のマーク（座標値 (x_i, y_i) ）について、計算領域内にある各マークの座標値を $(x(k), y(k))$ とすると、この x, y 両方向についての平均および分散は次式によって得られる。

$$x_g(i) = \sum_{k=1}^{N(i)} (x(k) - x_i) / N(i) \quad (3.1)$$

$$y_g(i) = \sum_{k=1}^{N(i)} (y(k) - y_i) / N(i) \quad (3.2)$$

$$x_v(i) = \sum_{k=1}^{N(i)} (x(k) - x_i - x_g(i))^2 / N(i) \quad (3.3)$$

$$y_v(i) = \sum_{k=1}^{N(i)} (y(k) - y_i - y_g(i))^2 / N(i) \quad (3.4)$$

以上のようにして、変形前後すべてのマークについて特徴づけを行った後、変形前後における同一マークを対応させる処理、対応点検策を行う。対応点検策には、変形前のマーク座標を中心として、 x, y 両方向それぞれ ± 50 ドット以内の領域（探索領域）を設定し、その領域内についてのみ同一マークの探索を行う。対応点の探索方法としては、各マークが持つ個数、平均、分散について変形前後の差の二乗の平方根をとり、その和 δ が最小となるマークを対応させる。この δ については、変形前 i 番目のマークの探索領域における変形後 j 番目のマークに対して、以下のように表される。なお、式中における添字 b は変形前の値を示し、添字 a は変形後の値を示す。

$$\delta = \sqrt{(N_a(j) - N_b(i))^2} + \sqrt{(x_{va}(j) - x_{vb}(i))^2 + (y_{va}(j) - y_{vb}(i))^2} + \sqrt{(x_{ga}(j) - x_{gb}(i))^2 + (y_{ga}(j) - y_{gb}(i))^2} \quad (3.5)$$

3.2.3 ひずみ計算

以上のような処理によって得られたマーク位置を、座標データとしてひずみ計算を行う。まず、各マーク位置を頂点とする三角形三節点要素に、ひずみの測定領域を分割する。三角形要素分割を行った後、各三角形要素をなす節点の変形前後における変位量から、有限要素法⁽¹⁸⁾における解析で利用される以下のひずみ-変位関係式を用いて、各要素のひずみ計算を行う。

$$\{\varepsilon\} = [B]\{u\} \quad (3.6)$$

Fig.3.3に示すように、 i 番目の要素を構成する節点 $1(x_1, y_1), 2(x_2, y_2), 3(x_3, y_3)$ が、変形後に $1'(x'_1, y'_1), 2'(x'_2, y'_2), 3'(x'_3, y'_3)$ へ移動したとすると、各節点変位は次式で表される。

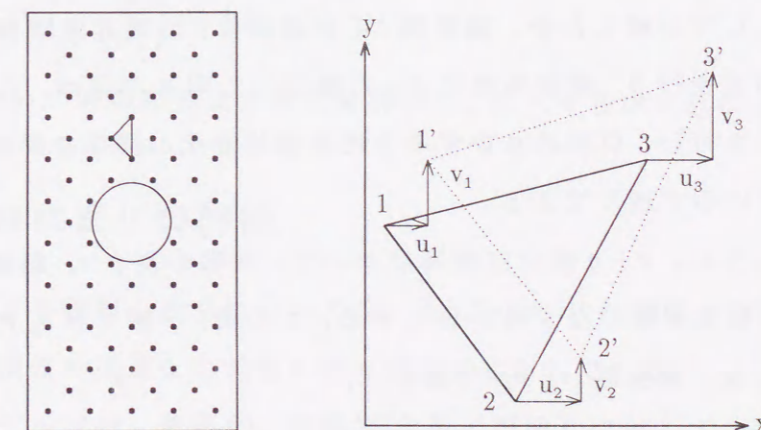


Fig.3.3 Nodal displacements of an element

$$\{u\} = \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} u_j &= x_j - x'_j \\ v_j &= y_j - y'_j \end{aligned} \quad (j = 1, 2, 3) \quad (3.7)$$

また、式(3.6)におけるマトリックス $[B]$ はひずみ-変位マトリックスであり、以下のように書ける。

$$[B] = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} y_3 - y_2 & 0 & y_3 - y_1 & 0 & y_1 - y_2 & 0 \\ 0 & x_3 - x_2 & 0 & x_1 - y_3 & 0 & x_2 - y_1 \\ x_3 - x_2 & y_2 - y_3 & x_1 - x_3 & y_3 - y_1 & x_2 - x_1 & y_1 - y_3 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix} \quad (3.9)$$

以上に示したシステム、画像データの処理、ひずみ計算によって、多数の円孔が存在するモデルにおける、円孔近傍でのひずみ分布測定を行う。

3.2.4 円孔形状の検出

円孔形状は、3.2.2.1 節で述べた二値化処理によって、試験片表面を画素値 255、円孔内部を画素値 0 として分離した後、画素値 255 と画素値 0 の境界座標値を検出することで、その形状測定を行う。画像処理によって検出した円孔形状は、これを最小自乗法によるだ円近似を行い、巨視的なひずみと円孔形状変化の関係を評価する。だ円近似の方法は、以下に示す通りである。

Fig.3.4 に示すように、 $x-y$ 直交座標系において、長軸の長さ a 、短軸の長さ b のだ円を考え、だ円長軸と x 軸のなす角を Θ とする。この時、 x 軸より θ_i だけ傾いているだ円上の点 (x_i, y_i) を、極座標 (r_i, θ_i) で表すと、

$$r_i = \sqrt{a^2 \cos^2(\theta_i - \Theta) + b^2 \sin^2(\theta_i - \Theta)} \quad (3.10)$$

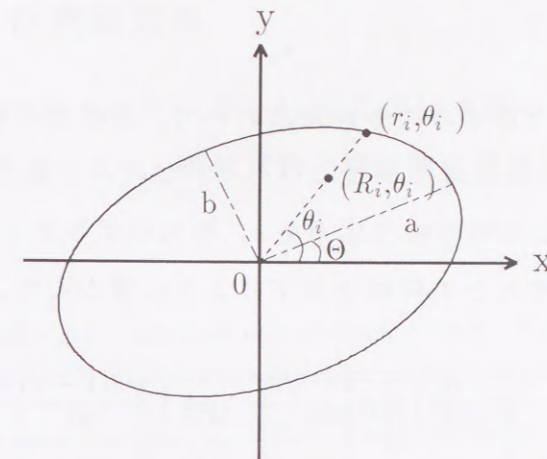


Fig.3.4 Relation between an ellipse and polar coordinates system

$$\theta_i = \tan^{-1} \frac{y_i}{x_i} + \Theta \quad (3.11)$$

となる。したがって、画像処理によって得られた円孔形状の座標値のデータ群 (R_i, θ_i) と、だ円上の点 (r_i, θ_i) との残差二乗和 $S(a, b, \theta)$ は、次式で書ける。

$$S(a, b, \theta) = \sum_i (R_i - r_i)^2 \quad (3.12)$$

この残差二乗和 $S(a, b, \theta)$ が最小値を取るための条件は、

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial b} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial \theta} = 0 \quad (3.13)$$

である。すなわち、式(3.10) ~ (3.13) より得られる、

$$\sum_i \left\{ 2a \left(1 - \frac{R_i}{r_i} \right) \cos^2(\theta_i - \Theta) \right\} = 0 \quad (3.14)$$

$$\sum_i \left\{ 2b \left(1 - \frac{R_i}{r_i} \right) \sin^2(\theta_i - \Theta) \right\} = 0 \quad (3.15)$$

$$\sum_i \left\{ (a^2 - b^2) \left(1 - \frac{R_i}{r_i} \right) \sin 2(\theta_i - \Theta) \right\} = 0 \quad (3.16)$$

式(3.14) ~ (3.16) の非線形連立方程式を解いて、 a, b, θ を求めればよい。

3.3 円孔形状変化の評価

空孔などによる損傷の成長については、McClintok⁽¹⁾ が損傷をだ円形状の孔として近似し、その損傷の成長を定式化したモデルが知られている。

まずこのモデルでは、長軸 $2a$ 、短軸 $2b$ を持つだ円孔に対して、その偏心率 m を以下のように定義している。

$$m = \frac{a-b}{a+b} \quad (3.17)$$

この偏心率 m は、与えたひずみの各段階において、実験的に観測されるものである。一方、だ円を有する材料の単位構造について、だ円の主軸方向に与えた応力が、それぞれ σ_a , σ_b であり、この時の相当応力を $\bar{\sigma}$ 、相当ひずみを $\bar{\epsilon}$ とした場合、McClintock は偏心率 m と応力、ひずみとの関係を以下のように導出した。

$$m = \frac{\sigma_a - \sigma_b}{\sigma_a + \sigma_b} + \left(m^0 - \frac{\sigma_a - \sigma_b}{\sigma_a + \sigma_b} \right) \exp \left[-\frac{\sqrt{3}\bar{\epsilon}}{1-n} \sinh \left(\frac{\sqrt{3}(1-n)\sigma_a + \sigma_b}{2\bar{\sigma}} \right) \right] \quad (3.18)$$

ここで、 m^0 は初期状態におけるだ円の偏心率であり、 n は加工硬化指数である。

多孔平板モデルに負荷する応力は、単軸引張応力 σ のみであることを考慮すると、上式において $\sigma_a = \sigma$, $\sigma_b = 0$ となる。また、前章の 2.3.1 節で述べたように、円孔による有効面積の減少を考慮した損傷効果テンソルを用い、

$$\frac{\sigma}{\bar{\sigma}} = \frac{(1-\Omega_1)(1-\Omega_2)}{1-(\Omega_1 \cos^2 \theta + \Omega_2 \sin^2 \theta)} \quad (3.19)$$

式 (3.19) の関係から、だ円の偏心率 m は以下のようになる。

$$m = 1 + (m^0 - 1) \exp \left[-\frac{\sqrt{3}\bar{\epsilon}}{1-n} C_0 \sinh \left(\frac{\sqrt{3}(1-n)}{2} \frac{(1-\Omega_1)(1-\Omega_2)}{1-(\Omega_1 \cos^2 \theta + \Omega_2 \sin^2 \theta)} \right) \right] \quad (3.20)$$

なおここでは、加工硬化指数を $n = 0.3$ とし、円孔を有するモデル材料の単位構造である配列格子の形状を考慮して、実験結果との対応関係をとるため、定数 $C_0 = (L_2/L_1)^2$ を補正值として乗じた。以上のようにして、得られた偏心率が与えられたひずみに伴ってどのように変化するかを検討し、円孔として与えられた損傷の成長を定量的に評価することを考える。

3.4 供試材料および実験方法

本実験では、工業用純アルミニウム JIS A1100P H14 を用いた。その成分は以下に示す Table 3.1 の通りである。また、供試材料の機械的性質は Table 3.2 に示す通りである。

Table 3.1 Chemical composition (unit : %)

Al	Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Zn	Ti
99.17	0.12	0.54	0.12	0.01	0.01	0.01	0.02

Table 3.2 Mechanical properties of matrix material

0.005% proof stress	0.01% proof stress	Tensile strength
9.70 (MPa)	10.2 (MPa)	65.2 (MPa)

本実験で作製した試験片形状および寸法は、前章 Fig.2.4 の通りである。円孔は、試験片平行部 80mm × 200mm の領域に分布させ、円孔直径は 2.0mm と 5.0mm の 2 種類を用意し、円孔直径 5.0mm のモデルは、主にひずみ分布測定用として用いる。

試験片平行部における円孔分布形態は、短辺 $2L_1$ 、長辺 $2L_2$ の格子状であり、その形状比 L_2/L_1 は 2.0 である。配列格子の短辺 $2L_1$ は、円孔の面積分率が同じくなるように、円孔直径 2.0mm の場合で 4.0mm、円孔直径 5.0mm の場合で 10mm とした。また、円孔配列角度 θ を配列格子の長辺と引張軸のなす角とし、 0° から 90° まで、 15° 間隔で 7 種類準備した。

本実験で使用した試験片には、機械加工後残留応力除去のため、 360°C 、1hr 保持の焼鈍を施した。

試験方法は単軸引張試験であり、引張速度は 0.5mm/min である。変位測定には、評点間距離 50mm の差動トランス式変位計を用い、初期降伏応力としてオフセットひずみ 0.005%、0.01% の耐力を測定した。

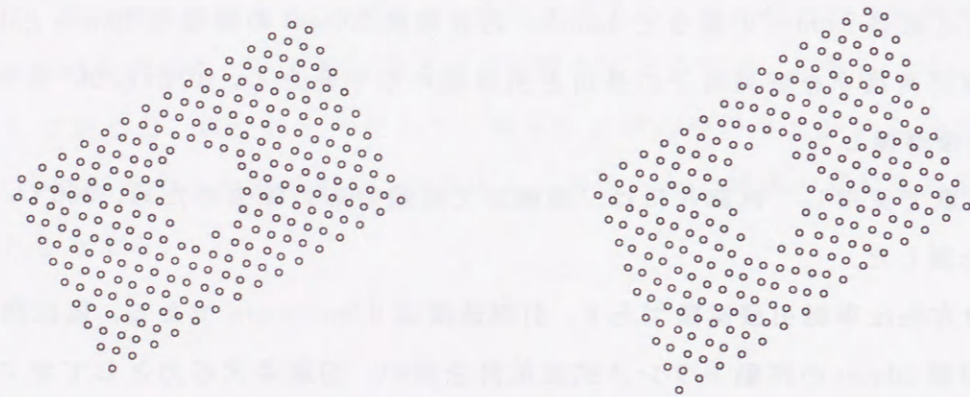
3.5 実験結果および考察

3.5.1 円孔配列角度とひずみ分布の関係

画像処理によってマーク位置の検出を行い、単位セル内における節点変位の様子を Fig.3.5 に示す。これにより、単位セル形状は長方形あるいは平行四辺形に変形するのではなく、うねるように変形し、均一に変形しているのではないことが分かる。この節点の変位をもとに、3.2.3 節に示した方法によりひずみ分布を求め、単位セル内における変形状態について、実験的に検討する。

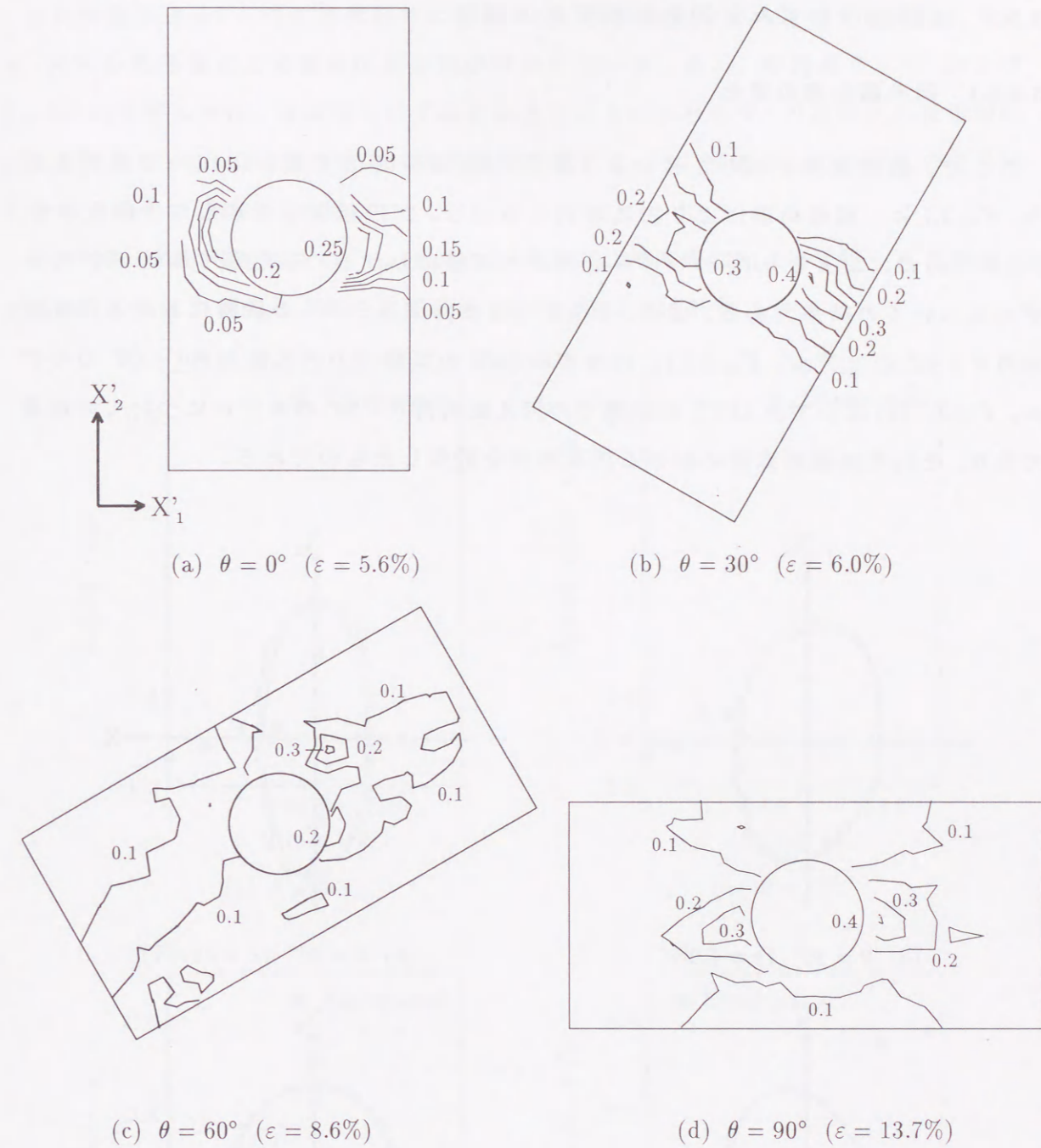
円孔配列角 $\theta = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ の場合について、破断時における単位セル内の X'_2 軸方向（荷重方向）ひずみの分布を Fig.3.6 に示す。与えたひずみは、円孔配列角 $\theta = 0^\circ$ の場合 5.6% であり、 $\theta = 30^\circ$ の場合は 6.0%、 $\theta = 60^\circ$ の場合 8.6%、 $\theta = 90^\circ$ のモデルで 13.7% である。

円孔配列角 $\theta = 0^\circ$ および $\theta = 30^\circ$ の場合では、 X'_2 軸方向ひずみ分布は単位セルの短辺方向に集中していることが分かる。しかしながら、荷重垂直方向断面における円孔面積分率が大きい $\theta = 0^\circ$ のモデルの方が、円孔近傍のひずみの値が小さく、ひずみの伝播している範囲は $\theta = 30^\circ$ の場合よりも大きい。一方、 $\theta = 60^\circ$ のモデルでは、円孔配列格子の長辺方向にひずみが伝播していることが分かる。配列角 90° のモデルでは、荷重垂直方向にひずみの集中が見られるのと同時に、配列格子の対角線方向にもひずみの伝播が起こっており、非常に広い範囲にひずみが伝播していることが分かる。



(a) before (b) after

Fig.3.5 Displacement of nodal points



(a) $\theta = 0^\circ$ ($\epsilon = 5.6\%$) (b) $\theta = 30^\circ$ ($\epsilon = 6.0\%$)
(c) $\theta = 60^\circ$ ($\epsilon = 8.6\%$) (d) $\theta = 90^\circ$ ($\epsilon = 13.7\%$)

Fig.3.6 Contour lines of strain

以上のことから、主に、ひずみは荷重垂直方向に近い方向に隣接する円孔へと伝播するものと考えられる。しかしながら、荷重垂直方向に円孔が配列する $\theta = 0^\circ, 90^\circ$ のモデルでは、ひずみの伝播している範囲が広く、このことが配列角 $\theta = 0^\circ, 90^\circ$ のモデルにおいて、初期降伏応力および流動応力が高くなるという異方性の原因の一つとして考えられる。

3.5.2 巨視的なひずみと円孔形状変化の関係

3.5.2.1 円孔偏心率の変化

ここで、塑性変形に伴ってどのように円孔形状が変化するかについて検討を行う。Fig.3.7に、画像処理により円孔形状を検出し、だ円近似した結果の一例を示す。Fig.3.7 (a)は、およそ6.0%のひずみを受けた状態における、円孔配列角 $\theta = 30^\circ$ のモデルについての結果である。また、Fig.3.7 (b)はひずみ14.4%の状態における円孔配列角 $\theta = 45^\circ$ のモデル、Fig.3.7 (c)はひずみ8.6%の状態での円孔配列角 $\theta = 60^\circ$ のモデル、Fig.3.7 (d)はひずみ13.7%の状態での円孔配列角 $\theta = 90^\circ$ のモデルについての結果であり、それぞれ破断直後における円孔形状を近似したものである。

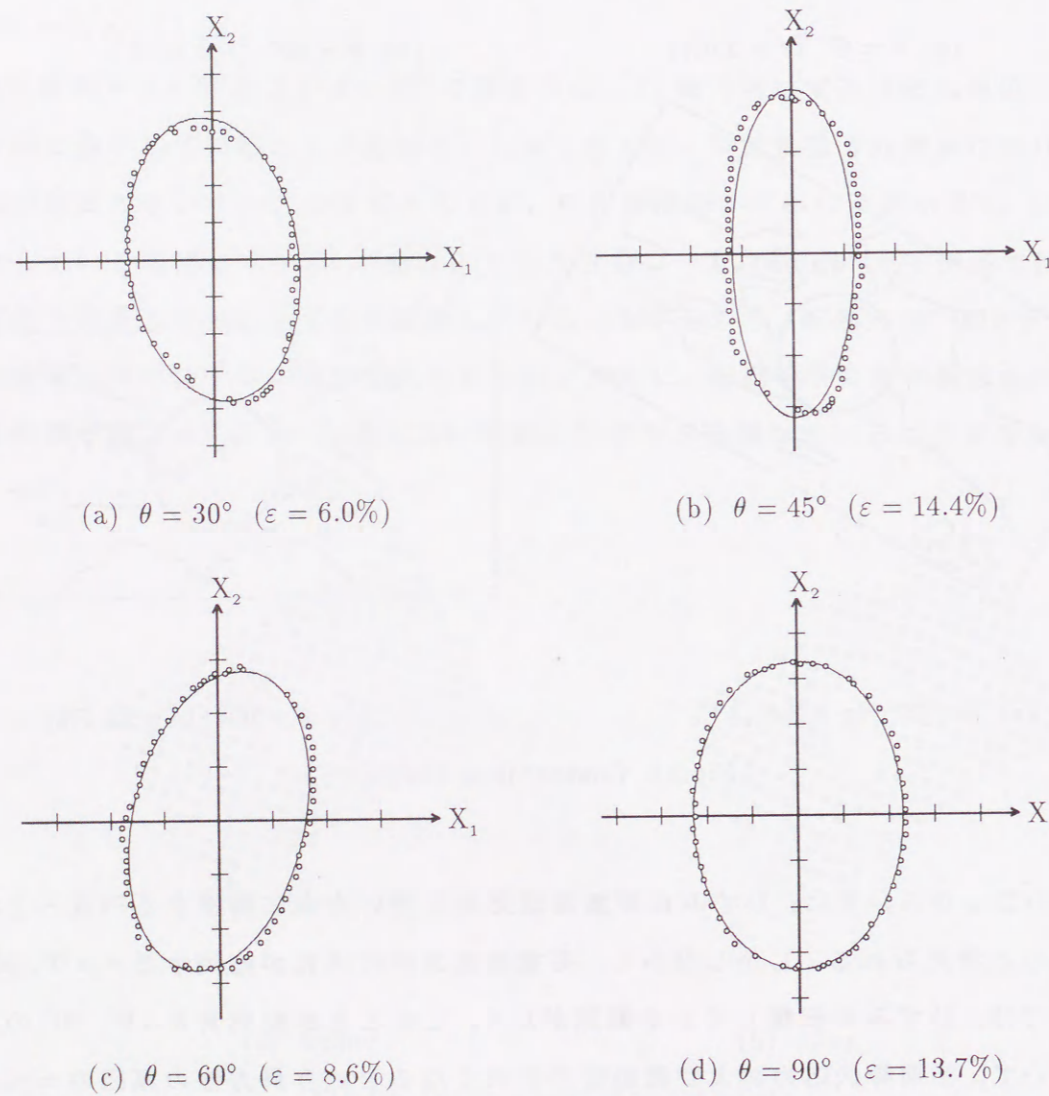
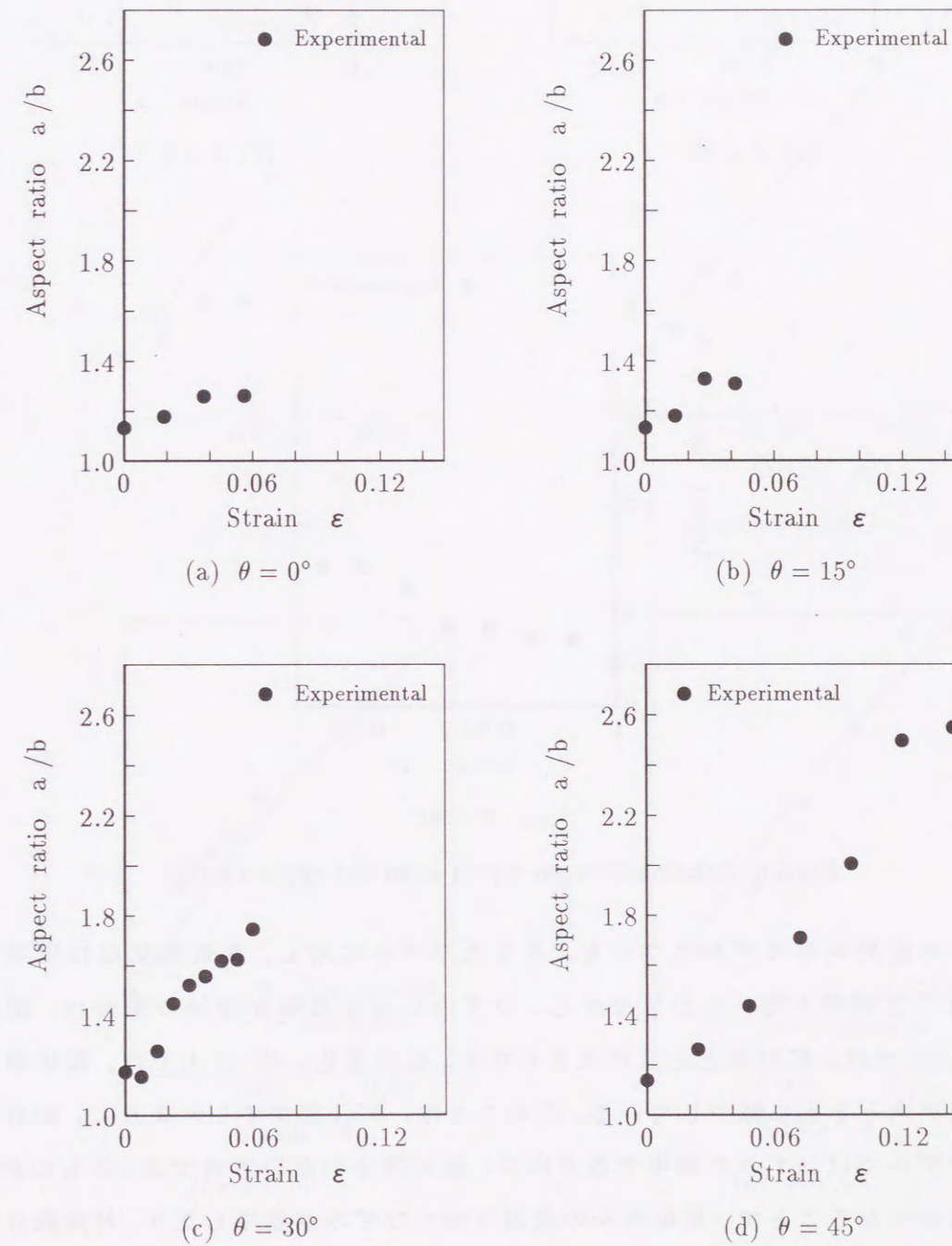


Fig.3.7 Approximation of hole shape to ellipse

配列角度によって、円孔形状はその主軸方向、長短軸比などさまざまに変化しており、円孔分布形態による変形の異方性が現われている。また、配列角 $\theta = 45^\circ$ および $\theta = 90^\circ$ のモデルでは、ほぼ同じひずみを与えたにもかかわらず、円孔形状の長短軸比は大きく異なっており、隣接する円孔の分布形態によって、損傷としての円孔の成長は大きく変化すると考えられる。

この円孔形状の変化について、与えたひずみと、だ円近似によって得られた長軸 a と短軸 b の比との関係を、各円孔配列角ごとにFig.3.8に示す。



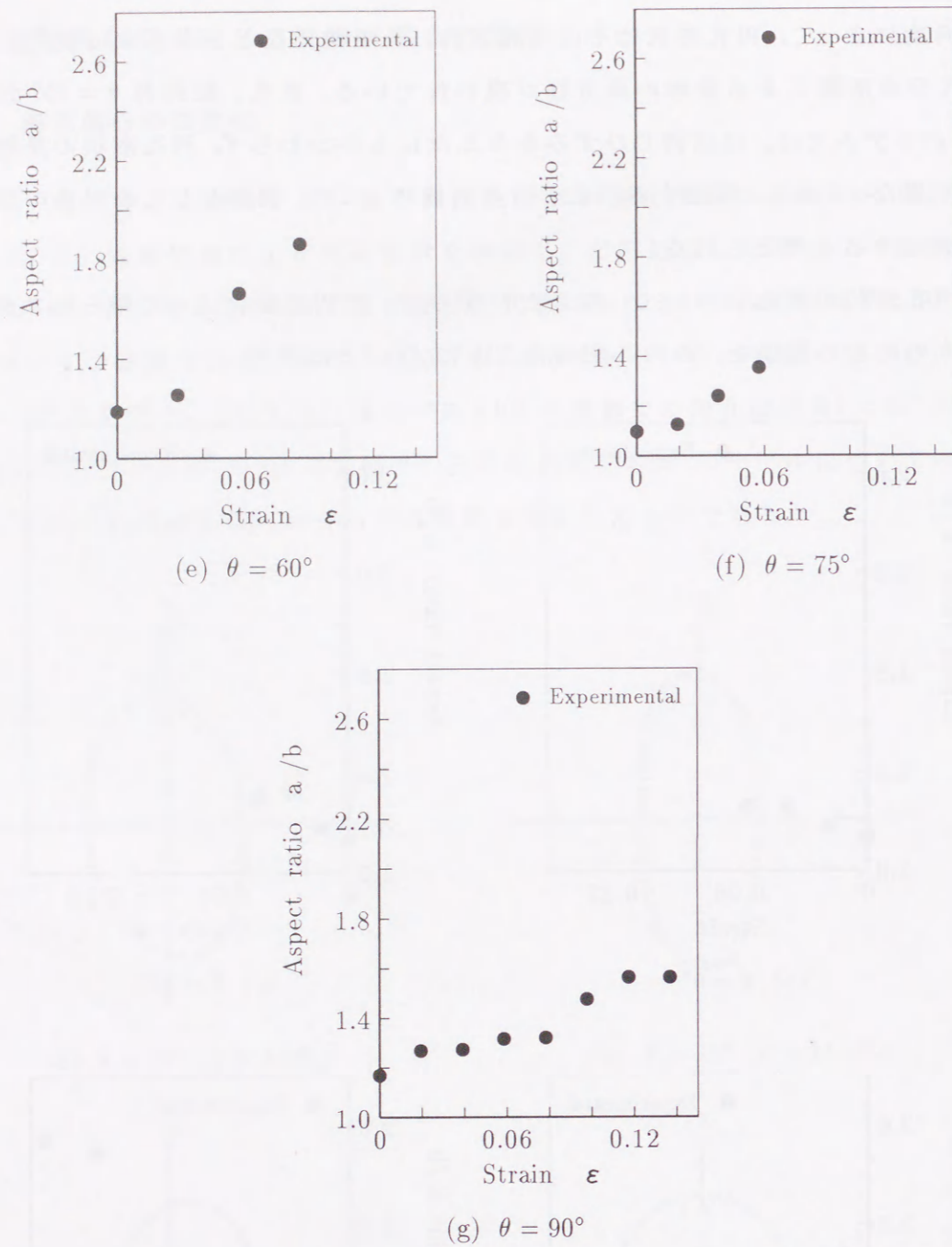
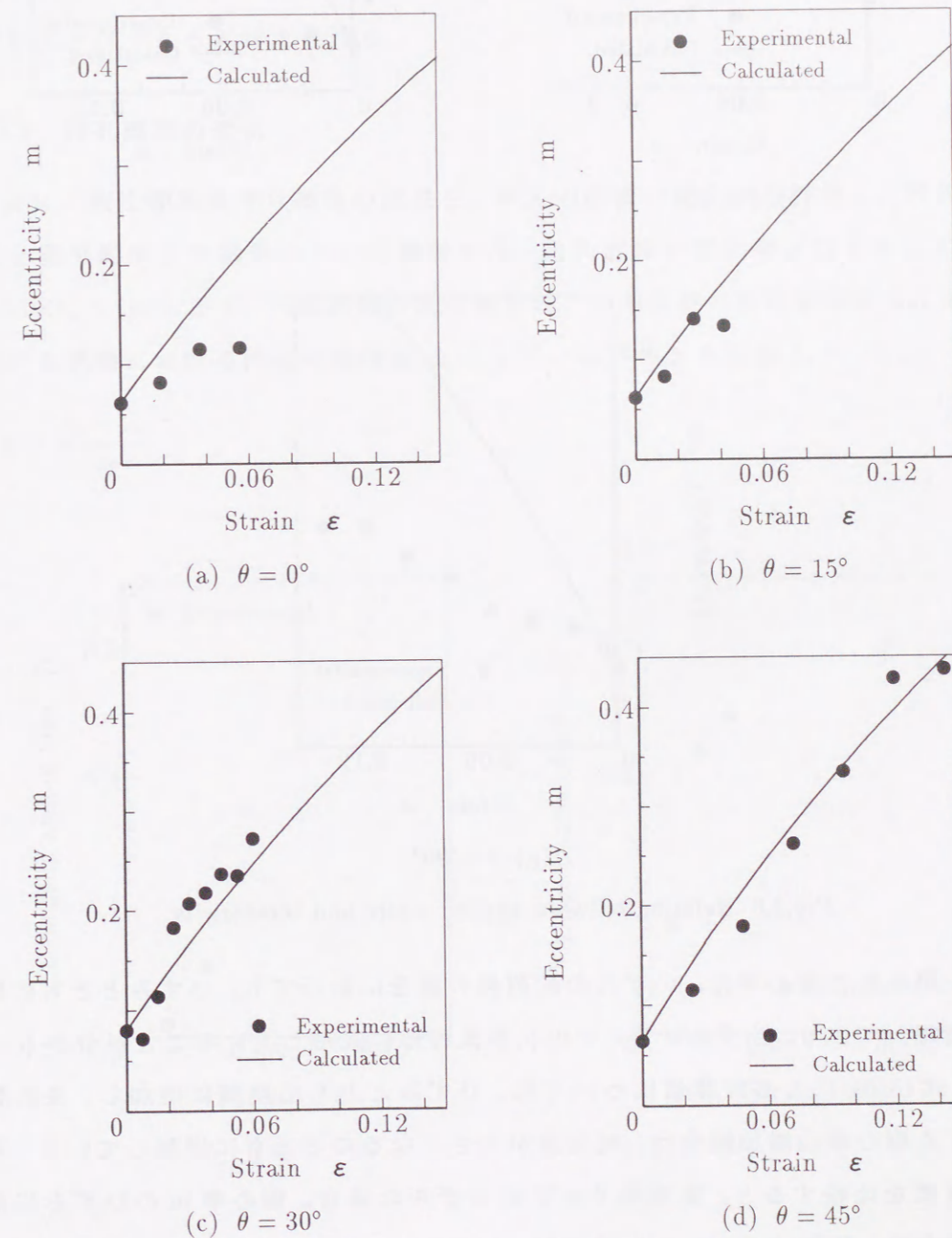


Fig.3.8 Relation between aspect ratio and applied strain

いずれの配列角のモデルについても、与えたひずみに対し、長短軸比はほぼ単調に増加することが分かる。しかしながら、ひずみに対する軸比増加の割合は、配列角 $\theta = 0^\circ \sim 45^\circ$ では、配列角とともに大きくなり、配列角 $\theta = 45^\circ$ 以上では、軸比増加の割合は配列角とともに減少している。このことは、3.5.1 節で示したように、配列角の小さいモデルではひずみの集中する方向が、配列格子の短辺方向であったものが、配列角が大きくなることで、単位セルの長辺方向へひずみが集中したり、対角線方向に

伝播範囲が拡大するなど、ひずみの集中する方向やその伝播範囲の変化と大きく関係していると考えられる。

次に、3.3 節の式 (3.20) より求めた円孔の偏心率 m 、および式 (3.17) で表した偏心率の実験値と、ひずみとの関係を Fig.3.9(a) ~ (g) に示す。各図中における ● 印は、実験から得られた円孔形状を近似した円の長軸、短軸より求められた結果であり、実線は式 (3.20) により決定した計算結果を示している。ただし、初期値は実験値を用いた。



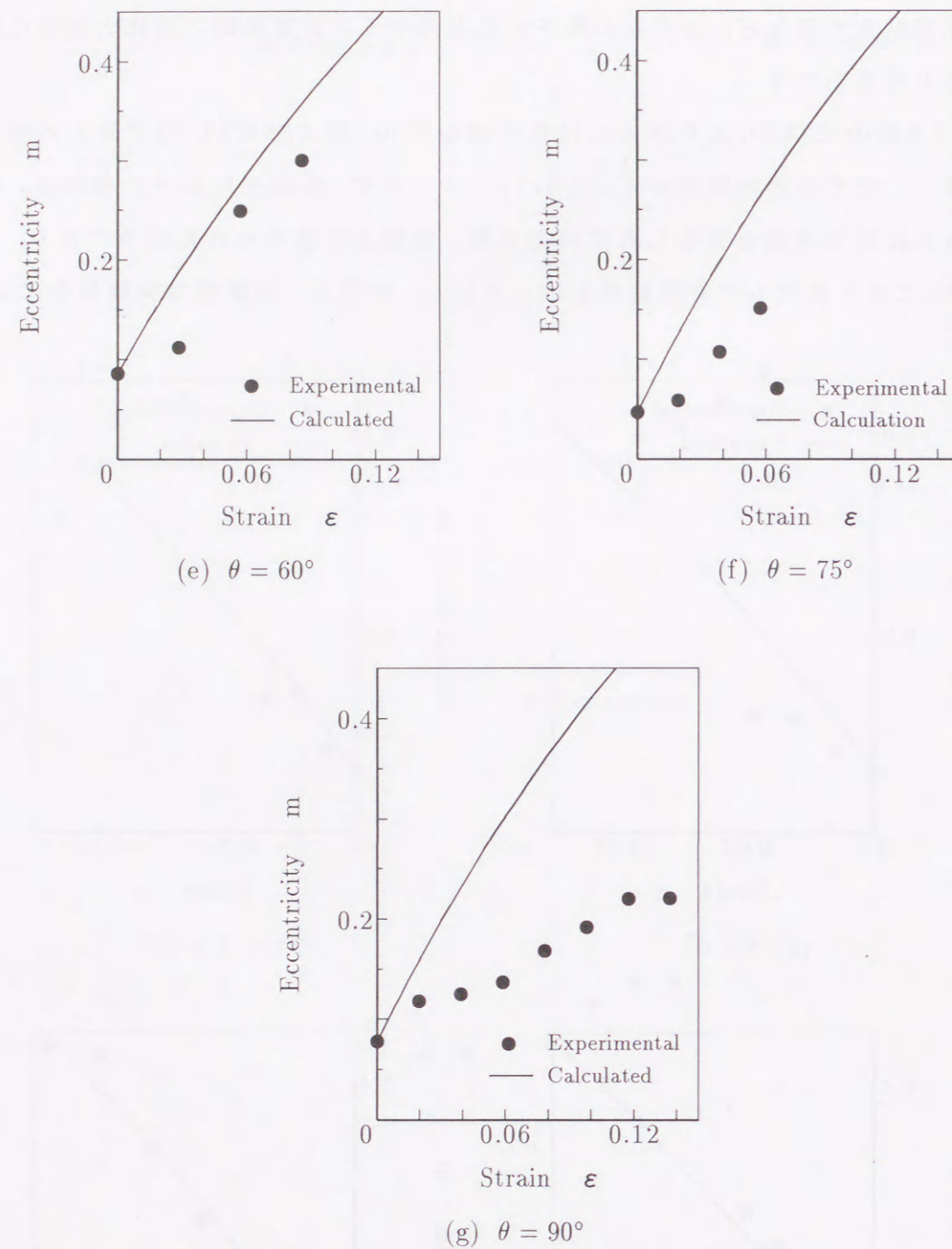


Fig.3.9 Relation between applied strain and eccentricity

実験から得られた偏心率は、いずれの配列角の場合においても、ひずみとともにほぼ単調に増加しており、ひずみによって円孔が長円形に変形していることが分かる。

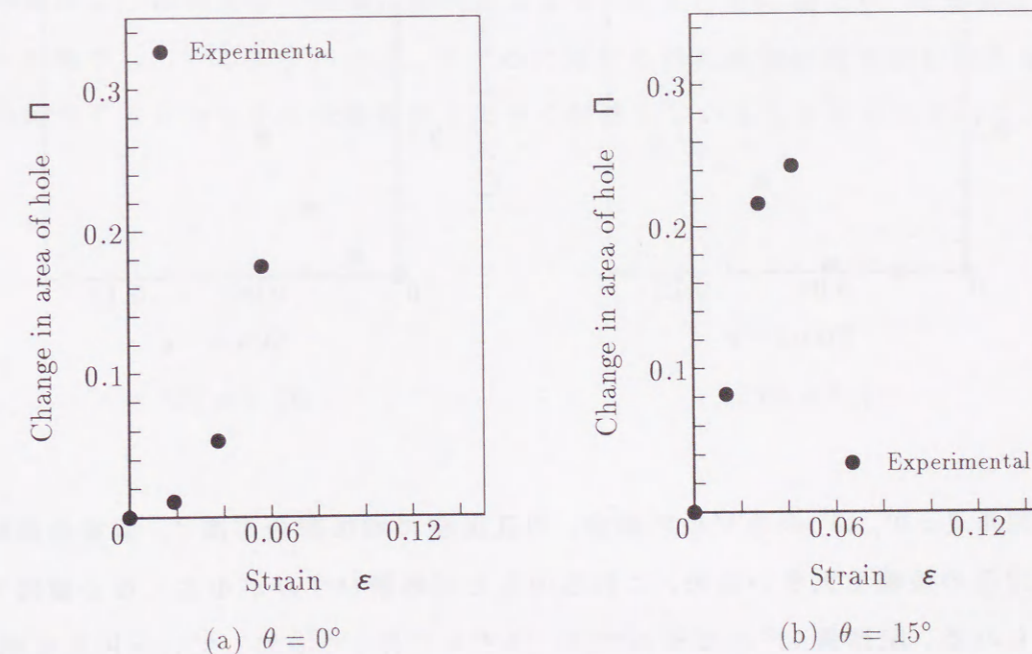
一方、式(3.20)による計算値についても、ひずみとともに単調に増加し、またひずみに対する偏心率の増加割合は、配列角が大きくなるのとともに増加している。実験値と計算値を比較すると、配列角 $\theta = 0^\circ$ のモデルの場合、偏心率 m のひずみに対する増加割合は、計算値よりも少し低下している。このことは、ひずみが円孔近傍、荷

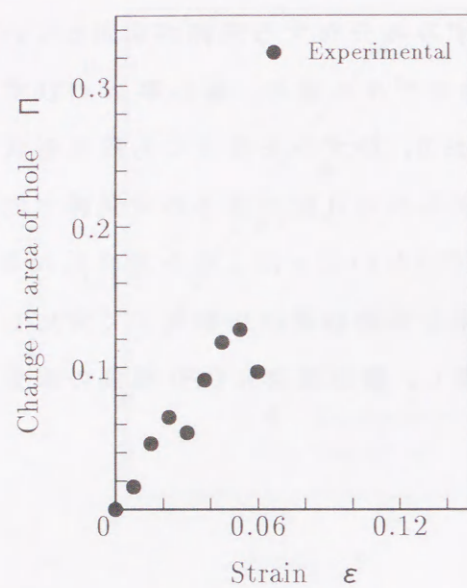
重垂直方向のみに集中しているのではなく、ひずみの分布する範囲が広がっていることによると考えられる。また、配列角 $\theta = 90^\circ$ のモデルの場合、偏心率 m のひずみに対する増加割合は、計算値よりかなり低下しており、ひずみを受けても円孔形状が長円形に変化しにくいことが分かる。これは、ひずみが円孔配列格子の対角線方向に広く伝播しており、特定の一方方向に変形が集中していないことによると考えられる。しかしながら、他の配列角のモデルでは、計算結果と実験結果は比較的良好に対応しており、円孔形状の変化を式(3.20)により定量的に表し、塑性変形に伴う損傷の成長を評価することができると考えられる。

3.5.2.2 円孔面積の変化

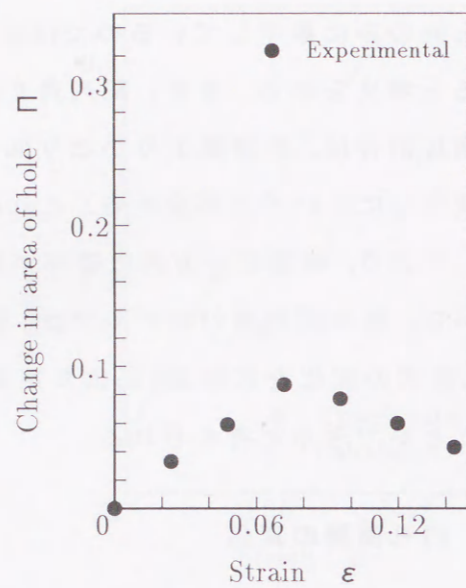
最後に、塑性変形に伴う損傷の成長を、円孔の面積の変化から評価し、円孔形状の変化と塑性変形との関係について検討する。円孔面積の変化率とひずみとの関係を Fig.3.10(a) ~ (g) に示す。円孔面積の変化率 Π は、初期状態の円孔面積を A_0 、ひずみ ϵ を受けた状態における円孔の面積を A_ϵ として、以下のように表す。

$$\Pi = \frac{A_\epsilon - A_0}{A_0} \quad (3.21)$$

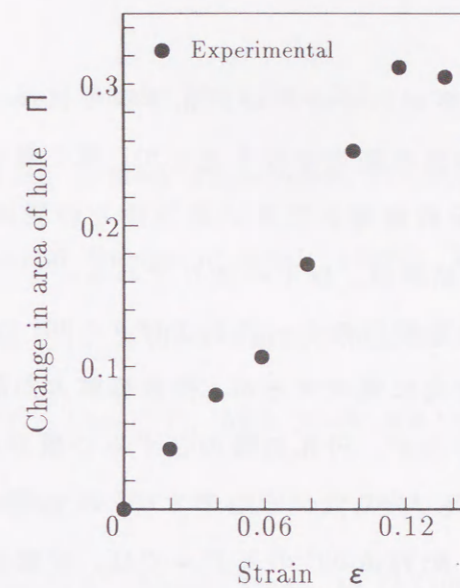




(c) $\theta = 30^\circ$

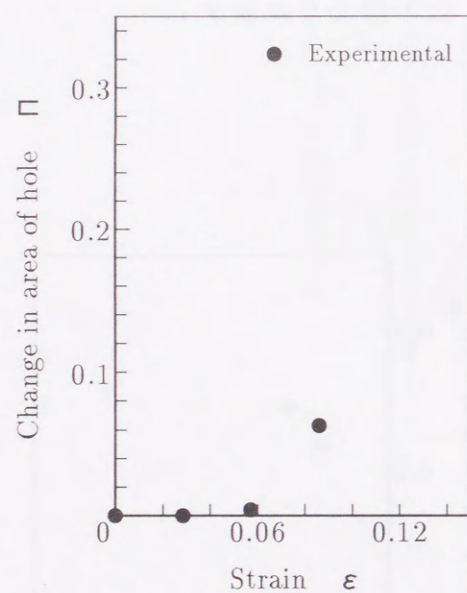


(d) $\theta = 45^\circ$

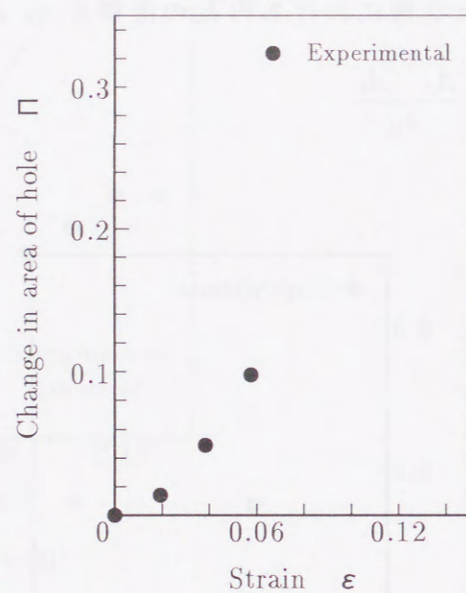


(g) $\theta = 90^\circ$

Fig.3.10 Relation between change in area of hole and applied strain



(e) $\theta = 60^\circ$



(f) $\theta = 75^\circ$

円孔配列角 $\theta = 0^\circ, 15^\circ$ のモデルの場合、円孔面積の増加割合が高く、荷重垂直断面における円孔の面積も大きいため、これらのことが破断ひずみが小さくなる要因であると考えられる。配列角 45° のモデルでは、ひずみに伴って増加していた円孔面積が、およそ7%のひずみをさかいに減少しており、円孔長軸の増加よりも円孔短軸が減少する方向の変形が大きくなることから、7%のひずみを境にひずみの集中、伝播する

方向が変化することが考えられる。また、配列角 $\theta = 60^\circ$ の場合、円孔の面積はあまり変化せず、破断直前のひずみ段階で円孔面積が増加している。以上のように、いずれの配列角のモデルにおいても、円孔面積はひずみを受け増加するものの、円孔面積の増加量および面積変化の経過は配列角によってさまざまに異なり、荷重垂直方向にひずみが集中しているモデルほど、ひずみに対する円孔面積の増加割合は大きく、ひずみの集中する方向やその伝播範囲と大きく関係していることを示している。

3.6 結 言

第3章では、前章と同様の規則円孔分布の多孔平板モデルについて、画像処理によるひずみ分布の測定、円孔形状の測定を行うことで、第2章で示した異方性降伏関数とは異なる観点から、円孔配列構造と巨視的異方性との関係について実験的検討を行った。これにより得られた結果は、以下の通りである。

ひずみ分布の測定から、円孔配列角 $\theta = 0^\circ$ および $\theta = 30^\circ$ の場合では、 X_2 軸方向ひずみ分布は単位セルの短辺方向に集中するが、荷重垂直方向断面における円孔面積率が大きい $\theta = 0^\circ$ のモデルの方が、円孔近傍のひずみの値が小さく、ひずみの分布する範囲も $\theta = 30^\circ$ の場合よりも大きい。一方、 $\theta = 60^\circ$ のモデルでは、円孔配列格子の長辺方向にひずみが伝播し、配列角 90° のモデルでは、荷重垂直方向にひずみの集中が見られるのと同時に、配列格子の対角線方向にもひずみの伝播が起こっており、非常に広い範囲にひずみが伝播する。以上のことから、主に、ひずみは荷重垂直方向に近い方向に隣接する円孔へと伝播するものと考えられ、荷重垂直方向に円孔が配列する $\theta = 0^\circ, 90^\circ$ のモデルでは、ひずみの伝播している範囲が広く、このことが、配列角 $\theta = 0^\circ, 90^\circ$ のモデルにおいて、初期降伏応力および流動応力が高くなるという異方性の原因の一つとして考えられる。

円孔形状の測定から、いずれの配列角のモデルについても、与えたひずみに対し、長短軸比はほぼ単調に増加するが、ひずみに対する軸比増加の割合は、ひずみの集中する方向やその伝播範囲と大きく関係していると考えられる。この円孔形状の変化について、配列角 $\theta = 90^\circ$ のモデルの場合、偏心率 m のひずみに対する増加割合は、計算値よりかなり低下しているものの、他の配列角のモデルでは、計算結果と実験結果は比較的よく対応しており、式(3.20)の偏心率 m により定量的に表し、塑性変形に伴う損傷の成長を評価することができると考えられる。

参 考 文 献

- (1) McClintok A.L., J. Appl. Mech., **35** (1968) 363.
- (2) Rice J.R., Tracey D.M., J. Mech. Phys. Solids, **17** (1969) 201.
- (3) Thomason P.F., 'Ductile Fracture of Metals', (1990), 56, Pergamon Press.
- (4) Worswick M.J., Pick R.J., J. Mech. Phys., Solids, **38-5** (1990) 601.
- (5) Gilormini P., Licht C., Suquet P., Arch. Mech., **40-1** (1988) 43.
- (6) 塩谷 義, 森本哲也, 日本機械学会論文集, **A58-556** (1992) 2307.
- (7) Dubensky E.M., Koss D.A., Metall. Trans., **18-11** (1987) 1887.
- (8) Needleman A., Triantafyllidis N., J. Engng. Mater. Technol., **100** (1979) 164.
- (9) Sowerby R., Chadrsekaran N., Mater. Sci. Engng., **79** (1986) 15.
- (10) 手塚慶一, 北橋忠宏, 小川秀夫, "デジタル画像処理工学" (1985), 139, 日刊工業新聞社.
- (11) 尾上守夫 編, "画像処理ハンドブック" (1985), 396, 昭晃堂.
- (12) 田中 弘, "画像処理応用技術" (1989), 116, 工業調査会.
- (13) 阿部邦雄, 塑性と加工, **13-134** (1972) 221.
- (14) 小幡充男, 島田平八, 高橋泰隆, 日本機械学会論文集, **A49-442** (1983), 668.
- (15) 矢川元基, 松浦真一, 安藤良夫, 日本機械学会論文集, **A49-447** (1983), 1435.
- (16) 幡中憲治, 石川雄寿, 内谷 武, 日本機械学会論文集, **A61-588** (1995) 1730.
- (17) 納富充雄, 土屋輝直, 岸本喜久雄, 小泉 堯, 日本機械学会論文集, **A59-559** (1993) 535.
- (18) 日本材料学会 編, "初心者のための有限要素法", (1985), 24, 日本材料学会.

第4章 多孔平板の弾塑性変形における有限要素法解析

4.1 緒言

前章までにおいて、規則的に円孔を配列したモデルを設定し、その機械的性質の定量的な評価、巨視的、局所的両面からの変形挙動について、実験的検討を行った。その結果として、規則円孔分布多孔平板では、単純に配列格子の短辺方向、長辺方向にひずみの集中が起こるのではなく、巨視的異方性を決定する円孔配列格子の形状比、傾き角および円孔直径などの因子はそれぞれ相互に密接に関係していると考えられた。しかしながら、実験による解析では、円孔近傍における応力分布、板厚変化の正確な測定は困難であり、また、モデル試験片も有限の大きさであるという制限を受ける。こうした観点から、ワークステーションやパーソナルコンピュータを用いた、数値シミュレーションによる解析は、非常に有効であると考えられる。

近年では、有限要素法^{(1)~(3)}の手法の確立、数値シミュレーションの精度向上により、その応用範囲は多岐にわたっている。森ら⁽⁴⁾⁽⁵⁾は、多孔質金属の塑性加工に関する問題に対して、剛塑性有限要素法を用いて解析しているほか、佐々木ら⁽⁶⁾は多孔質体モデルの降伏条件に関する研究を行っている。また、円孔などを配列した2次元モデルについては、Tvergaard^{(7)~(9)}が、円孔間におけるせん断帯発生についての解析、楯列⁽¹⁰⁾、Meguid⁽¹¹⁾らが、多数の円孔が存在することを考慮したモデルに関する研究を行っている。

本章では、この弾塑性有限要素法を用いて、多数の円孔を有する多孔平板モデルにおける初期降伏応力などの機械的性質、円孔近傍における応力、ひずみの分布を解析し、円孔の配列構造がこれらに与える影響を検討する。また、実験によって得られた結果と比較することで、損傷を有する材料の内部構造が、材料の巨視的な力学特性に及ぼす影響や、局所的な変形過程、空孔の相互作用と材料全体の巨視的な変形過程との関連などについて、詳細に検討する。

4.2 弾塑性有限要素法

4.2.1 有限要素法定式化

弾塑性体の特性を表現する構成関係は、一般に速度型で与えられる。したがって、その変形を支配する基礎式も速度型で表される。この基礎式は、物体の基準状態のどの座標系を参照座標系として記述するかによって、異なる表現が得られるが、有限変形弾性論においては、変形前の物体の状態を基準状態とする場合と、現在の物体の状態を基準とし、増分的な取り扱いをする方法がある。前者は、Lagrangian Formulation と呼ばれ、後者は基準状態が時々刻々変化する Lagrangian Formulation ととらえることができ、Updated Lagrangian Formulation と呼ばれる。実際の問題では、現在の状態における物体の形状、応力、ひずみが既知であり、物体表面の一部で速度が、残りの部分で物体の荷重速度が与えられた場合、物体全体の速度場、応力場を求める速度型境界値問題が多いため、Updated Lagrangian Formulation が便利である。

ここで Fig.4.1 に示すように、現在配置で物体の形状、応力、ひずみが既知であり、静的つり合い状態にある物体の境界面 S_u において、変位速度が与えられ、残りの部分 S_T では表面力速度が与えられている速度境界値問題を考える。この時、物体の増分変形を支配する方程式は、次式によって与えられる。

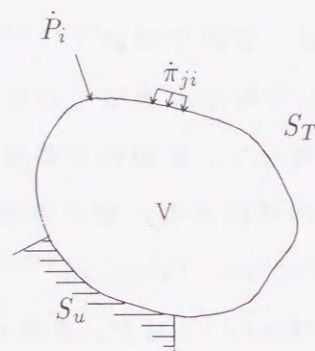


Fig.4.1 Boundary condition

つり合いの式

$$\dot{\pi}_{ji,j} + \rho \dot{F}_i = 0 \quad (\text{in } V) \quad (4.1)$$

ひずみ速度 - 変位速度関係式

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2}(v_{i,j} + v_{j,i}) \quad (\text{in } V) \quad (4.2)$$

境界条件式

$$\dot{P}_i = \dot{\pi}_{ji} n_j = \dot{P}_i^* \quad (\text{on } S_T) \quad (4.3)$$

$$v_i = v_i^* \quad (\text{on } S_u) \quad (4.4)$$

ここで、(*) は境界条件として与えられている量を表し、 V は現在の物体の体積、 \dot{P}_i は外力速度、 \dot{F}_i は物体力速度、 $\dot{\pi}_{ji}$ は公称応力速度、 $\dot{\epsilon}_{ij}$ はひずみ速度、 v_i は速度をそれぞれ表している。また、 n_i は $\dot{\pi}_{ji}$ の作用する微小面要素の外向き単位法線ベクトルである。以上の式 (4.1) ~ (4.4) に等価な仮想仕事の原理は、

$$\int_V \dot{\pi}_{ji} \delta v_{i,j}^* dV = \int_{S_T} \dot{P}_i^* \delta v_i^* dS + \int_V \rho \dot{F}_i^* \delta v_i dV \quad (4.5)$$

と表される。

一方、有限変形理論に基づく解析において、最も重要な問題となるのは、構成式の選択である。一般に、広く知られている構成式としては、 J_2 流れ理論 (J_2 flow theory) および J_2 変形理論 (J_2 deformation theory) がある。 J_2 流れ理論は、Mises 形の降伏曲面と等方硬化則、塑性ひずみ速度についての法線則から組立てられる Plandtl-Reuss の式を有限変形に拡張したものである。 J_2 流れ理論は、その形が簡単で、材料定数の同定が容易かつ確実であるため、この構成式を用いた解析例は多い。本論では、構成式にこの J_2 流れ理論を用いた。

J_2 流れ理論の構成式は、Cauchy 応力の Jaumann rate $\overset{\circ}{\sigma}_{ij}$ 、ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{ij}$ を用いて、次式のように表される。

$$\overset{\circ}{\sigma}_{ij} = D_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} \quad (4.6)$$

あるいは、Kirchhoff 応力の Jaumann rate $\overset{\circ}{\tau}_{ij}$ を用いて以下のように書ける。

$$\overset{\circ}{\tau}_{ij} = D_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} \quad (4.7)$$

ここで、相当応力を $\bar{\sigma}$ 、偏差応力を σ'_{ij} 、縦弾性係数を G 、ポアソン比を ν 、瞬間硬化率を H' とすると、 D_{ijkl} は次式で与えられる。

$$D_{ijkl} = G \left[\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk} + \frac{2\nu}{1-2\nu} \delta_{ij} \delta_{kl} \right] - \frac{3G \sigma'_{ij} \sigma'_{kl}}{\bar{\sigma}^2 (H'/3G + 1)} \quad (4.8)$$

4.2.2 応力 - ひずみ関係

本研究において設定したモデルに対する解析では、応力ひずみ関係に次式で示される関係を用いた。

$$\sigma = E \epsilon \quad (\sigma \leq \sigma_y) \quad (4.9)$$

$$\sigma = \sigma_y \frac{(\epsilon + a)^n}{(\epsilon_y + a)^n} \quad (\sigma \geq \sigma_y) \quad (4.10)$$

ここで、 E はヤング率、 σ_y は初期降伏応力、 ε_y は初期降伏ひずみである。一般に、全ひずみ増分 $d\varepsilon$ は、弾性ひずみ増分 $d\varepsilon^e$ と塑性ひずみ増分 $d\varepsilon^p$ の和として表され、次式が成立する。

$$d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^p \quad (4.11)$$

したがって、式(4.9)、(4.11)より、

$$\frac{d\varepsilon}{d\varepsilon^p} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{d\varepsilon} + 1 \quad (4.12)$$

の関係が得られる。一方、

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon^p} = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \frac{d\varepsilon}{d\varepsilon^p} \quad (4.13)$$

が成り立つため、式(4.12)を式(4.13)に代入することで、次式の関係を得る。

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon^p} = \frac{d\sigma/d\varepsilon}{1 - (1/E)(d\sigma/d\varepsilon)} \quad (4.14)$$

また、式(4.10)を ε で微分することで、

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = n \frac{E}{1 + a/\varepsilon_y} \left(\frac{\sigma}{\sigma_y} \right)^{\frac{n-1}{n}} \quad (4.15)$$

となり、これを式(4.14)に代入し、以下に示すように $d\sigma/d\varepsilon^p$ が求まる。

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon^p} = \frac{E}{\frac{1}{n-1} (1 + a/\varepsilon_y) (\sigma/\sigma_y)^{\frac{1-n}{n}} - 1} \quad (4.16)$$

以上の関係式において、 E 、 σ_y 、 a は、モデルとなる純アルミニウム母材の単軸引張試験から得られる応力-ひずみ関係を近似することで決定される。

4.3 解析方法

損傷を有する材料の力学的特性、変形挙動を考えるうえで、損傷を有する材料の簡単な第一近似モデルとして、先にアルミニウム平板に規則的に円孔を配列した2次元モデルを設定し、実験的に検討を行った。本章における解析では、実験において設定した多孔平板モデルと同じく、短辺 L_1 、長辺 L_2 の格子状に直径 2.0mm の円孔を配列したモデルを考える (Fig.4.2)。数値計算には、モデルの単位セルについて、大変形弾塑性有限要素法を用い、平面応力条件下で計算を行った。また、単位セルの長辺と引

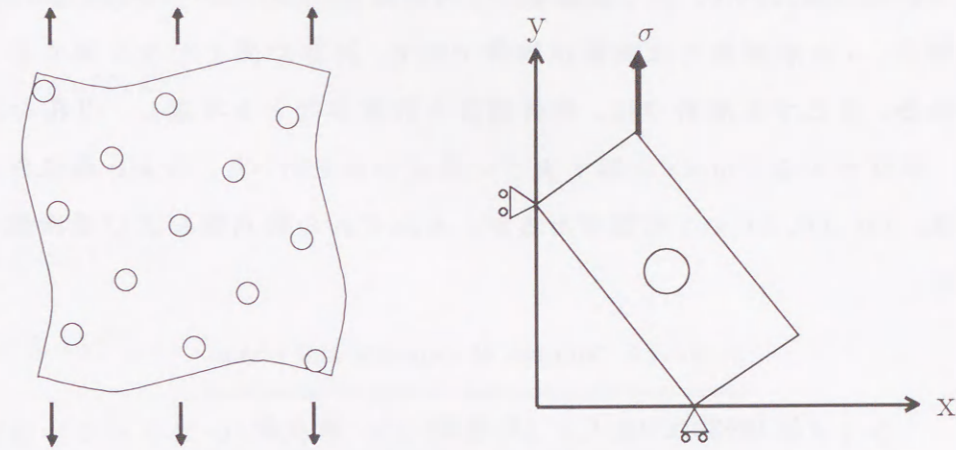
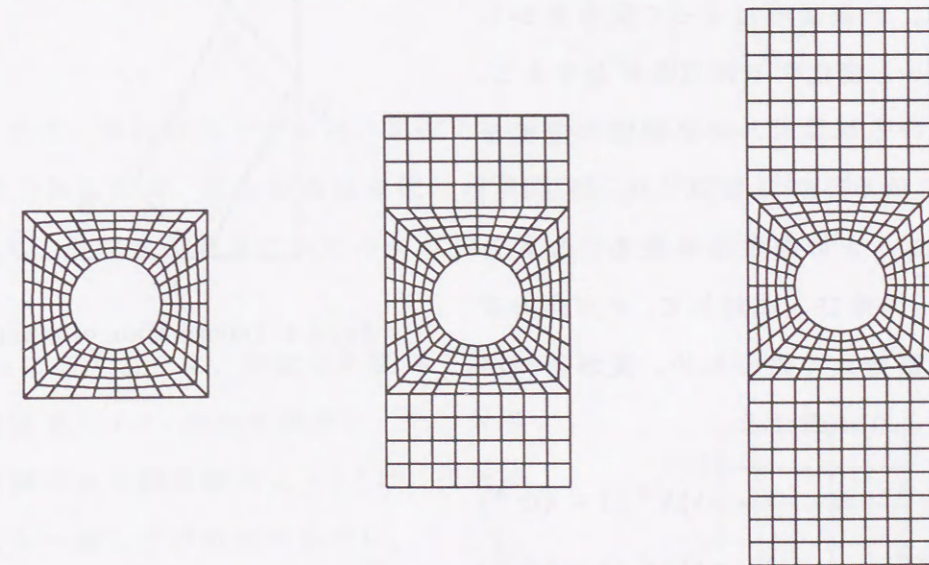


Fig.4.2 Array of circular holes and model for analysis

張荷重とのなす角を θ とし、 $\theta = 0^\circ \sim 90^\circ$ まで、 15° おきに7種類の単位セル傾き角について、計算を行う。なお、材料定数は、工業用純アルミニウム母材の実験結果から、ヤング率 $E = 46268(MPa)$ 、ポアソン比 $\nu = 0.33$ 、初期降伏応力 $\sigma_y = 13.5(MPa)$ 、硬化指数 $n = 0.3$ とした。

4.3.1 要素分割

単位セルの要素分割には、4角形8節点アイソパラメトリック要素を用いた。4角形要素による計算では、3角形要素の変位関数の場合に比べ自由度が大きく、要素内の変



(a) aspect ratio = 1.0 (b) aspect ratio = 2.0 (c) aspect ratio = 3.0

Fig.4.3 Elemental data for FEM

位に対して近似が良くなり、同じ節点数の3角形要素の場合より解の精度が向上する。しかしながら、4角形要素では演算が複雑であり、計算時間をかなり要するという不利な面がある。そこで本解析では、解析精度と計算時間とを考慮し、円孔を正32角形で近似し、単位セルを Fig.4.3 に示すように要素分割を行った。なお、単位セルの形状比 L_2/L_1 は、1.0, 2.0, 3.0 の3種類であるが、それぞれの節点数および要素数は以下の通りである。

Table 4.1 Number of elements and nodes

形状比 L_2/L_1	要素数	節点数
1.0	160	544
2.0	224	752
3.0	288	960

4.3.2 拘束条件

要素分割された単位セルを、有限要素法により計算する場合、変位の拘束条件として、まず単位セルの各頂点の変位が一様変形となるような条件を考える。

Fig.4.4 に示すように、単位セルの各頂点 A, B, C, D を結ぶ単位セルの境界は直線のまま変位し、一様変形によって長方形から平行四辺形へと変化する拘束条件を与える。変形前における単位セルの各頂点の座標を $A(X^A, Y^A), B(X^B, Y^B), C(X^C, 0), D(0, Y^D)$ とし、 y 方向へ λ の変位を与える。このとき、 y 方向への伸び λ に対して、 x 方向の変位は一定の割合 ν で縮むため、変形後の座標値は次のように表せる。

$$A(X^A, Y^A) \Rightarrow ((1-\nu\lambda)X^A, (1+\lambda)Y^A) \quad (4.17)$$

$$B(X^B, Y^B) \Rightarrow ((1-\nu\lambda)X^B, (1+\lambda)Y^B) \quad (4.18)$$

$$C(X^C, 0) \Rightarrow ((1-\nu\lambda)X^C, 0) \quad (4.19)$$

$$D(0, Y^D) \Rightarrow (0, (1+\lambda)Y^D) \quad (4.20)$$

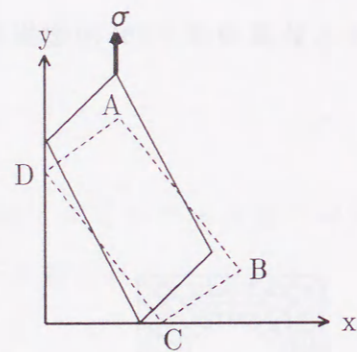


Fig.4.4 Deformation of a unit cell

この関係から、単位セルの各頂点 A, B, C, D の変位ベクトルは、次式で示される。

$$\mathbf{u}^A = (-\nu\lambda X^A, \lambda Y^A) \quad (4.21)$$

$$\mathbf{u}^B = (-\nu\lambda X^B, \lambda Y^B) \quad (4.22)$$

$$\mathbf{u}^C = (-\nu\lambda X^C, 0) \quad (4.23)$$

$$\mathbf{u}^D = (0, \lambda Y^D) \quad (4.24)$$

以上の変位ベクトルについて、 ν, λ を消去すると、次の関係が得られる。

$$\frac{u_x^B}{u_x^A} = \frac{X^B}{X^A} \quad \frac{u_x^C}{u_x^A} = \frac{X^C}{X^A} \quad \frac{u_y^B}{u_y^A} = \frac{Y^B}{Y^A} \quad \frac{u_y^D}{u_y^A} = \frac{Y^D}{Y^A} \quad (4.25)$$

これらの関係をマトリックス表示すると、

$$\begin{bmatrix} -X^B & 0 & X^A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y^B & 0 & -Y^A & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -X^C & 0 & X^B & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y^D & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -Y^A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_x^A \\ u_y^A \\ u_x^B \\ u_y^B \\ u_x^C \\ u_y^C \\ u_x^D \\ u_y^D \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.26)$$

となる。また、多孔平板モデルは、単位セルがその短辺方向、長辺方向に配列された無限平板であるので、応力分布は単位セル境界上において連続でなければならない。したがって、単位セル境界における変位の拘束条件を周期境界条件とし、以下のよう

に定めた。
Fig.4.5 に示すように、単位セル境界上における隣接節点 $i, i+1$ がなす境界と、その対辺の同じ位置にある隣接節点 $j, j+1$ は、変形後においても一致しなければならない。ここで、変形前における隣接節点 $i, i+1$ がなすベクトルを \mathbf{a}_i 、隣接節点 $j, j+1$ がなすベクトルを \mathbf{a}_j とする。

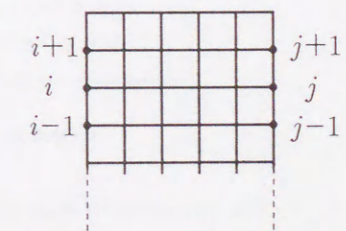


Fig.4.5 Relation of nodal displacement

また、変形後において、隣接節点がなすベクトルを a'_i, a'_j とし、各節点の変位ベクトルをそれぞれ、 $u^i, u^{i+1}, u^j, u^{j+1}$ とする。このとき、変形後の隣接節点がなすベクトルは、次式で表される。

$$a'_i = a_i + u^{i+1} - u^i \quad a'_j = a_j + u^{j+1} - u^j \quad (4.27)$$

これら隣接節点がなすベクトルは、変形前後いずれの場合においても、 $a_i = a_j, a'_i = a'_j$ が成り立たなければならない。したがって、式(4.27)より、単位セル境界上のすべての節点について、次の関係が成り立つ。

$$\left. \begin{aligned} u^{i+1} - u^i - u^{j+1} + u^j &= 0 \\ u^i - u^{i-1} - u^j + u^{j-1} &= 0 \\ &\vdots \end{aligned} \right\} \quad (4.28)$$

以上のように、式(4.26)(4.28)によって定義された変位拘束条件のもとで、計算した結果では、単位セル境界上において、応力分布の連続性が認められ、これら変位拘束条件が妥当であることが確認された(Fig.4.6)。

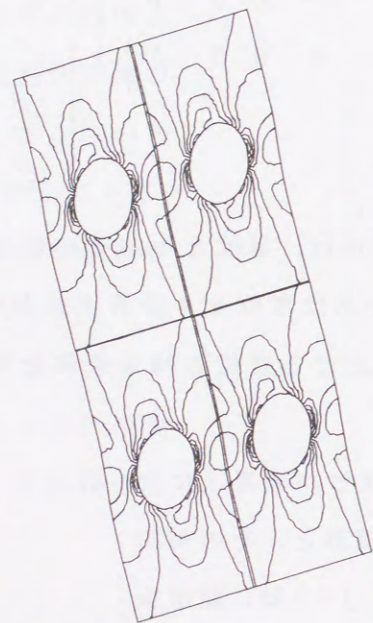


Fig.4.6 Contour lines of equivalent stress

4.4 計算結果および考察

4.4.1 初期降伏応力の計算結果

円孔配列角 θ と、有限要素法計算により得られた初期降伏応力との関係について検討するとともに、第2章における実験結果との比較も行う。

まず、円孔配列格子の形状比 $L_2/L_1 = 1.0$ の場合における結果をFig.4.7に示す。図中の●印は数値計算により得られた0.005%耐力、○印は0.01%耐力の計算値である。また、■印および□印は、それぞれ0.005%耐力の実験値、0.01%耐力の実験値を示している。なお、これらの値は母材の降伏応力 σ_m によって無次元化している。

形状比1.0のモデルの計算結果では、円孔配列角 0° および 90° において降伏応力が高くなっているものの、円孔配列角による異方性は少ない。また、実験結果と比較すると、実験結果よりも計算による応力値が高くなっているが、円孔配列角 0° および 90° において降伏応力が高くなる傾向など、全体の異方性は実験結果とよく対応しており、モデルの機械的性質を、定性的にはよく表すことができているものと考えられる。実験結果よりも計算による応力値が高くなる点については、実験が有限幅の試験片において行われるのに対し、計算では無限平板の構成単位である単位セルにおいて、応力が求められている点にあると考えられる。

次に、円孔配列格子の形状比 $L_2/L_1 = 2.0$ の場合に対する計算結果をFig.4.8に示す。図中の●印、○印、■印および□印はFig.4.7の場合と同じ意味である。

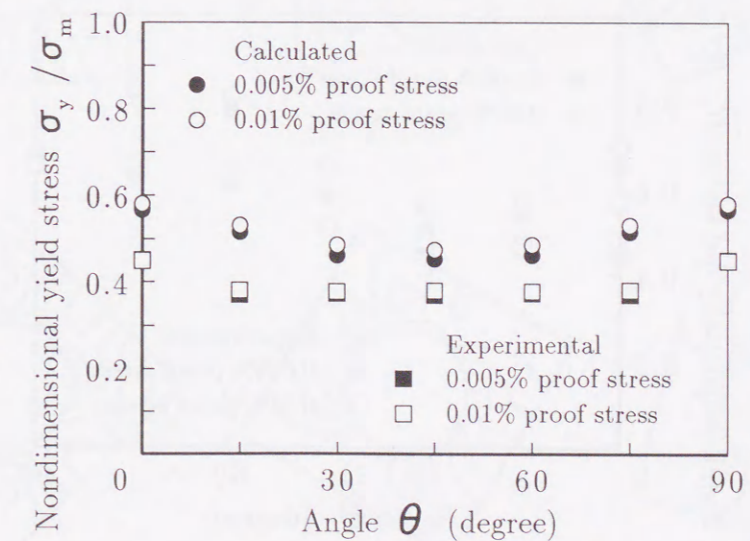


Fig.4.7 Relation between initial yield stress and orientation of the perforated pattern ($L_2/L_1 = 1.0$)

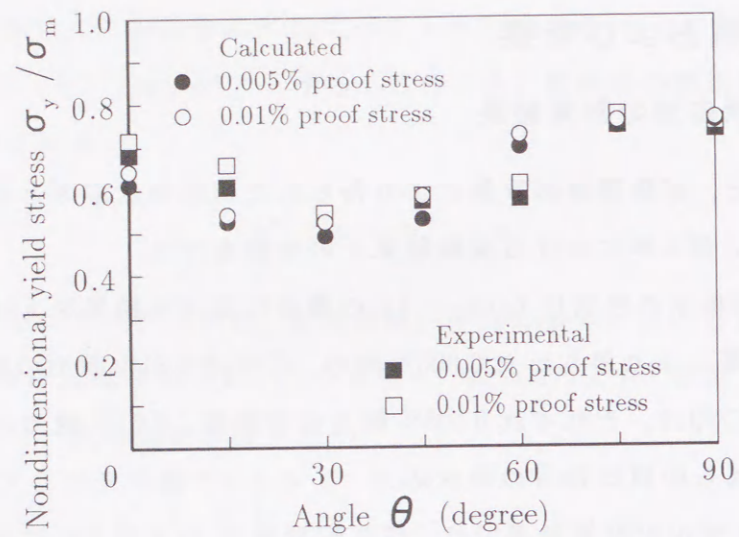


Fig.4.8 Relation between initial yield stress and orientation of the perforated pattern ($L_2/L_1 = 2.0$)

このモデルの場合、円孔配列角 $\theta = 0^\circ$ から 30° にかけて、降伏応力が低下する傾向を示す。一方、配列角 $\theta = 75^\circ$ から 90° にかけては、降伏応力の差は現れておらず、全体の巨視的な異方性は、実験結果とよく対応した結果となった。したがって、実験、計算の両面から、応力集中が単純に円孔配列格子の短辺方向にのみ起こっているのではなく、実際には多数の円孔が存在することによる、応力集中の緩和現象も関連していることが考えられる。

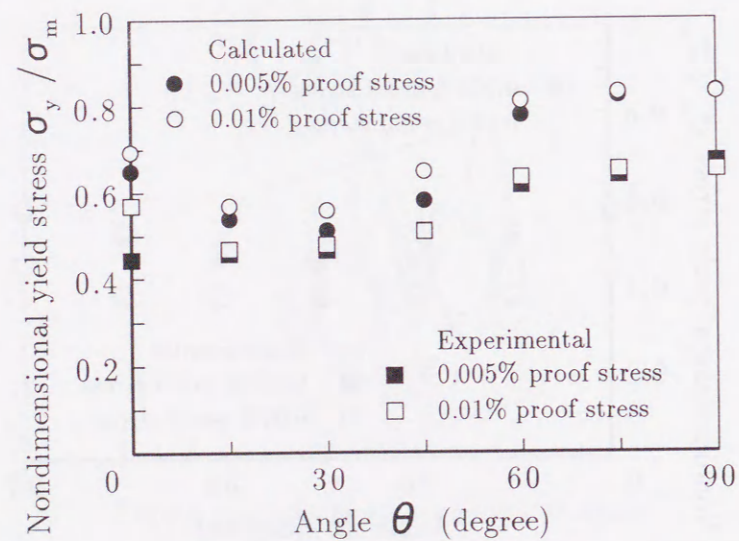


Fig.4.9 Relation between initial yield stress and orientation of the perforated pattern ($L_2/L_1 = 3.0$)

次に、同じく円孔配列格子の形状比 $L_2/L_1 = 3.0$ の場合における結果を Fig.4.9 に示す。計算結果では、円孔配列角 $\theta = 0^\circ$ から 30° にかけて降伏応力が低下し、配列角 $\theta = 60^\circ$ から 90° にかけては、降伏応力の変化が見られない。この場合においても、計算による応力値が実験結果より高くなるものの、全体の巨視的な異方性は、実験結果とよく対応した結果となった。また、実験、計算両方において、配列角 $\theta = 60^\circ$ から 90° にかけて降伏応力が変化しない結果となったが、この点に関しては、円孔配列格子の長辺が荷重垂直方向に近づくとつれ、最も円孔の影響を受ける荷重垂直断面において、円孔間の距離が大きくなることで、円孔の相互作用が弱まっているものと考えられる。

4.4.2 相当応力、相当塑性ひずみの分布

前節で得られた結果に対し、円孔の相互作用を検討するため、相当応力および相当ひずみの分布を調べる。まず、形状比 1.0 のモデルにおける相当応力分布を Fig.4.10 に示す。

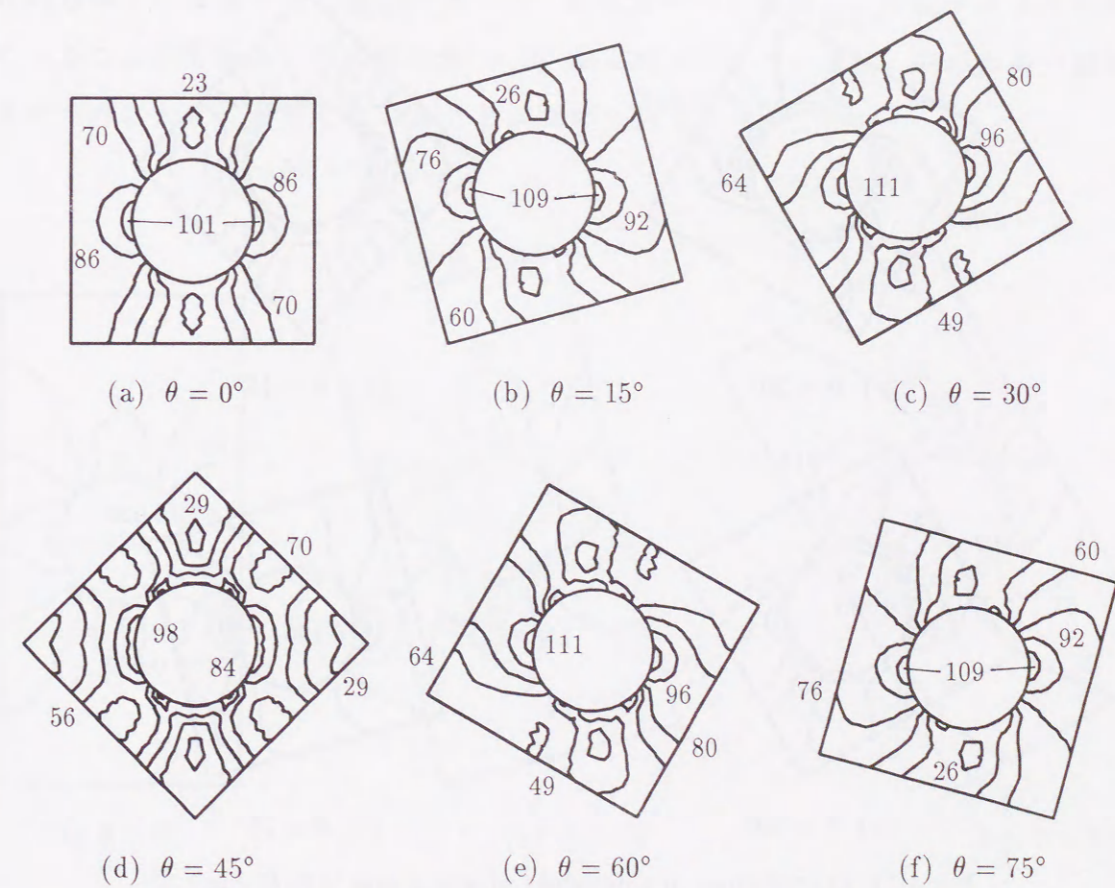


Fig.4.10 Distribution of equivalent stress ($L_2/L_1 = 1.0$)

Fig.4.10 に示した相当応力の等高線は、塑性ひずみを 5.0% 与えた場合の結果であり、図中の数値は MPa の単位で示す。円孔配列角 $\theta = 0^\circ$ の場合、荷重垂直方向における応力勾配が低く、荷重方向には 70MPa と高い応力等高線が配列格子の対角線方向に存在しており、応力集中が荷重垂直方向にのみ起こるのではないと考えられる。また、円孔配列角 $\theta = 45^\circ$ のモデルでは、他のモデルに比べ円孔近傍の応力値は低いものの、単位セル内いずれの方向にも、広く均等に応力が分布していることが分かる。

次に、形状比 1.0 のモデルにおける相当ひずみ分布を Fig.4.11 に示す。

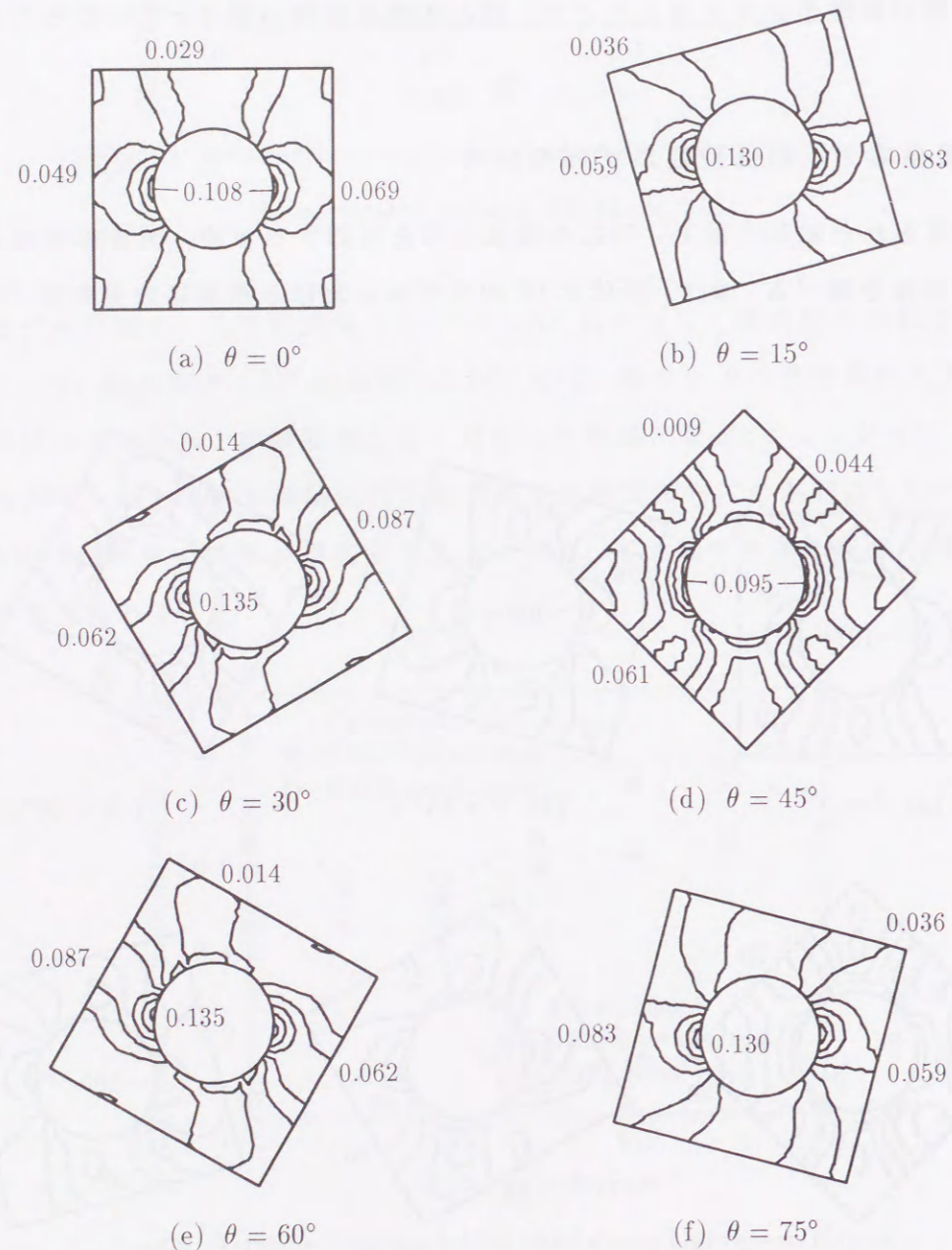
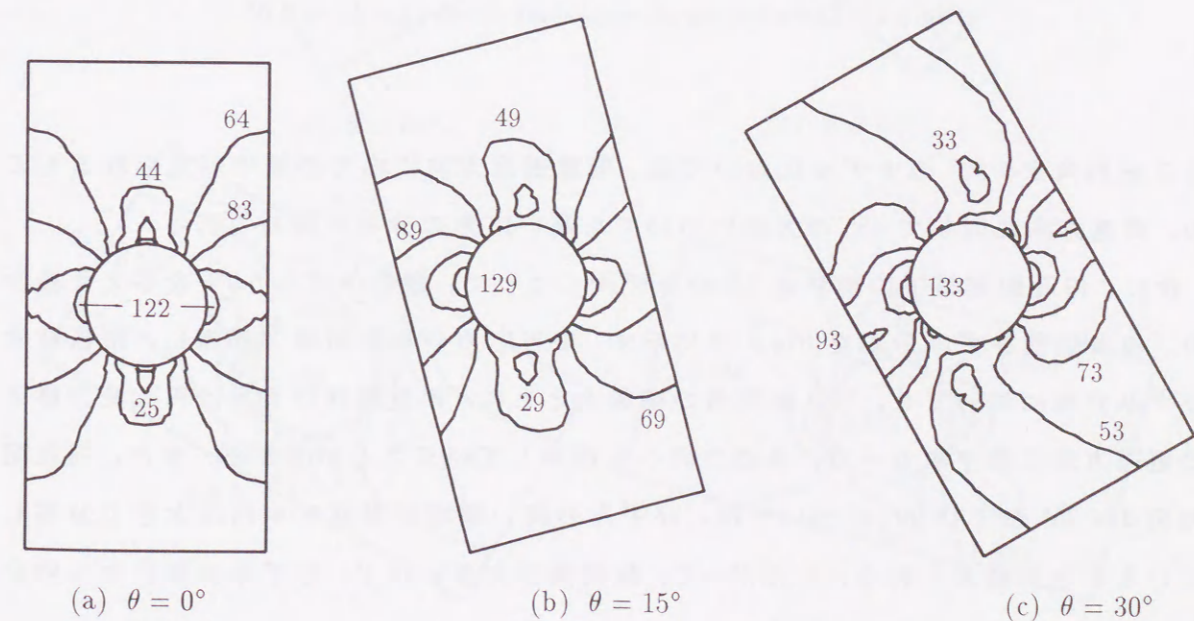


Fig.4.11 Distribution of equivalent plastic strain ($L_2/L_1 = 1.0$)

Fig.4.11 に示した相当ひずみの等高線についても、Fig.4.10 と同様、塑性ひずみを 5.0% 与えた場合の結果である。円孔配列角 $\theta = 0^\circ$ の場合、荷重垂直方向にひずみの集中が見られるが、単位セルの対角線方向にも変形が起こっており、隣接する円孔全てが変形に影響を与えているものと考えられる。円孔配列角 $\theta = 30^\circ, 60^\circ$ のモデルでは、荷重垂直方向に近い方向に隣接する円孔へ向かってひずみの集中が見られるが、荷重垂直方向へも変形が進展することが認められる。また、円孔配列角 $\theta = 45^\circ$ のモデルでは、他のモデルに比べ円孔近傍のひずみの値は低いものの、先の応力分布の場合と同様に、単位セル内いずれの方向にも、広く均等に分布していることが分かる。

さらに、円孔配列格子に形状比が変化することで、円孔間の相互作用がどのように影響されるのか検討を行う。Fig.4.12 に、円孔配列格子の形状比 2.0 のモデルについて、塑性ひずみ 5.0% を与えた場合の相当応力分布を示す。

円孔配列角 $\theta = 0^\circ$ の場合、円孔近傍の応力値は配列角 $\theta = 15^\circ, 30^\circ$ のモデルよりも低く、応力は荷重垂直方向にのみ集中するのではなく、単位セルの対角線方向にも高い応力分布が見られ、応力勾配も低い。また、円孔配列角の増加とともに、応力は円孔配列格子の短辺方向に集中する一方、長辺方向へも進展し、回転するように変化していることが分かる。円孔配列角 $\theta = 75^\circ$ および 90° については、応力の高い領域が単位セル内に大きく分布していることが認められる。



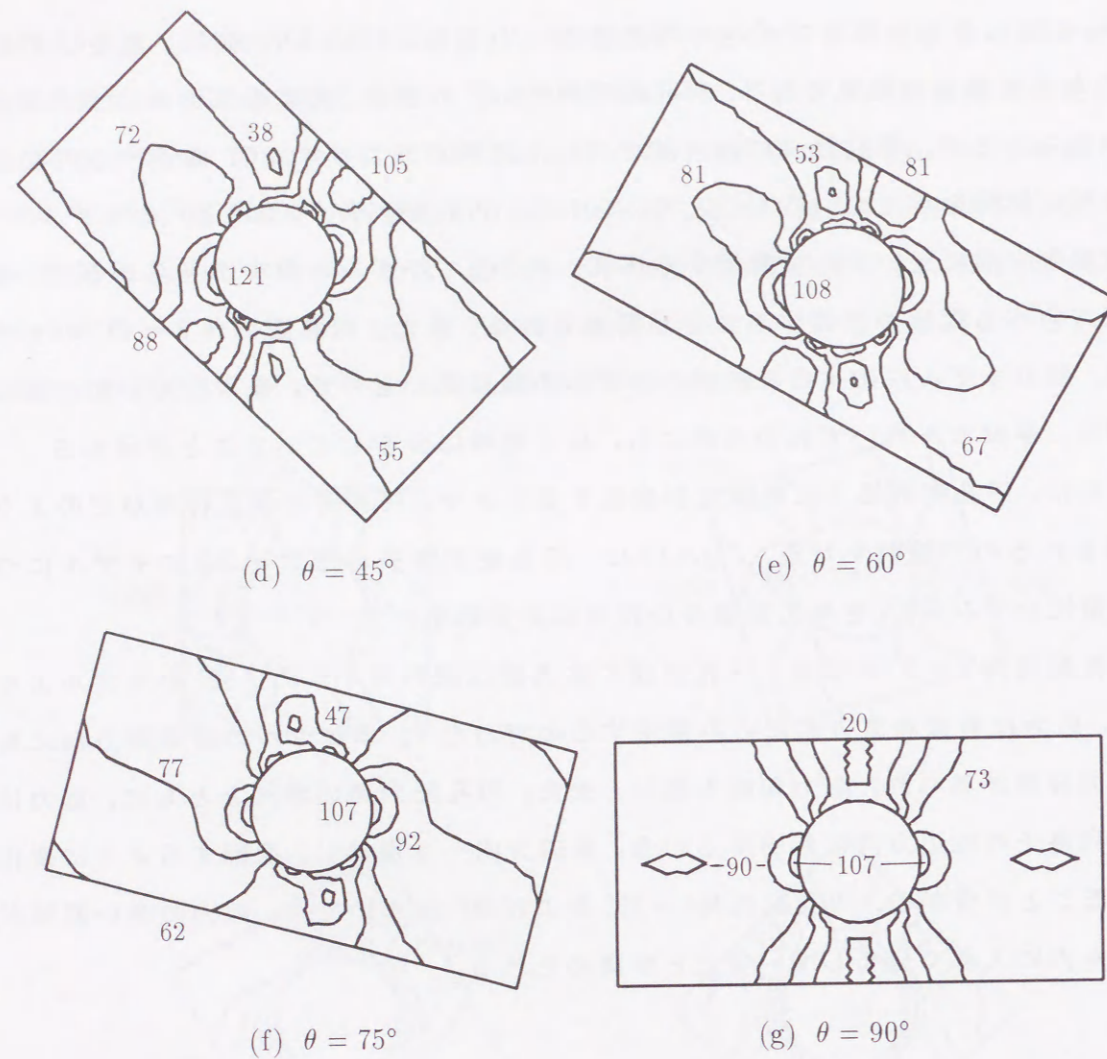
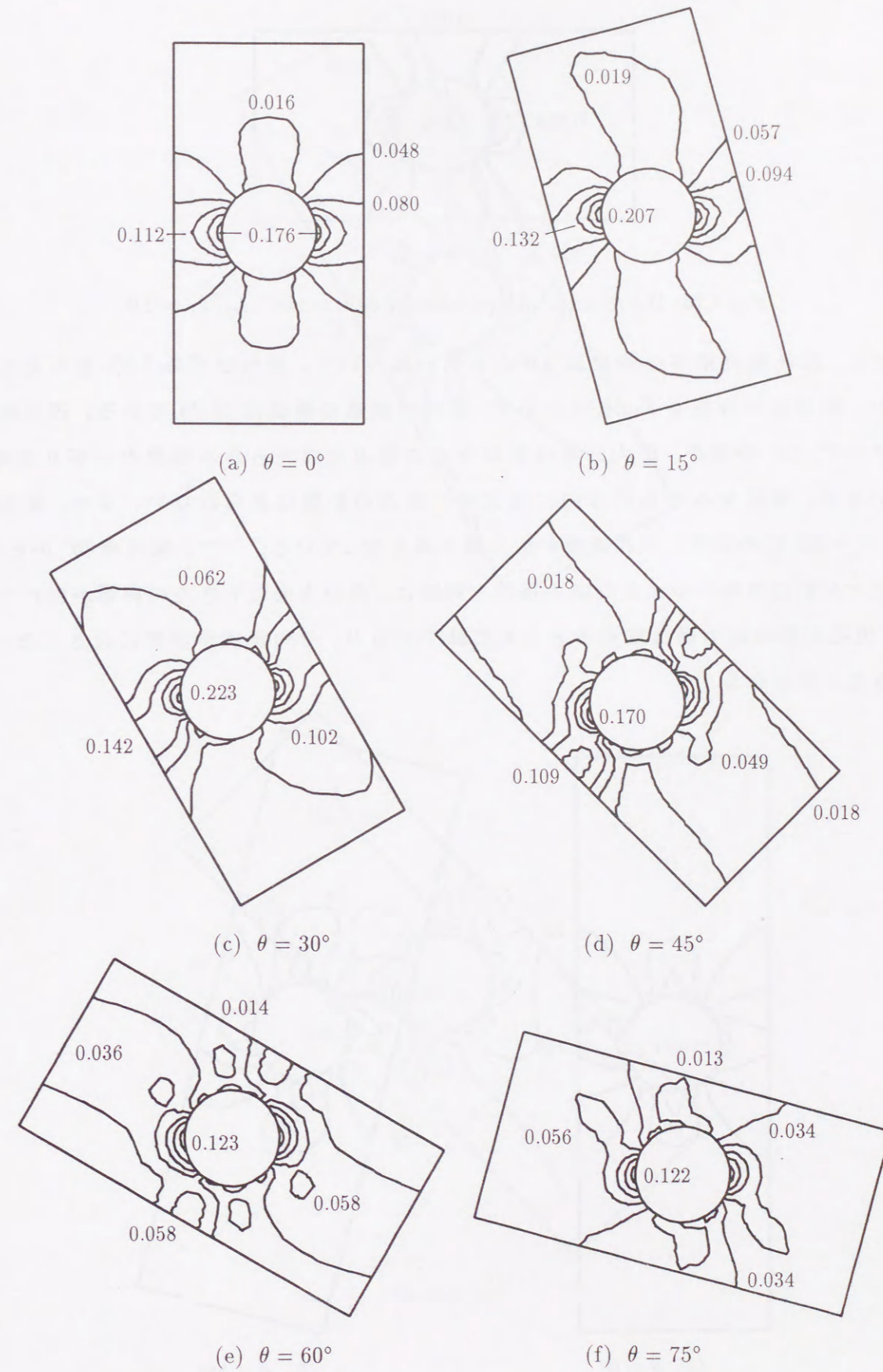
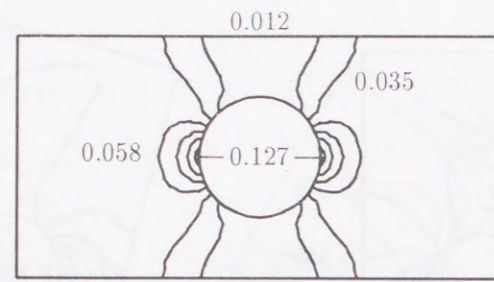


Fig.4.12 Distribution of equivalent stress ($L_2/L_1 = 2.0$)

円孔配列角 $\theta = 90^\circ$ のモデルにおいては、荷重垂直方向に応力の集中が見られるものの、荷重方向に対して 45° の方向についても高い応力の分布が認められる。

次に、円孔配列格子の形状比 2.0 のモデルについて、塑性ひずみ 5.0% を与えた場合の、相当塑性ひずみ分布を Fig.4.13 に示す。相当応力分布の結果と同様に、相当塑性ひずみ分布においても、円孔配列角の増加とともに、相当塑性ひずみは円孔配列格子の短辺方向に集中する一方、長辺方向へも進展していくことが分かる。また、円孔配列角 $\theta = 75^\circ$ および 90° については、ひずみの高い領域が単位セル内に大きく分布していることが認められる。したがって、配列角が大きいほど、ひずみが単位セル内全体へ伝播しやすいと考えられる。

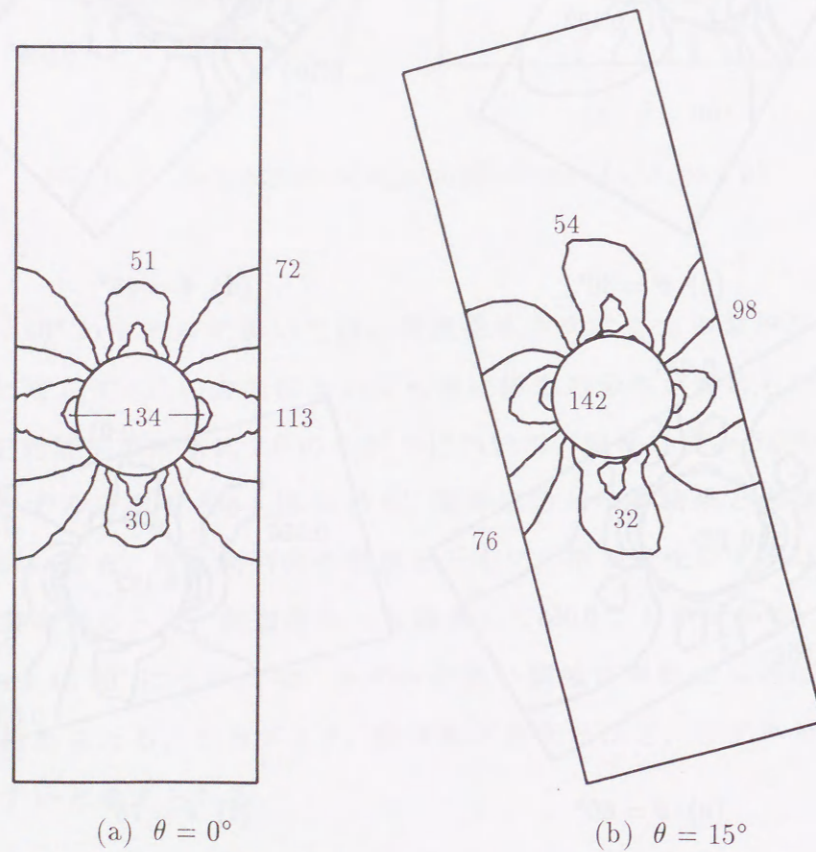




(g) $\theta = 90^\circ$

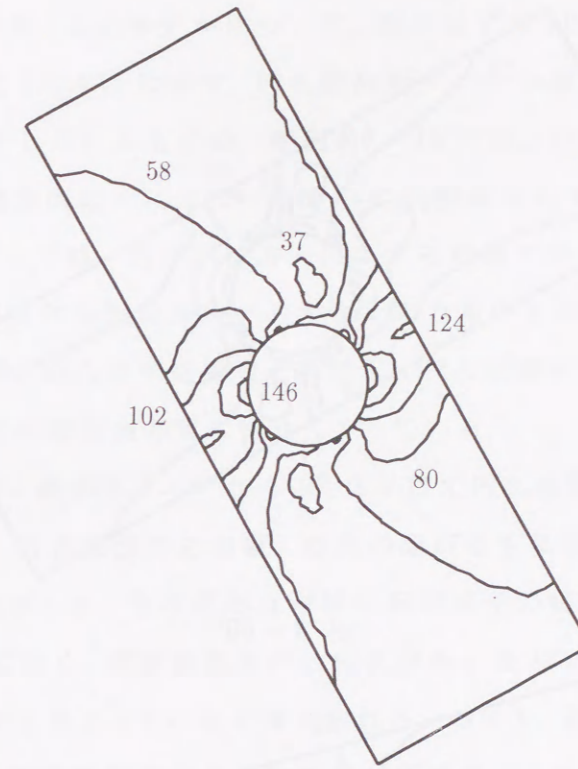
Fig.4.13 Distribution of equivalent plastic strain ($L_2/L_1 = 2.0$)

次に、円孔配列格子の形状比 3.0 のモデルについて、塑性ひずみ 5.0% を与えた場合の、相当応力分布を Fig.4.14 に示す。図中の数値の単位は MPa である。円孔配列角 $\theta = 0^\circ, 15^\circ$ の場合、応力分布は単位セルの短辺方向からある程度の広がりを持っているが、単位セルの長辺方向には大きな応力の影響は見られない。また、配列角 $\theta = 0^\circ \sim 30^\circ$ にかけて、円孔近傍の応力値が高くなっている。一方、配列角 30° からは、単位セル短辺方向への大きな応力集中と同時に、長辺方向にも応力の影響が現れており、円孔近傍の応力値は配列角とともに低下するが、その範囲が非常に大きくなっていることが分かる。

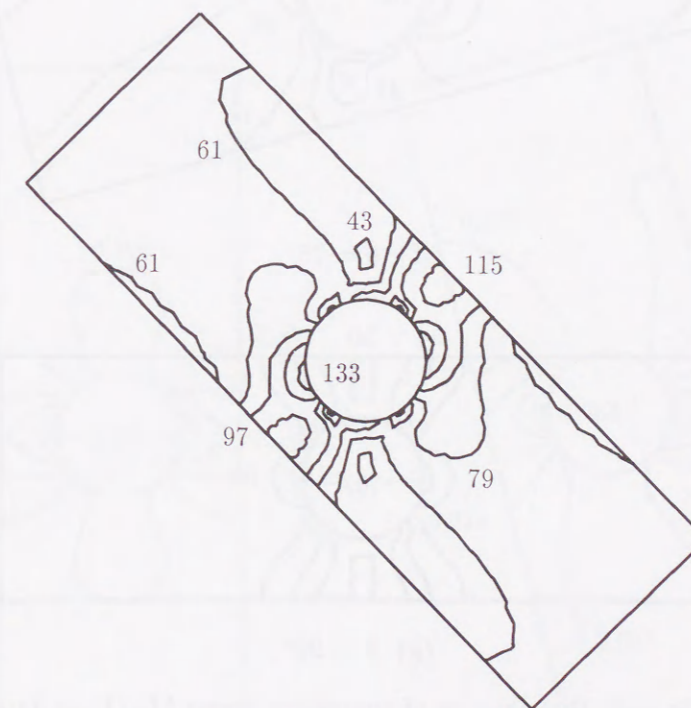


(a) $\theta = 0^\circ$

(b) $\theta = 15^\circ$



(c) $\theta = 30^\circ$



(d) $\theta = 45^\circ$

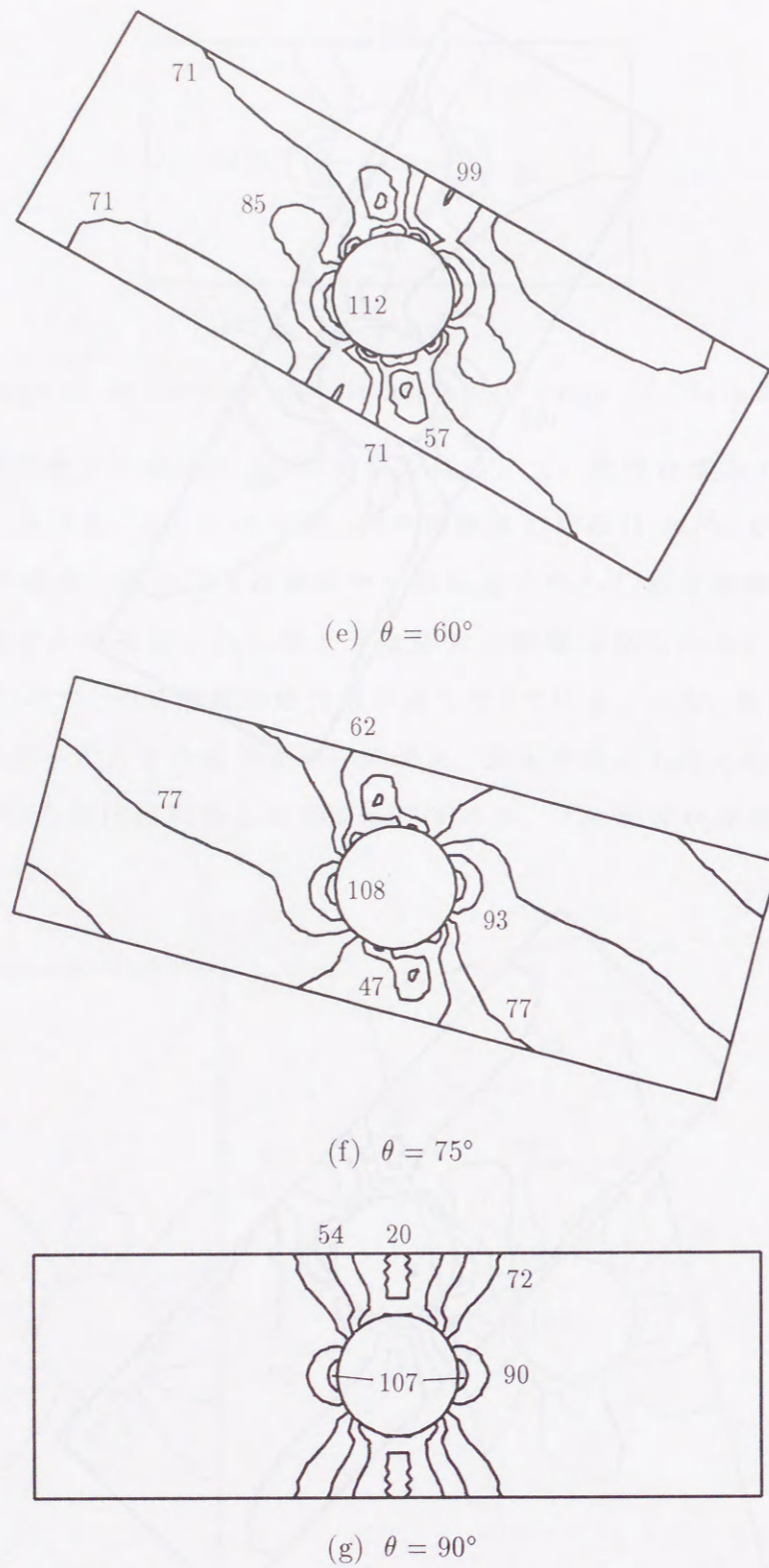
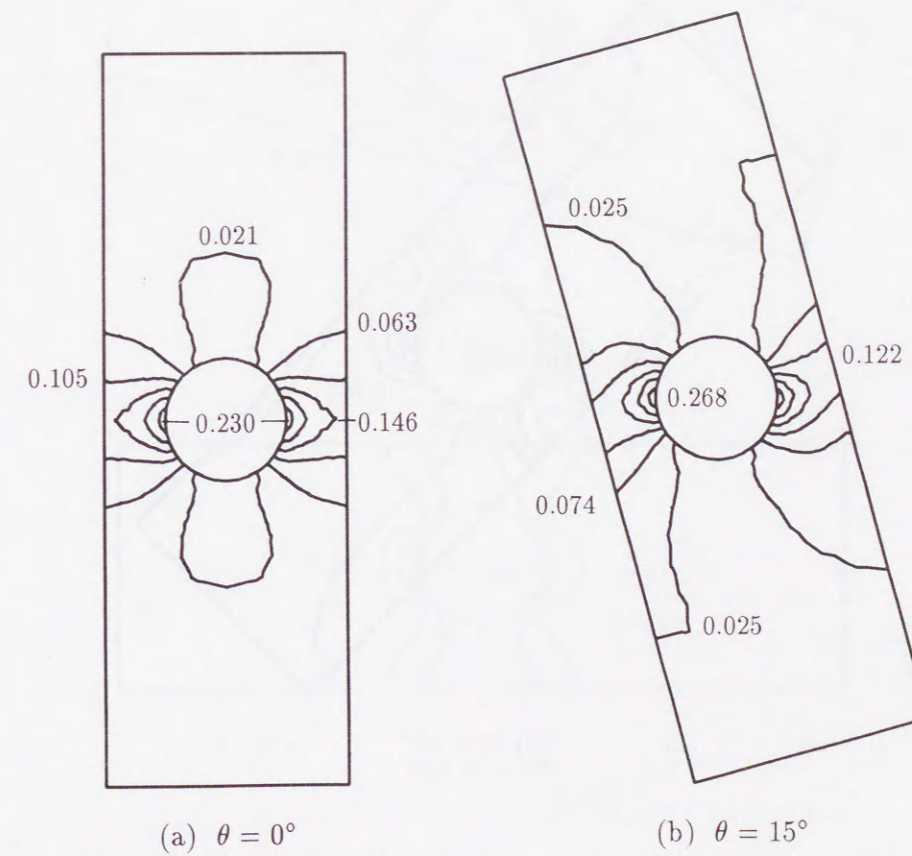
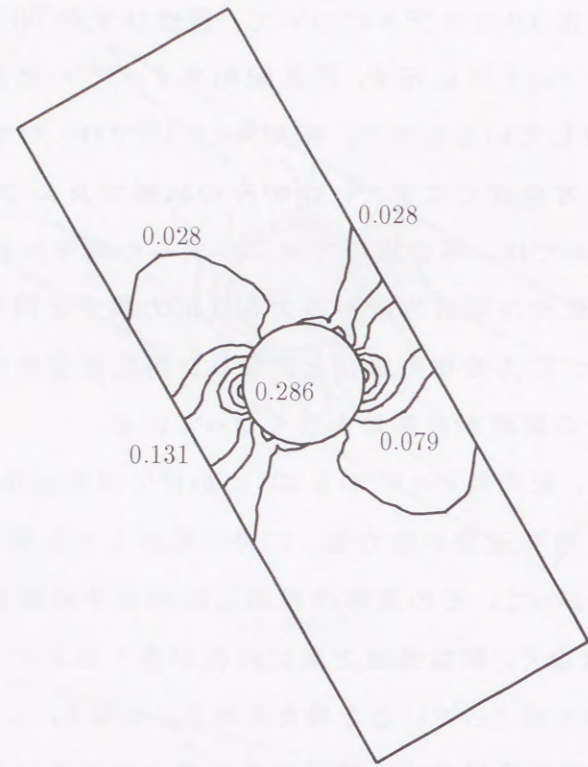


Fig.4.14 Distribution of equivalent stress ($L_2/L_1 = 3.0$)

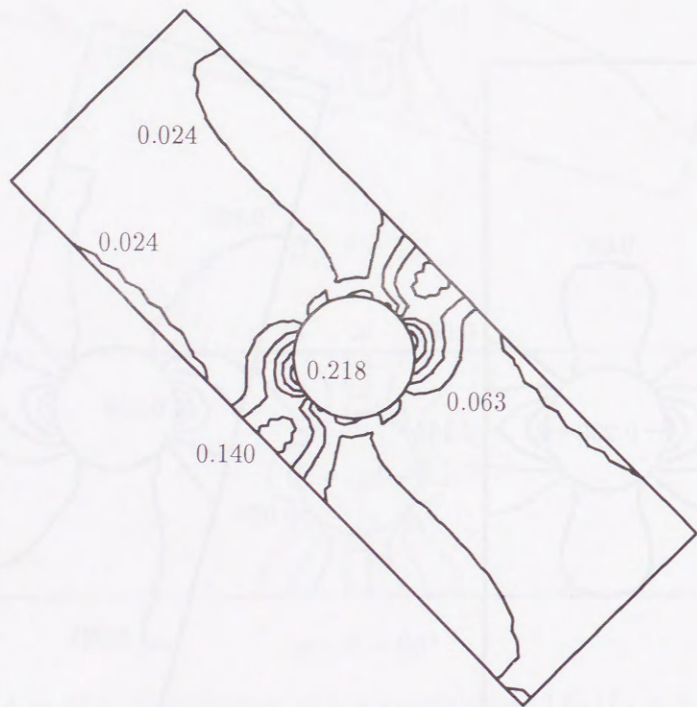
円孔配列格子の形状比 3.0 のモデルについて、塑性ひずみ 5.0% を与えた場合における、相当ひずみ分布を Fig.4.15 に示す。円孔配列角 $\theta = 0^\circ$ の場合、ひずみは主に単位セルの短辺方向に集中しているものの、配列角 $\theta = 15^\circ$ では、ひずみの分布範囲が広がり、単位セルの対角線方向近くまで、ひずみの伝播が及んでいる。しかしながら、配列角 $\theta = 30^\circ$ のモデルでは、再び短辺方向にひずみの集中が起こっている。さらに、配列角 45° からは、単位セル短辺方向への大きな応力集中と同時に、長辺方向にも応力の影響が現れており、応力分布の場合と同様に、円孔近傍のひずみの値は配列角とともに低下するが、その範囲が非常に大きくなっている。

以上に示したように、配列角 $\theta = 0^\circ$ から 30° にかけて円孔近傍応力値が高くなり、円孔配列角 $\theta = 0^\circ$ では、円孔近傍の応力値、応力勾配がともに低く、応力の分布範囲が広がっている。したがって、その変形は単純に配列格子の短辺方向あるいは荷重垂直方向に起こるのではなく、荷重垂直方向に円孔が多く並ぶモデルでは、実際に円孔近傍において応力緩和も起こっていると考えられる。つまり、このことが配列角 $\theta = 0^\circ$ から 30° にかけて、巨視的降伏応力や流動応力が低下するというモデルの巨視的な異方性を生じさせていると考えられる。

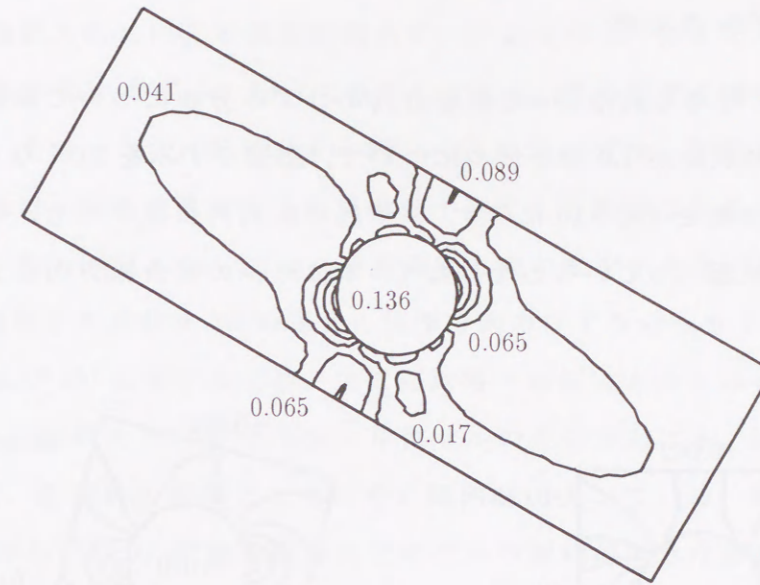




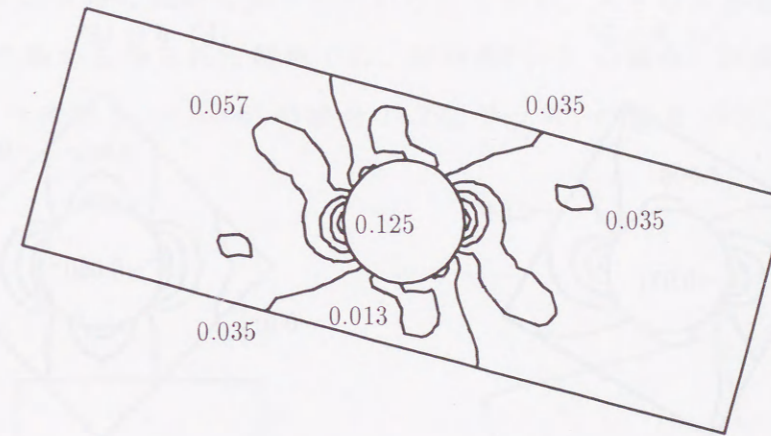
(c) $\theta = 30^\circ$



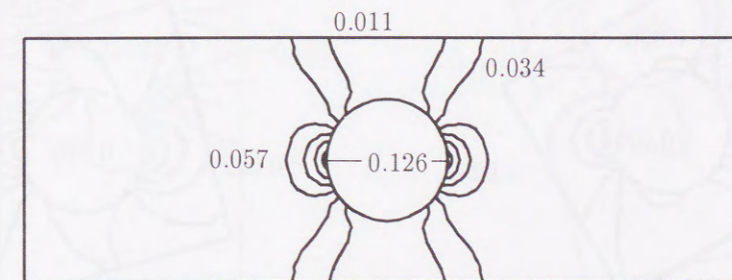
(d) $\theta = 45^\circ$



(e) $\theta = 60^\circ$



(f) $\theta = 75^\circ$



(g) $\theta = 90^\circ$

Fig.4.15 Distribution of equivalent plastic strain ($L_2/L_1 = 3.0$)

4.4.3 板厚ひずみの分布

ここで、実験では得られなかった板厚方向のひずみ分布について検討を行う。まず、円孔配列格子の形状比が 1.0 のモデルについて、塑性ひずみを 5.0% 与えた場合の、板厚方向のひずみ分布を Fig.4.16 に示す。いずれの配列角においても、荷重垂直方向にのみ板厚の減少が起こっているのではなく、単位セルの対角線方向にまで、板厚の減少が及んでいる。

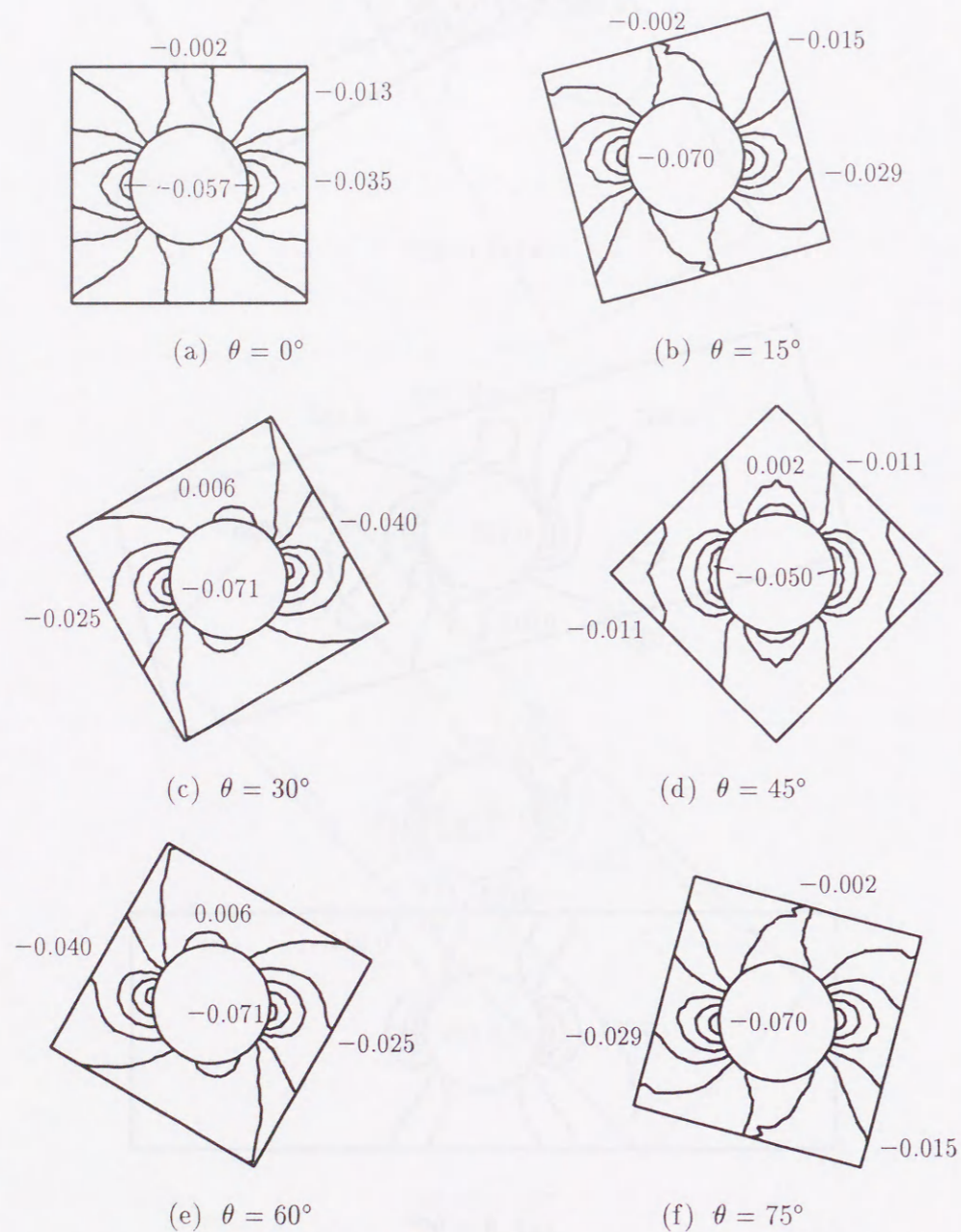
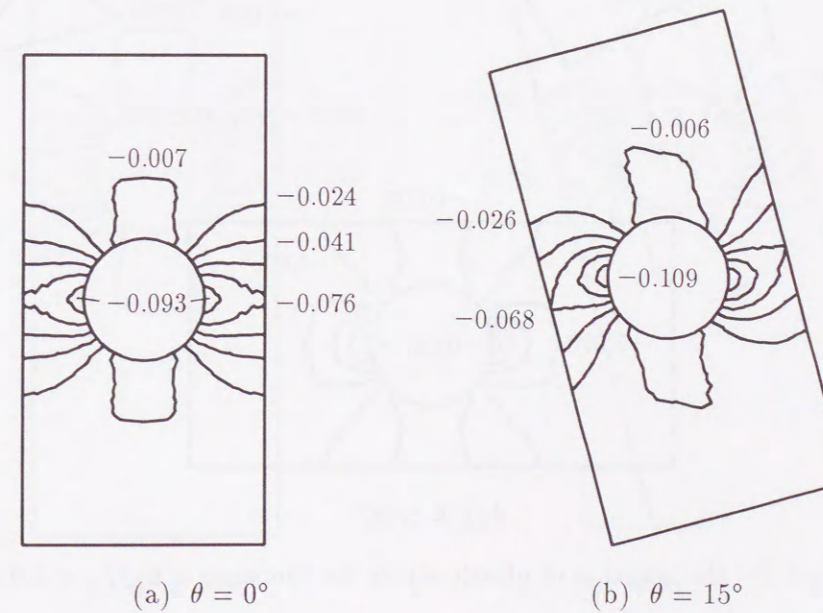


Fig.4.16 Distribution of plastic strain for thickness ($L_2/L_1 = 1.0$)

また、荷重垂直方向に円孔が並ぶ配列角 $\theta = 0^\circ$ および 45° のモデルでは、円孔近傍におけるひずみが他のモデルに比べて低下しており、応力集中の緩和が起こっていると考えられる。その一方で、配列角 $\theta = 30^\circ \sim 60^\circ$ においては、荷重方向に板厚が増加している。これは、荷重垂直方向への圧縮ひずみによる影響であると考えられるが、特に配列角 $\theta = 30^\circ \sim 60^\circ$ においては、荷重垂直方向の変形が大きいものと考えられる。

次に、配列格子の形状比 2.0 の場合の板厚方向のひずみ分布を Fig.4.17 に示す。配列角 $\theta = 0^\circ$ および 15° のモデルでは、主に配列格子の短辺方向において、板厚の減少が起こっている。配列角 $\theta = 30^\circ$ からは、単位セルの長辺方向にも、板厚ひずみの伝播が広がっており、配列角の増加とともにその範囲が拡大している。同時に、荷重方向には板厚が増加しており、荷重垂直方向にモデルの板幅の大きな減少が起こっているものと考えられる。

また、配列角 $60^\circ, 90^\circ$ では、円孔近傍における板厚ひずみが他のモデルと比較して小さく、ひずみ分布の勾配も低下していることから、大きな変形能を示すと考えられる。実際に実験から得られた結果では、配列角 $\theta = 0^\circ$ の場合、巨視的な破断ひずみが 5.1% であるのに対し、 $\theta = 60^\circ$ の場合 12.2%、 $\theta = 90^\circ$ の場合 16.3% と、非常に大きくなっている。



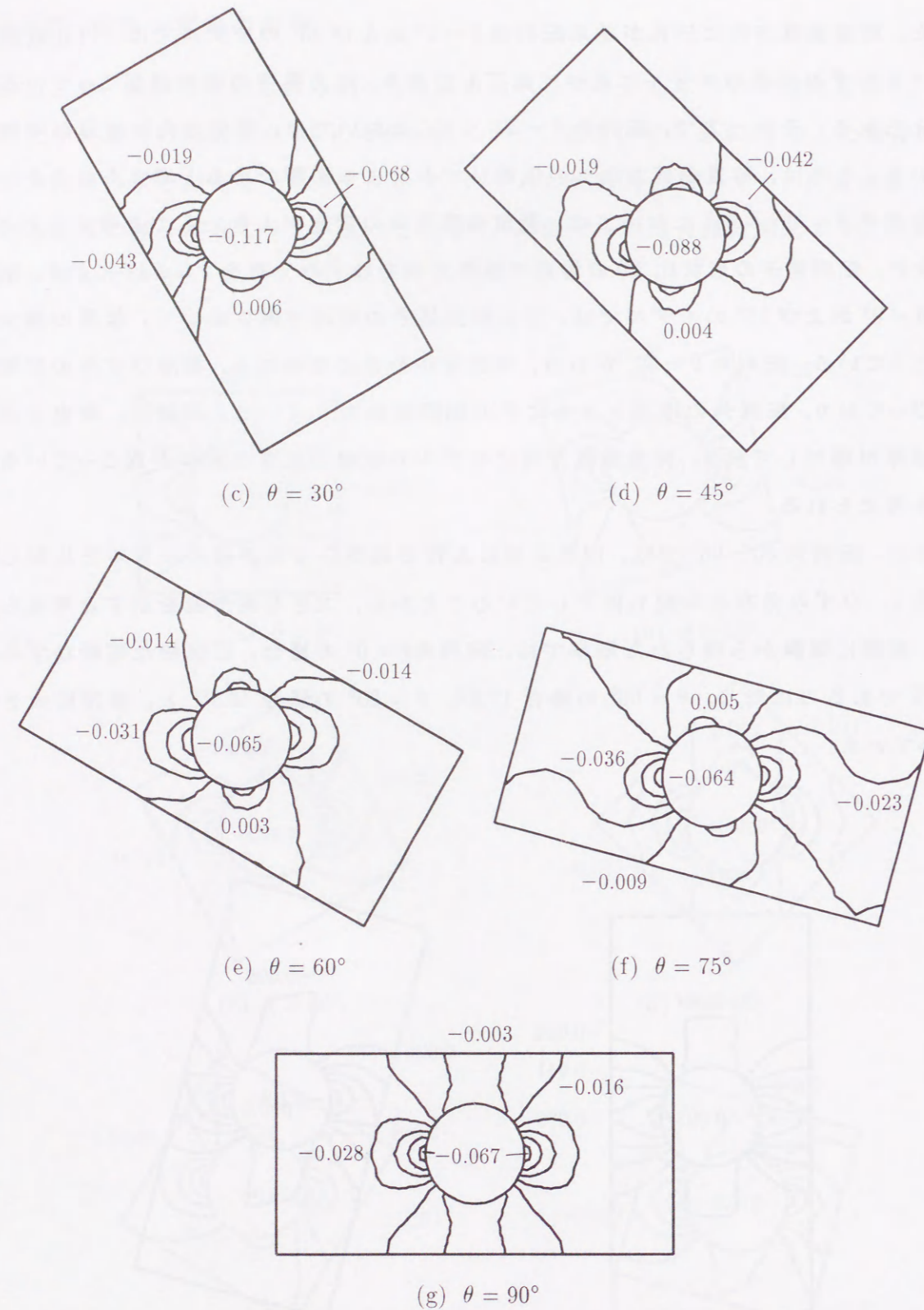
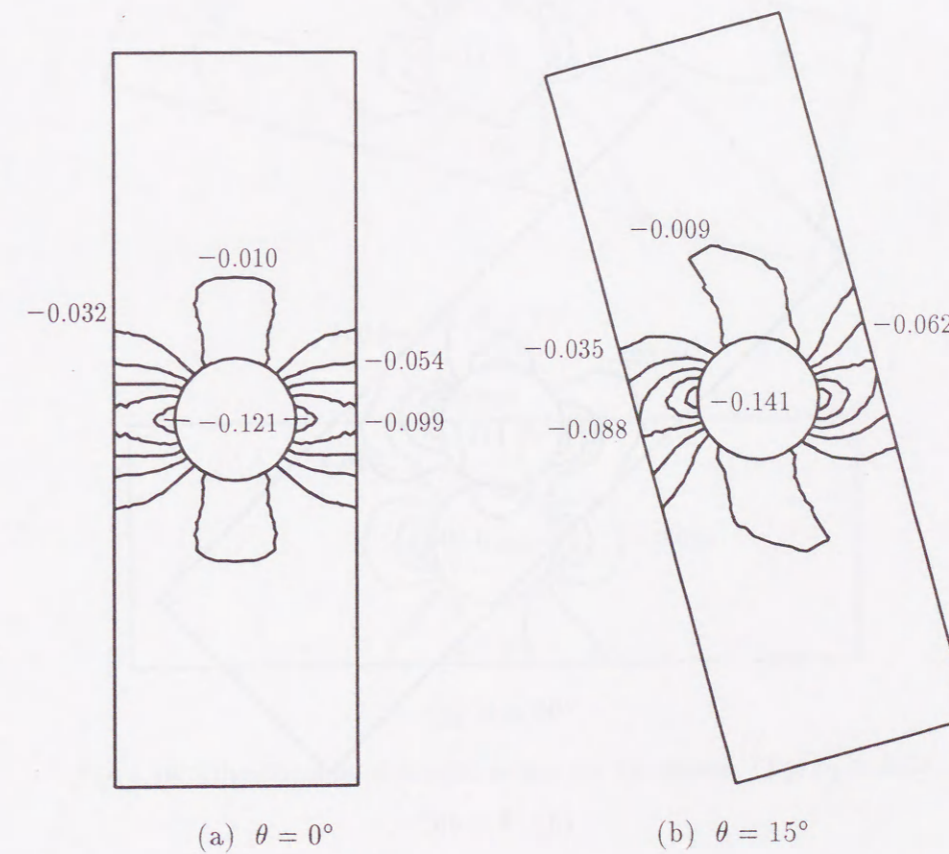
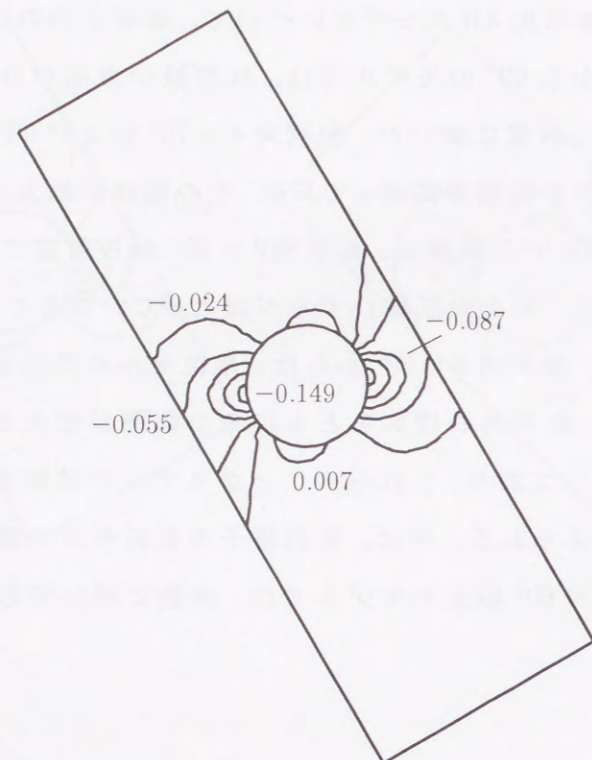


Fig.4.17 Distribution of plastic strain for thickness ($L_2/L_1 = 2.0$)

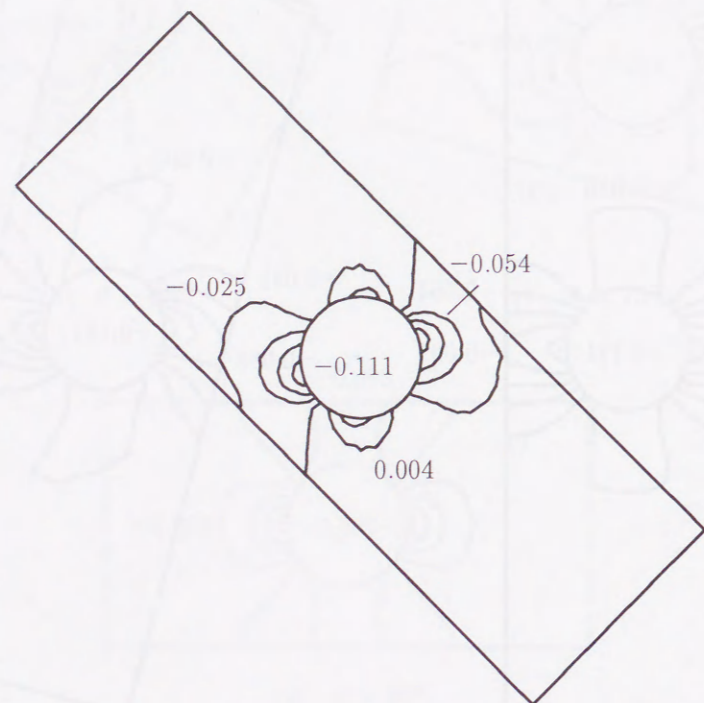
最後に、配列格子の形状比 3.0 のモデルについて、板厚方向のひずみ分布を Fig.4.18 に示す。配列角 $\theta = 0^\circ$ から 60° のモデルでは、板厚減少方向のひずみが伝播している範囲が、単位セルに対し非常に狭いが、配列角 $\theta = 75^\circ$ および 90° では、単位セルの長辺方向にも、板厚ひずみの伝播が広がっており、その範囲が拡大している。また、このモデルにおいてもこれまでと同様に、配列角 $\theta = 30^\circ$ から荷重方向に板厚が増加しており、荷重垂直方向には、大きな圧縮ひずみが起こっているものと考えられる。

以上に示したように、配列角 $\theta = 30^\circ$ からは、単位セルの長辺方向にも、板厚ひずみの伝播が広がっており、配列角の増加とともにその範囲が拡大している。同時に、荷重方向には板厚が増加しており、これらのことがモデルの破断形態、破断ひずみに大きく影響していると考えられる。特に、配列格子の長辺や対角線方向に板厚ひずみが伝播している配列角 $\theta = 60^\circ$ 以上のモデルでは、実験においても破断ひずみが大きくなっている。

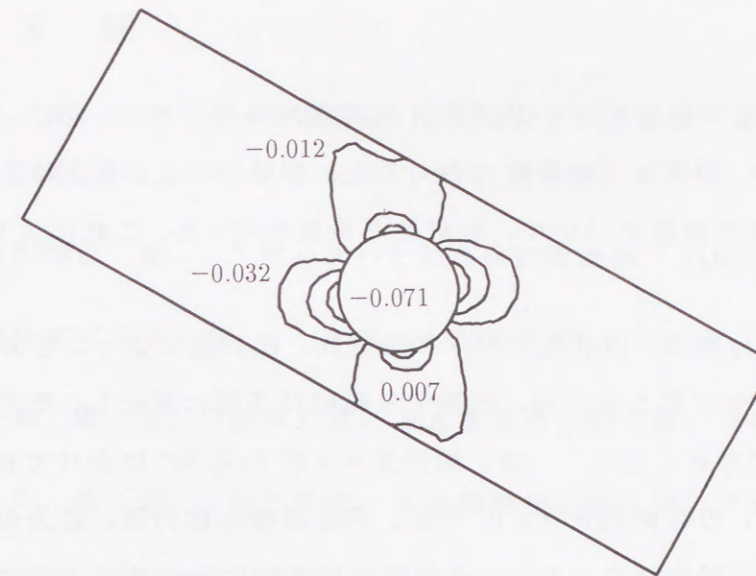




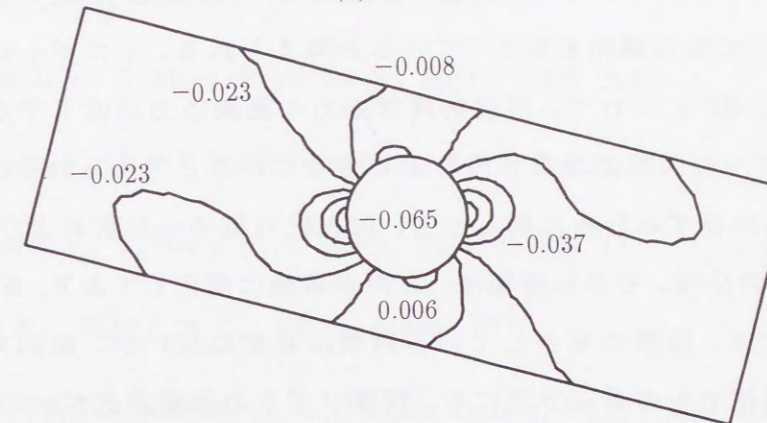
(c) $\theta = 30^\circ$



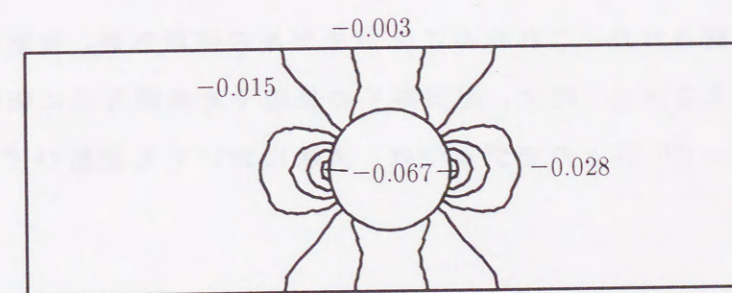
(d) $\theta = 45^\circ$



(e) $\theta = 60^\circ$



(f) $\theta = 75^\circ$



(g) $\theta = 90^\circ$

Fig.4.18 Distribution of plastic strain for thickness ($L_2/L_1 = 3.0$)

4.5 結 言

第4章では、多孔平板モデルにおける有限要素法解析を行い、応力、ひずみ分布を調べることで、前章までの実験で得られた、多数の円孔が配列された場合に現れる巨視的な異方性の原因について、解析的な検討を行った。これにより、以下の結果が得られた。

応力、ひずみの分布は、円孔配列格子の形状比、配列角によってさまざまに異なり、応力、ひずみの集中が起こる方向、伝播する範囲は多様に変化し、配列角の大きいほどその伝播範囲は大きくなる。一方、配列角 $\theta = 0^\circ$ から 30° にかけては、円孔近傍の応力値が高くなり、円孔配列角 $\theta = 0^\circ$ では、円孔近傍の応力値、応力勾配がともに低く、応力の分布範囲が広いことから、その変形は単純に配列格子の短辺方向あるいは荷重垂直方向に起こるのではなく、荷重垂直方向に円孔が多く並ぶモデルでは、実際に円孔近傍において応力緩和も起こっていると考えられる。したがって、このことが配列角 $\theta = 0^\circ$ から 30° にかけて、巨視的降伏応力や流動応力が低下するという、実験から得られたモデルの巨視的な異方性を生じさせていると考えられる。

また、板厚方向のひずみ分布に関しても、円孔配列格子の形状およびその配列角により、板厚ひずみの分布、その伝播範囲、方向が多様に変化しており、配列角 $\theta = 0^\circ$ から 45° のモデルでは、板厚の減少している範囲は非常に狭いが、配列角 $\theta = 60^\circ$ 以上のモデルでは、単位セルの長辺方向にも、板厚ひずみの伝播が広がっている。さらに、いずれの形状比のモデルについても、配列角 $\theta = 30^\circ$ から荷重方向に板厚増加方向のひずみが現れ、荷重垂直方向の大きな圧縮ひずみが起こり、円孔上部において板厚の増加することが確認された。これらのことがモデルの破断形態、破断ひずみに大きく影響していると考えられる。特に、配列格子の長辺や対角線方向に板厚ひずみが伝播している配列角 $\theta = 60^\circ$ 以上のモデルでは、実験においても破断ひずみが大きくなっている。

参 考 文 献

- (1) 鷲津久一郎, 宮本 博, 山田嘉昭, 山本善之, 川井忠彦 編, "有限要素法ハンドブック" (1983), 234, 培風館.
- (2) 日本材料学会 編, "初心者のための有限要素法" (1985), 46, 日本材料学会.
- (3) 日本塑性加工学会 編, "非線形有限要素法", (1994), 109, コロナ社.
- (4) 森謙一郎, 島 進, 小坂田宏造, 日本機械学会論文集, A45-396 (1979) 955.
- (5) 森謙一郎, 島 進, 小坂田宏造, 日本機械学会論文集, A45-396 (1979) 965.
- (6) 佐々木知之, 吳屋守章, 宮城清宏, 糸村昌祐, 末吉敏恭, 日本機械学会論文集, A61-591 (1995) 2435.
- (7) Tvergaard, V., J. Mech. Phys. Solids, **30**(4) (1982) 265.
- (8) Tvergaard, V., Int. J. Solids Structures, **18**(8) (1982) 659.
- (9) Tvergaard, V., J. Mech. Phys. Solids, **35**(1) (1987) 43.
- (10) 楯列俊夫, 塑性と加工, **36**-143 (1995) 671.
- (11) Meguid, S.A., Kalamkarov, A.L., Yao, J., Zougas, A., J. Engng. Material and Technology, **118** (1996) 43.

第5章 不規則分布多孔平板における円孔分布形態と塑性変形との関係

5.1 緒言

欠陥や微視空孔などによる損傷を有する材料の、力学的特性を評価するにあたって、材料の内部構造を定量的に表現することは、非常に重要である。実材料において、その損傷の分布形態を考えると、決して規則的なものではなく、ある偏りを持って不均一に分布していると考えられる。したがって、損傷の分布形態や損傷の相互作用、あるいは成長過程を定量的に評価し、材料の巨視的な力学特性との関係を明らかにすることは、困難である。

第1章で述べたように、損傷量の評価に関しては、Kachanov⁽¹⁾が損傷変数を用いて、損傷を有する材料の延性破壊モデルやクリープ変形における損傷成長について検討を行っているが、損傷を評価する量としてはスカラー量であった。これに対して、村上・大野^{(2)~(5)}は方向性を考慮した損傷テンソルを用いて検討を行っていることに触れた。第2章では、この損傷テンソルを用いて、規則的に円孔を配列した第一近似的なモデルについて、損傷状態の定量的な評価を行った⁽⁶⁾。

しかしながら、円孔を不規則に分布させたモデルについては、Dubensky, Magnusenら⁽⁷⁾⁽⁸⁾が、円孔間距離と破断形態との関係を述べているものの、これまで円孔が不規則に分布する場合の、損傷状態の定量的な評価はなされておらず、損傷状態とモデルの塑性変形、破断形態などの関係については不明な部分が多い。

本章では、前章までの結果を踏まえ、より実際に即したモデルについての検討を行うという点から、円孔を不規則に分布させたモデルを設定した。円孔分布形態の評価方法としては、ボロノイ (Voronoi) 領域分割法⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾ および金谷^{(11)~(13)}によって示されているステレオロジーの手法を用いた方法を提案するとともに、その妥当性を実験的に評価する。この円孔分布形態の評価方法から、材料の損傷状態の定量化に結びつけることを考え、村上・大野^{(2)~(5)}、長岐ら^{(14)~(16)}による損傷テンソルを用い、円孔分布形態と巨視的な力学特性、局所的な変形、破断形態との関係について検討する⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾。

5.2 円孔分布形態の評価法

規則的に円孔を配列したモデルについては、第2章で述べたように、単位セルの各辺に対する円孔の面積分率を損傷量として、円孔による損傷状態を近似的に評価できることを示した。

しかし実材料では、その内部に存在する損傷の分布形態は不規則であり、その材料の力学特性を知るには、内部構造を評価する何らかの方法が必要となる。本研究では、不規則円孔分布モデルにおける損傷状態を、巨視的あるいは局所的に等価な損傷量を有する単純モデルに置き換えることにより、評価することを考える。すなわち、不規則円孔分布モデルについて、2.3.1節で示した対応する単純モデルの異方性主軸方向と、直交する2軸を持つ単位セルを決定する方法として、ボロノイ領域分割法およびステレオロジーを用いた評価方法を提案する。

5.2.1 ボロノイ領域分割法

ボロノイ領域分割法は、Fig.5.1に示すような N 個の点の集合 S （円孔の中心点、ここでは母点と呼ぶ。）があるとき、集合 S の母点 P_i と母点 P_j に隣接する母点 P_j のなす線分 P_iP_j の垂直二等分線によって母点 P_i を一つの凸多角形（ボロノイ多角形）で囲み、これを N 個すべての点について行い、集合 S の領域を多角形分割する方法である。このボロノイ多角形は隣接する二点間の垂直二等分線によって構築されるため、平面上に分布する集合 S の母点 P_i に対して、集合 S の他のどの点よりも母点 P_i に近い平面上の点の集合として定義される領域である。

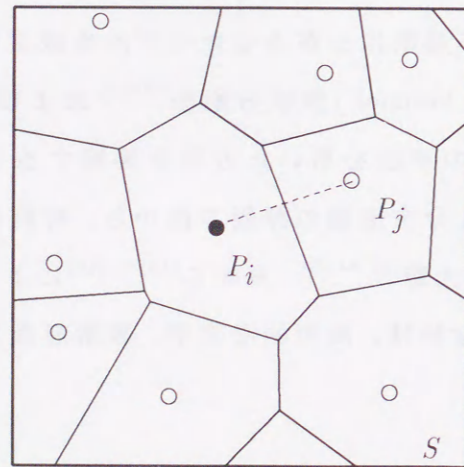


Fig.5.1 Voronoi tessellation

すなわち、ボロノイ多角形は母点間の距離および方向などの近接関係情報を含んだ、母点の勢力圏とみなすことができる。このボロノイ多角形の平均形状から損傷量を代表する単位セルを決定する。

5.2.2 分布密度関数

次に、ボロノイ領域分割によって得られた凸多角形の形状および方向を、多角形を構成する線分群の任意の方向 θ への分布密度によって代表させ、円孔による損傷を評価するための単位セルを決定することを考える。

Fig.5.2に示すような線分群があるとき、線分の分布と配向性を、金谷^{(11)~(13)}は以下のように定義した。

任意に定めた $x-y$ 座標系において、各線分は x 軸とのなす角と長さによって決定され、線分群の分布密度を、方向 θ と $\theta+d\theta$ の間における線分の総長が、単位面積当たり $\eta(\theta)d\theta$ であるとする。

このとき、 θ から $\theta+d\theta$ の間にある各線分の任意の方向 Θ への投影長さの和が全線分の総長に占める割合 $N(\Theta)$ は、期待値として、

$$N(\Theta) = \int_0^{2\pi} |\sin(\Theta - \theta)| \eta(\theta) d\theta \quad (5.1)$$

と表すことができ、この $N(\Theta)$ を観測によって求めることで、分布密度関数が決定される。ここで、線分の任意の方向 Θ への投影長さが原点について点対称であることを考慮すると、観測値である $N(\Theta)$ は $0 < \Theta < 2\pi$ の周期関数としてFourier級数によって、

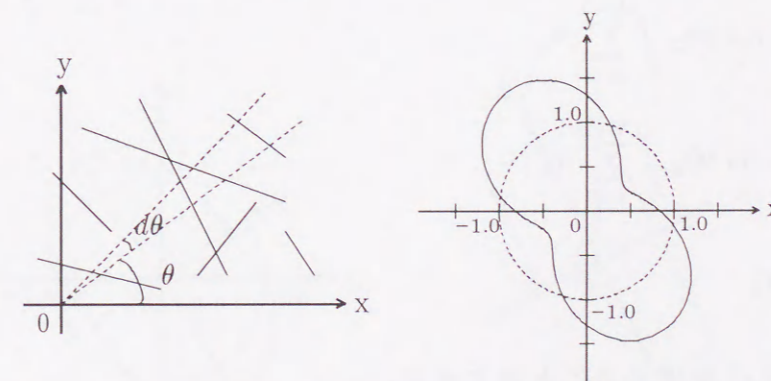


Fig.5.2 Distribution density of line segments