

地域間労働移動と内生的経済変動の発生

横尾 昌紀*

概要

本稿は、資本蓄積と適応的予見を含む、2つの地域からなる世代重複モデルを提示する。シミュレーションにより、地域格差に基づく労働移動の可能性が周期変動、準周期変動、カオス的変動などの持続的な内生的経済変動を生み出す要因となりえることを見出す。

abstract

This paper provides a two-regional overlapping generations model with capital accumulation and adaptive foresight. By numerical simulations we find that labor mobility due to the regional disparity can cause persistent endogenous economic fluctuations, including periodic, quasi-periodic, and chaotic dynamics.

はじめに

平成元年度以降に関して、住民基本台帳をベースにみると、平成11年度を境に、岡山県の人口増加数は正から負へと変化した。この背後にある自然増加数（出生数－死亡数）は一貫して正である一方、社会増加数（転入数－転出数）は、平成元年度から平成3年度までは負、平成4年度から平成6年度までは正、以降平成8年度にわずかに正に転じた場合を除いて負となっている。表1を参照のこと。最近の岡山県の人口の減少は就職や転勤などによる県外からの転入の減少という社会減少によるものであるといえる（岡山県経済ダイジェスト2003年度）。

* 本研究は文部科学省からの資金援助（科学研究費補助金・若手研究(B) No.14730016）を得て行われている。

年度	自然増加数（人）	社会増加数（人）	人口増加数（人）
平成1年	4,336	△ 2,728	1,608
平成2年	3,872	△ 1,423	2,449
平成3年	3,346	△ 1,356	1,990
平成4年	2,939	1,197	4,136
平成5年	2,414	1,477	3,891
平成6年	2,660	1,621	4,281
平成7年	2,382	△ 244	2,138
平成8年	2,825	121	2,946
平成9年	3,003	△ 375	2,628
平成10年	2,468	△ 243	2,225
平成11年	1,386	△ 2,107	△ 721
平成12年	2,582	△ 2,717	△ 135
平成13年	1,889	△ 2,190	△ 301

表1：岡山県の人口動態

参照：岡山県経済ダイジェスト

我々がここで着目したいのは、経済主体の選択の結果生じた社会増加数（純転入数）の非単調な変動である。10数年の間に岡山県の社会増加数は年単位でみて複数回に渡る正負の循環的変動を呈している。本稿の目的は、このような社会増加数の変動を内生的に説明するマクロ経済動学モデルを提示し、そこから発生する経済変動のパターンを数値計算を通じて観察することである。社会増加数の変動、あるいはより単純化して、労働移動の要因はなんらかの意味での地域格差に基づくものであろうと考えられる。賃金の地域格差に基づく労働移動による動学モデルはいくつか文献にみうけられる。例えば、Fujita *et al* (1999) は、収穫遞増による非凸性に依拠する、Krugman (1991) で提示されたモデルの動学版を分析している。そこでは進化ゲーム理論でよく用いられる複製動学(replicator dynamics)に類似した形で、地域間平均実質賃金率からの実質賃金の乖離に依存して労働人口が移動するようにモデルの動学化がなされている。Yokoo (2001) は Krugman モデルのひとつの離散動学版を提示し、カオス的な労働移動パターンが生じる可能性を数値的に検討した。Matsuyama (1992) は 2 地域経済を考え、賃金格差により労働移動が生じる連続時間モデルを提示し、その遷移動学を分析している。

我々は経済学の文献で頻繁に用いられる生産を含む世代重複モデルを基礎にして、2 地域経済モデルを構築する。経済主体は労働市場に入る前に居住地域を選択すると仮定するが、効用最大化行動と矛盾しないように、労働移動は、適応的な将来予測に基づき、各地域に移住した場合に得られるであろう効用水準を比較することでなされるとする。我々は、モデル整合的な完全予見

仮説を放棄して、適応的な期待形成仮説として最も単純な近視眼的期待（静学的期待とも呼ばれる）を用いるが、これはより洗練された複雑な適応的行動を考える際の出発点となるので依然として重要であろう。生産を含む世代重複モデルで、完全予見および近視眼的期待に対する動学を比較した研究として、例えば、Michel and de la Croix (2000)をみよ。

数値計算の結果、我々の提示する2地域モデルで内生的に周期的変動やカオス的変動が発生することが見出される¹⁾。1地域モデルでは、我々の設定のもとで、そのような内生的な変動が生じないため、労働移動が許容されているという地域的な結合自体が経済変動（人口変動や地域的景気循環）の要因となる可能性が示されたことになる。これは先に述べた岡山県の人口の社会増加数の変動と整合的かもしれない。

本稿は以下のように構成される。この節以降の第2節で閉鎖地域経済モデルを比較基準として分析し、循環的変動が生じないことを確認する。第3節では、2地域経済モデルを導出する。第4節では、2地域経済モデルの簡単なシミュレーションを行い、内生的な経済変動が生じることをみていき、第5章で結果をまとめることにする。

2 “閉鎖地域経済” の場合

ベンチマークとして、まずははじめに1つの地域、あるいは他の地域から孤立した地域からなる経済モデルを考える。このモデルは単にDiamond (1965)による、よく知られた世代重複モデルの特殊形である。

消費者が2期間（若年期、老年期）生きる、離散時間の世代重複モデルを考える。簡単のため人口を一定とする。消費者は若年期に1単位の労働時間をもち、それを非弾力的に労働市場に供給する。老年期には労働供給を行わない。陽表的なモデルを得るために、代表的消費者がCobb-Douglas型の効用関数をもつと仮定する。期間 t に若年期にある代表的消費者の効用最大化問題は以下の通り。

$$\text{maximize} \quad u(c_{y,t}, c_{o,t+1}) = c_{y,t}^{1-\alpha} c_{o,t+1}^\alpha \quad (0 < \alpha < 1) \quad (1)$$

subject to

$$c_{y,t} + s_t = w_t, \quad (2)$$

$$c_{o,t+1} = \bar{R}_{t+1} s_t. \quad (3)$$

1) 我々のモデルは結果的に5次元の離散時間系となるが、高次元の世代重複モデルにおけるカオス的変動を分析した研究として、例えば、de Vilder (1996) およびYokoo (2000)をみよ。

ここで、 $c_{h,j}$ は期間 j における若年 ($h = y$) あるいは老年 ($h = o$) の消費者による消費水準、 w_t は実質賃金率、 s_t は貯蓄水準、 \bar{R}_{t+1} は期待粗実質利子率である。これより最適な貯蓄水準 s_t^* は、

$$s_t^* = \alpha w_t \quad (4)$$

となる。Cobb-Douglas 関数の特殊性により、最適な貯蓄水準が期待利子率に依存しないことに注意する。消費者が完全予見 (perfect foresight) をもつならば、

$$\bar{R}_{t+1} = R_{t+1},$$

適応的 (adaptive) あるいは近視眼的 (myopic) 期待をもつならば、例えば、

$$\bar{R}_{t+1} = R_t$$

となる。ただし、 R_t は期間 t の粗実質利子率である。

一方、perishable な単一財を生産する代表的企業は、集約型の Cobb-Douglas 型生産関数

$$f(k_t) = k_t^\beta, \quad 0 < \beta < 1 \quad (5)$$

β より特徴付けられていると仮定する。ただし、 k_t は期間 t における資本労働比率であり、 β は資本分配係数である。利潤最大化の 1 階の条件より、

$$w_t = f(k_t) - k_t f'(k_t) = (1 - \beta) k_t^\beta, \quad (6)$$

$$R_t = f'(k_t) = \beta k_t^{\beta-1}. \quad (7)$$

貯蓄投資均衡と (4) 式および (6) 式より、この経済は 1 階の差分方程式

$$k_{t+1} = \alpha(1 - \beta) k_t^\beta \quad (8)$$

により特徴づけられる。任意の正の初期条件 $k_0 > 0$ に対して、(8) の解軌道 $\{k_t\}_{t=0}^\infty$ は単調に正の定常状態

$$[\alpha(1 - \beta)]^{\frac{1}{1-\beta}}$$

に収束することが分かる。したがって、ここでの設定のもとでの閉鎖地域経済では、完全予見の場合であれ近視眼的期待形成の場合であれ、循環的な経済変動は生じない²⁾。

3 基本モデル：開放地域経済の場合

3.1 地域選択

次に、2つの地域、地域1と地域2、を考える。労働移動の効果に焦点を合わせるために、地域間での財（消費財および生産財として）の交易はできないと仮定しよう。労働移動は人生において一度だけ可能であり、若年期の消費者が労働市場に入る「前」に、生まれた地域に留まるか、あるいは他の地域に移住するかの意思決定がなされると仮定する。つまり、労働市場に入る前に、一度移住しないと決定すれば生涯生まれた地域から出ることはなく、逆に、一度移住してしまえば生まれた地域に戻ることはない想定している。混乱を避けるために、消費者は2期間（若年期と老年期）ではなく3期間生きるとしよう。生まれた時点（たとえば期間 $t-1$ ）を便宜的に「青年期」と呼び、この期間に移住の意思決定を行う。移住決定後の労働市場に入る期間（期間 t ）を、閉鎖地域経済モデルと同じように「若年期」と呼び、そして、引退し消費だけを行う期間（期間 $t+1$ ）を同様に「老年期」と呼ぼう。

人口は常に一定と仮定しているので、両地域のひとつの世代の総人口のサイズを1と規格化しよう。移住の意思決定が行われた「後」の若年期（期間 t ）に地域 i ($i = 1, 2$) に住む人口を x_{it} とすれば、対応する地域 j ($j \neq i$) の人口は $x_{jt} = 1 - x_{it}$ となる。ひとつの地域での若年期の人口はその土地で同じサイズの人口の子を生むので、期間 t においては、地域 i の青年期の人口が、親である若年期の人口と同じく x_{it} であることに注意する。

いま3期間 $t-1, t, t+1$ に渡って生きる消費者の行動を考える。最後の意思決定から後ろ向きに解く。期間 $t-1$ に地域 i ($i = 1, 2$) で生まれた個人は、期間 t の若年期に地域 j にいるとする。もし $i = j$ なら、つまり、移住しなかったならば、若年期の問題は閉鎖地域経済と同じであり、消費者は1単位の労働を労働市場に供給し賃金 w_{it} を得、

$$\alpha_i w_{it} \quad (9)$$

を貯蓄する。ここで添え字の i は地域を表す。効用関数のパラメータ α_i は個人が生まれた場所

2) この結果は生産関数や効用関数の形状に強く依存した結果である。例えば、効用関数がより一般的なCES関数で、経済主体が近視眼的期待を持つ場合、カオスなどの持続的な変動が生じることが知られている。例えば、Michel and de la Croix (2000)を参照。

に依存して決まると仮定している。一方、 $i \neq j$ ならば、つまり、移住を決定したならば、移住のための費用を考慮しなければならない。そのために、移住をする場合は「労働機会の一部を失う」と仮定する。具体的には、移住により供給できる労働は δ ($0 \leq \delta \leq 1$) 単位に減少すると仮定する。その結果、地域 j へ移住した個人の賃金は δw_{jt} となり、

$$\delta \alpha_i w_{jt} \quad (10)$$

の貯蓄がなされる。

青年期の期間 $t - 1$ に限り、地域選択の問題を考える。移住するかどうかの決定は効用水準で測られる、予想される地域格差に依存すると仮定しよう。地域 i で生まれた消費者が移住せずに得られる期待最大効用を V_{it}^{home} 、地域 j ($j \neq i$) に移住して得られる期待最大効用を V_{it}^{away} と書けば、(9) および(10) と Cobb-Douglas 型効用関数より、

$$V_{it}^{\text{home}} = A(\alpha_i) \bar{R}_{it+1}^{\alpha_i} \bar{w}_{it}, \quad (11)$$

$$V_{it}^{\text{away}} = \delta A(\alpha_i) \bar{R}_{jt+1}^{\alpha_i} \bar{w}_{jt}. \quad (12)$$

ただし、 $i \neq j$ 、および $A(z) = (1 - z)^{(1-z)} z^z$ である。 \bar{R} および \bar{w} はそれぞれ R と w の予測値を表す。

青年期の消費者は期間 $t - 1$ に将来の期間 t や $t + 1$ に実現されるであろう変数を予想して地域選択を行う。我々は‘平均的’消費者が最も単純な適応的期待形成である近視眼的期待を抱くと仮定する。その結果、平均的消費者は期間 $t - 1$ に実現している値が将来も続くと予想するので、

$$\bar{R}_{it+1} = R_{it-1}, \quad (13)$$

$$\bar{w}_{it} = w_{it-1} \quad (14)$$

となる。地域 i の青年期の平均的消費者が期間 $t - 1$ に抱く期待地域格差を

$$\bar{\Delta}_{it} = V_{it}^{\text{home}} - V_{it}^{\text{away}} \quad (15)$$

と定義すれば、近視眼的期待形成と(6) および(7) より、 $i \neq j$ に対し、

$$\bar{\Delta}_{it} = A(\alpha_i) \left[\beta_i(1 - \beta_i) k_{it-1}^{\beta_i - \alpha_i(1-\beta_i)} - \delta \beta_j(1 - \beta_j) k_{jt-1}^{\beta_j - \alpha_i(1-\beta_j)} \right]. \quad (16)$$

ランダムに抽出された消費者 h の地域格差に対する予測 Δ_{it}^h が

$$\bar{\Delta}_{it} = \Delta_{it}^h + \varepsilon_{ht}$$

で与えられているとする。陽表的なモデルを得るため、確率項 ε_{ht} は、地域 i に関して同一の分布関数

$$F_i(z) = \frac{1}{1 + \exp[-\theta_i z]} \quad (17)$$

をもつ logistic 分布から独立に抽出されていると仮定する。 $\Delta_{it}^h \geq 0$ のとき、かつそのときにのみ、消費者 h は移住しないので、このとき期間 $t - 1$ の時点で、地域 i における青年期の消費者のうち移住しないを選択した消費者の割合は

$$F_i(\bar{\Delta}_{it}) = \frac{1}{1 + \exp[-\theta_i \bar{\Delta}_{it}]} \quad (18)$$

で与えられる。パラメータ $\theta_i (> 0)$ は消費者間の選好の異質性 (heterogeneity) の度合いを表すと解釈できる³⁾。 θ_i が大きいほど異質性の度合いは小さく、 $\theta_i \rightarrow +\infty$ のとき同質であるとみなせる。

3.2 モデルを閉じる

前節の議論から、期間 $t - 1$ において、地域 i に留まることを選択した青年期の人口は

$$F_i(\bar{\Delta}_{it}) x_{it-1}$$

である。一方、地域 j から地域 i に移住することを選択した青年期の人口は

$$(1 - F_j(\bar{\Delta}_{jt})) x_{jt-1}$$

となる。したがって期間 t における地域 i ($i = 1, 2$) の若年期の消費者の人口は

$$x_{it} = F_i(\bar{\Delta}_{it}) x_{it-1} + (1 - F_j(\bar{\Delta}_{jt})) x_{jt-1} \quad (19)$$

3) 異質性と動学的な複雑性の関係についての研究として、例えば、Onozaki *et al* (2003) を参照のこと。

で与えられる。地域 i で期間 t に供給される労働 L_{it} は、移民の労働機会が一部失われていることを考慮すると、

$$L_{it} = F_i(\bar{\Delta}_{it}) x_{it-1} + \delta(1 - F_j(\bar{\Delta}_{jt})) x_{jt-1} \quad (20)$$

となる。地域 i で期間 t に、その地域で生まれた消費者によってなされた貯蓄は、

$$\alpha_i w_{it} F_i(\bar{\Delta}_{it}) x_{it-1}$$

となる。

同様に、移民によってなされた貯蓄は

$$\delta \alpha_j w_{it} (1 - F_j(\bar{\Delta}_{jt})) x_{jt-1}.$$

よって、

$$w_{it} = (1 - \beta_i) k_{it}^{\beta_i}$$

に注意すると、(8)式に対応する均衡式は、 $i = 1, 2$ 、 $j = 1, 2$ 、 $i \neq j$ に対して、

$$k_{it+1} L_{it+1} = (1 - \beta_i) k_{it}^{\beta_i} [\alpha_i F_i(\bar{\Delta}_{it}) x_{it-1} + \delta \alpha_j (1 - F_j(\bar{\Delta}_{jt})) x_{jt-1}] \quad (21)$$

となる。ここで(21)式の右辺は地域 i での総貯蓄（＝総投資）を表す。ただし、

$$x_{it} + x_{jt} = 1. \quad (22)$$

最終的に、我々の2地域経済モデルは、(16)、(18)、(19)、(20)、(21)、(22)式により記述される。以下、このモデルが生み出す動学的挙動を計算機によってシミュレートする。

4. シミュレーション

この節では、前節で提示した開放地域モデルが、閉鎖経済モデル(8)と異なり、複雑な変動を呈することを数値計算によりみていく。

どのような変動パターンがありえるかを観察するために分岐図をみてみよう。

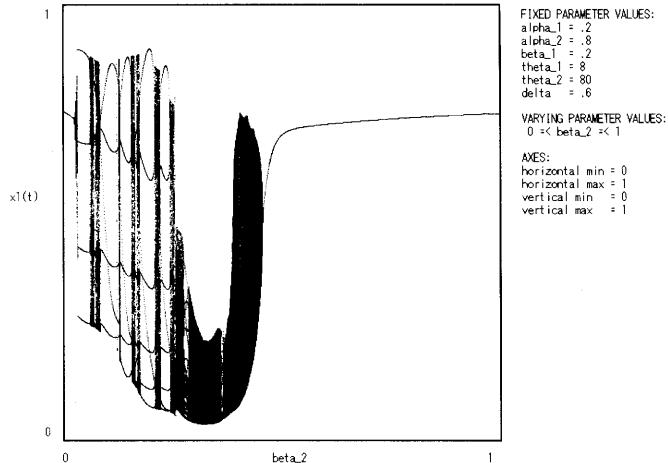


図 1：分岐図

図 1 は、 β_2 （地域 2 の Cobb-Douglas 型生産関数の資本分配係数）を 0 から 1 まで動かしたときの、各 β_2 に対する地域 1 の若年世代の人口の流列 $\{x_{it}\}$ を表示している。ただし、他のパラメータは以下のように固定してある。

$$\alpha_1 = 0.2, \quad \alpha_2 = 0.8, \quad \beta_1 = 0.2, \quad \theta_1 = 8, \quad \theta_2 = 80, \quad \delta = 0.6.$$

比較的小さな β_2 と大きな β_2 に対して、定常状態が漸近安定となることがわかる。その場合、賃金率や利子率に関する消費者の予測は時間経過とともに自己実現的となり、漸近的に完全予見均衡が達成されることになる。一方、中間的な β_2 の値に対しては、持続的な循環が発生している。拡大した分岐図を図 2 に示す。

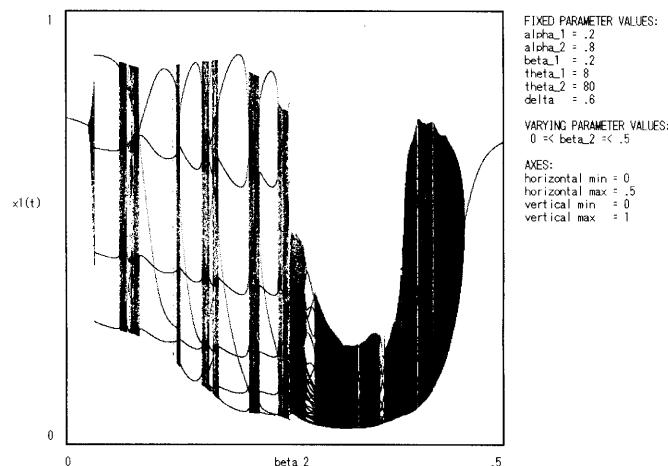


図 2：分岐図（拡大図）

図3は、 $\beta_2 = 0.2$ に固定し、 δ （地域間の‘距離’あるいは移住費用に関するパラメータ）を0から1まで動かしたときの分岐図である。小さな δ に対して、すなわち、地域間の距離が遠い、あるいは、移住の費用が高いとき、定常状態が漸近安定となる一方、 δ が大きいときには内生的な人口変動が生じることがみてとれる。

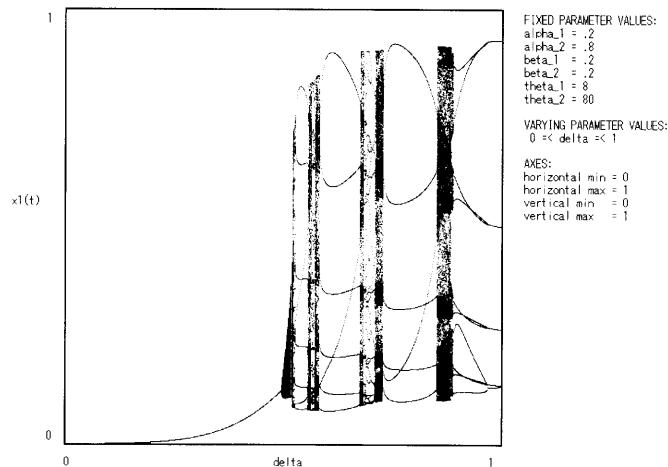


図3：分岐図

図1および図2の分岐図に対応するパラメータの設定に戻り、いくつかの β_2 の値に対応するアトラクタ（周期アトラクタ、準周期アトラクタ、カオスアトラクタ）を $x_{1t}-x_{1t+1}$ 平面上にプロットしてみる。図4—図9をみよ。

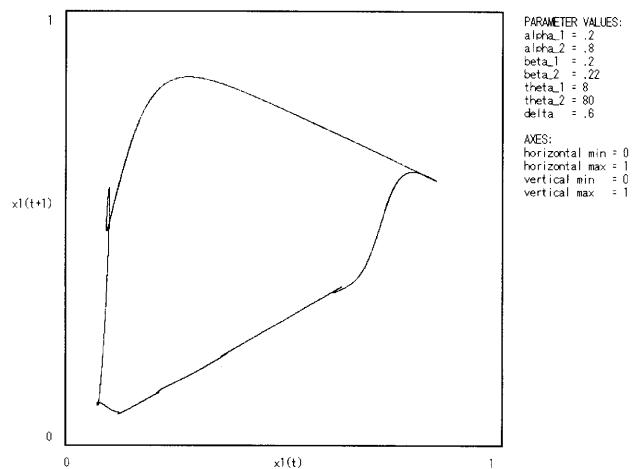


図4： $\beta_2 = 0.22$

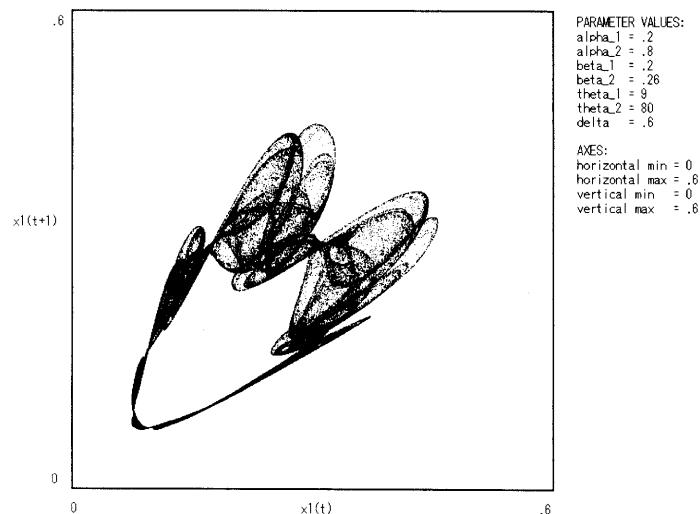


図 5 : $\beta_2 = 0.26$

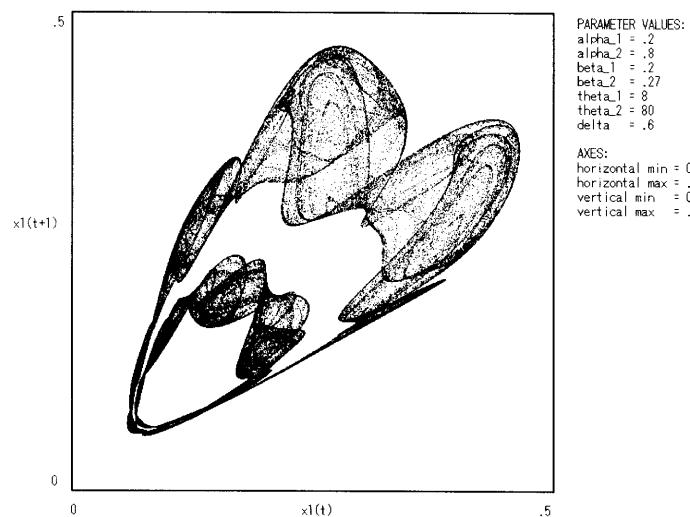


図 6 : $\beta_2 = 0.27$

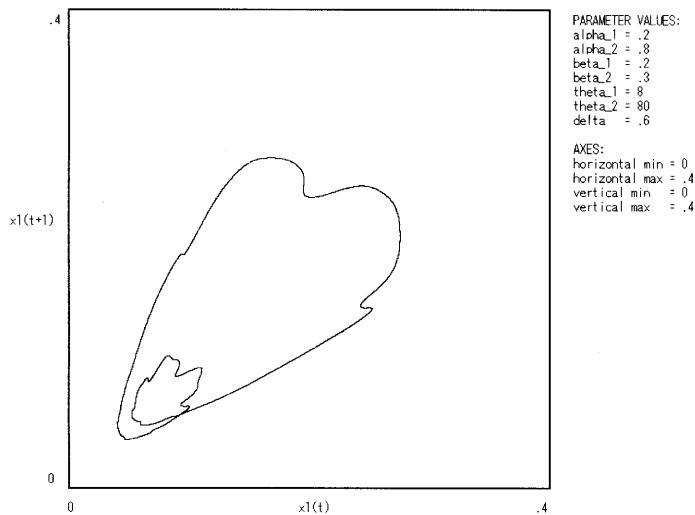


図 7 : $\beta_2 = 0.3$

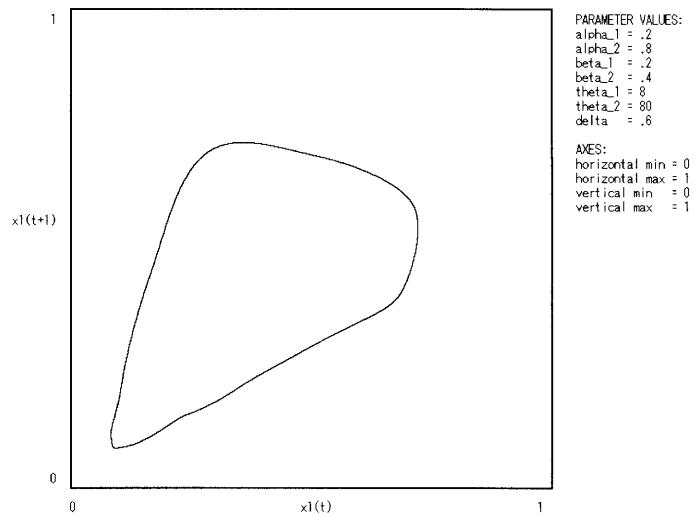


図 8 : $\beta_2 = 0.4$

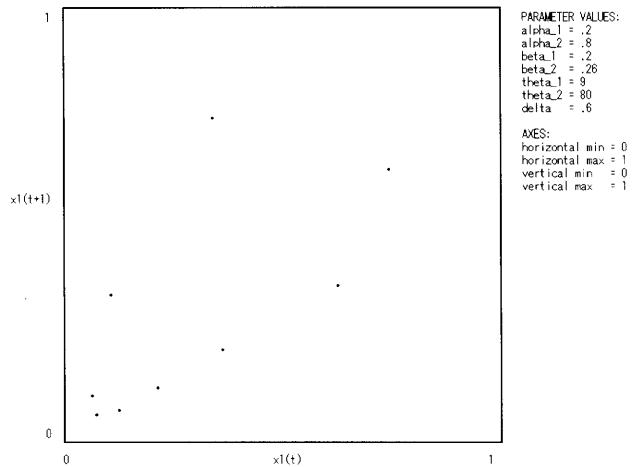


図 9 : $\beta_2 = 0.26$

図 5 とはパラメータ値の設定は同一だが初期条件が異なる。

図 4 は $\beta_2 = 0.22$ 、図 5 は $\beta_2 = 0.26$ 、図 6 は $\beta_2 = 0.27$ 、図 7 は $\beta_2 = 0.3$ 、図 8 は $\beta_2 = 0.4$ 、および与えられた初期条件にそれぞれ対応するアトラクタを示している。図 9 は図 5 と同じく $\beta_2 = 0.26$ と設定しており、パラメータの設定は同一であるが初期条件が異なる。図 5 のカオスアトラクタと図 9 の周期アトラクタ（周期 9）の吸引域(basin of attraction)を色分けしたのが図10と図11である。初期条件の空間は 5 次元 ($k_{i0}, k_{i1}, x_{10}; i = 1, 2$) であるので、表示のために図10では x_{10} と k_{10} 以外、図11では k_{10} と k_{20} 以外の初期値を固定し計算を行った。図の黒い部分が周期アトラクタの吸引域に、白い部分がカオスアトラクタの吸引域に対応する。

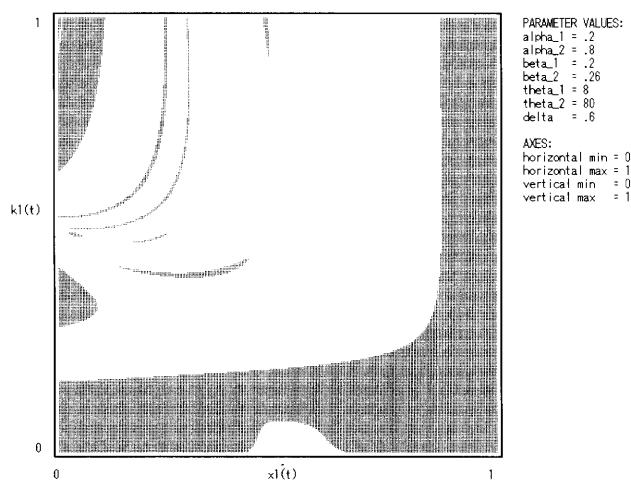
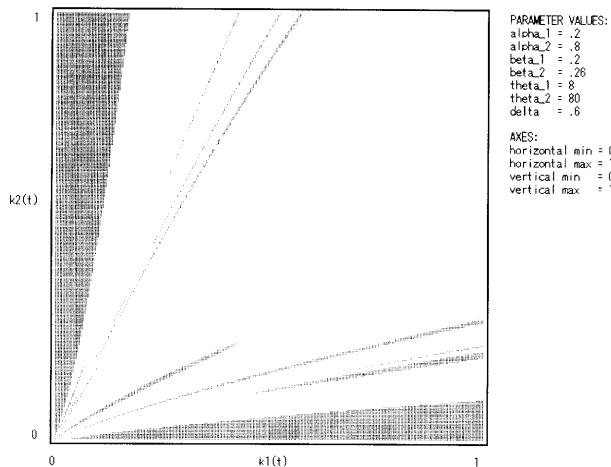


図10: 共存するアトラクタの吸引域： $x_{10} - k_{10}$ 平面

図11: 共存するアトラクタの吸引域： $k_{10} - k_{20}$ 平面

5 結語

本稿では、2地域間の労働移動を組み込んだ世代重複モデルを提示し、単純な適応的期待形成のもとで内生的な経済変動（人口変動や景気循環）が発生することを数値計算で確認した。パラメータに依存して、経済主体が適応的行動をとる地域経済が完全予見（合理的期待）均衡のひとつである定常状態に時間を通じて近づく場合もあるが、周期的、準周期的、カオス的変動も典型的な変動パターンとして生じることが見出された。これは岡山県の社会的人口増加数のアップダウンと整合的な結果であるとみなせるかもしれない。この点に関しては実証的な研究が必要であるが⁴⁾、本稿の発見は、乱雑な社会的人口移動数の変動という現象の背後にこのような非線形性という複雑性の発生装置が隠されている可能性を示唆している。ただし、内生的な変動が生じる場合には、合理的期待均衡動学の場合と異なり経済主体による予想がシステムティックに外れ続けるという意味での動学的非整合性があることに注意したい。以後の研究のひとつの方向性として、適応的期待形成のもとでの動学と合理的期待形成のもとでの動学との関連づけを行うことが重要であろう。また数値計算により、モデルが複数のアトラクタを同時にもつことを示したが、これは例えば、戦争や災害による生産要素価格の一時的高騰、あるいは地域内外での一時的な政策の変更などの、なんらかの一過性外生的ショックによって、経済構造に長期的な変化が全く生

4) Lyapunov 指数に基づく、マクロ経済時系列におけるカオス性の検定についての統計的手法や実証研究に関しては、例えば、Shintani and Linton (2003) を参照せよ。

じない場合でも、長期的な経済変動の性質に根本的な変化をもたらす可能性があることを意味するものである。同一のパラメータの組み合わせに対し、図5では非周期的変動、図9では周期的変動を呈するといったように、初期条件の変更によって動学的性質が定性的・定量的に劇的に変化する場合があることを示唆している。

参考文献

- [1] Diamond, P., 1965, "National debt in a neoclassical growth model", *American Economic Review* 55 , pp.1126-1150.
- [2] Fujita, M., P. Krugman, and A.J. Venables, 1999, *The Spatial Economy* , MIT Press.
- [3] Krugman, P., 1991, "Increasing returns and economic geography", *Journal of Political Economy* 99, pp.483-499.
- [4] Matsuyama, K., 1992, "A simple model of sectoral adjustment", *Review of Economic Studies* 59, pp.375-388.
- [5] Michel, P. and D. de la Croix, 2000, "Myopic and perfect foresight in the OLG model", *Economics Letters* 67, pp.53-60.
- [6] Onozaki, T., G. Sieg, and M. Yokoo, 2003, "Stability, chaos and multiple attractors: a single agent makes a difference", *Journal of Economic Dynamics and Control* 27, pp.1917-1938.
- [7] Shintani, M. and O. Linton, 2003, "Is there chaos in the world economy? A nonparametric test using consistent standard errors", *International Economic Review* 44, pp.331-359.
- [8] de Vilder, R., 1996, "Complicated endogenous business cycles under gross substitutability", *Journal of Economic Theory* 71, pp.416-442.
- [9] Yokoo, M., 2000, "Chaotic dynamics in a two-dimensional overlapping generations model",

Journal of Economic Dynamics and Control 24, pp.909-934.

- [10] Yokoo, M., 2001, "Labor mobility and dynamic core-periphery patterns: a two-region case", *Okayama Economic Review 33*, pp.19-32.

- [11] 「岡山県経済ダイジェスト」, 2003, 財団法人岡山経済研究所.